

Mathematik

Beispiel-Abiturprüfung

Prüfungsteil A

Arbeitszeit: 90 Minuten

Bei der Bearbeitung der Aufgaben dürfen **keine Hilfsmittel** verwendet werden.

Zu den Themengebieten Analysis, Stochastik und Geometrie wählt der Fachaus-
schluss jeweils eine Aufgabengruppe zur Bearbeitung aus. **Die zu einer Aufga-
bengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil A dürfen nur in Verbin-
dung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prü-
fungsteil B bearbeitet werden.**

_____ Name des Prüflings

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

Analysis
Aufgaben­gruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgaben­gruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

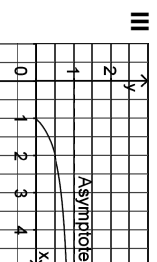
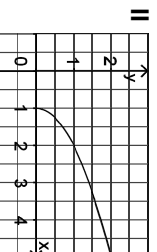
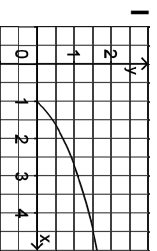
- BE**
- 3 1 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion $a : x \mapsto (e^x - 2) \cdot (x^3 - 2x)$ mit Definitionsbereich \mathbb{R} .
- 6 2 Gegeben ist die Funktion $b : x \mapsto \frac{\ln x}{x-2}$ mit maximalem Definitionsbereich D . Geben Sie D an und bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von b im Punkt $(1|b(1))$.
- 3 3 Geben Sie den Term einer gebrochen-rationalen Funktion c an, die die beiden folgenden Bedingungen erfüllt:
- Der Graph von c berührt die x -Achse an der Stelle $x = 1$;
 - die Funktion c hat die Polstelle $x = 3$.
- 3 4 Gegeben ist die in \mathbb{R}^+ definierte Funktion $d : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$. Bestimmen Sie den Term derjenigen Stammfunktion von d , deren Graph durch den Punkt $(4|-1)$ verläuft.
- 5 5 Betrachtet werden die folgenden Funktionsterme mit $r, s \in \mathbb{N}$:

$$e(x) = \sqrt{x-r}$$

$$f(x) = \ln x$$

$$g(x) = -\frac{1}{x} + s$$

Jeder der Terme beschreibt genau einen der folgenden Funktionsgraphen I, II und III. Ordnen Sie die Terme den Graphen zu und geben Sie die Werte der Parameter r und s an; begründen Sie jeweils Ihre Antwort.



20

Geometrie
Aufgaben­gruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgaben­gruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

- BE**
- 1 1 Gegeben sind die Ebene $H : 2x_1 + x_2 - x_3 = 4$ und der Punkt $Q(-3|0|2)$.
- a) Spiegelt man den Punkt Q an der Ebene H , so erhält man den Punkt Q' . Ermitteln Sie die Koordinaten von Q' .
- b) Geben Sie eine Gleichung einer Geraden j an, die parallel zu H durch den Punkt Q verläuft.
- 2 2 Gegeben sind die Punkte $R(8|5|1)$, $S(-4|-1|1)$ und $T_u(u|4|3)$ mit $u \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie einen Wert von u so, dass die drei Punkte ein gleichschenkliges Dreieck mit der Basis $[RS]$ bilden.
- 10

Geometrie
Aufgabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

- | | |
|-----------|---|
| BE | <p>1 Gegeben ist die Ebene $E: 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4$.</p> <p>a) Die Ebene E schneidet die x_1x_2-Ebene in der Geraden g. Bestimmen Sie eine Gleichung von g.</p> <p>b) Berechnen Sie den Abstand des Punkts $P(2 3 -3)$ von E.</p> <p>2 Im Raum sind die Eckpunkte eines Dreiecks ABC gegeben, das weder gleichschenkelig noch rechtwinklig ist. Beschreiben Sie in mehreren Teilschritten einen Weg zur Ermittlung der Koordinaten eines Punkts D, durch den sich das Dreieck zum Drachenviereck $ABCD$ ergänzen lässt.</p> |
|-----------|---|

10

Analysis
Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

- | | |
|-----------|--|
| BE | <p>5 Gegeben sind die folgenden Funktionen mit jeweils maximaler Definitionsmenge:</p> $p: x \mapsto \frac{1}{x-1} \qquad q: x \mapsto \sqrt{x-1} \qquad r: x \mapsto \ln(x-1)$ <p>Geben Sie jeweils die Definitionsmenge an und untersuchen Sie die Funktionen auf Nullstellen.</p> <p>2 An den Graphen der in \mathbb{R} definierten Funktion $s: x \mapsto x^2$ gibt es genau eine Tangente, deren Neigungswinkel gegen die x-Achse eine Größe von 135° hat. Geben Sie die Steigung dieser Tangente an und bestimmen Sie anschließend die Gleichung der Tangente.</p> <p>3 Der Graph einer in \mathbb{R} definierten integrierbaren Funktion t ist punktsymmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs.</p> <p>3 a) Begründen Sie, dass für alle $a \in \mathbb{R}^+$ gilt: $\int_{-a}^a t(x) dx = 0$.</p> <p>4 b) Geben Sie einen möglichen Term der Funktion t an. Zeigen Sie für dieses t die Gültigkeit der Aussage aus Aufgabe 3a durch Integration mithilfe einer Stammfunktion.</p> <p>4 Einer der folgenden Terme nähert den Term der in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ definierten Funktion $u: x \mapsto \frac{1}{x} + x + 1$ für große Werte von x am besten. Geben Sie diesen Term an und machen Sie Ihre Antwort plausibel.</p> <p style="text-align: center;"> I $\frac{1}{x}$ II x III $x+1$ IV $\frac{1}{x}+1$ V $\frac{1}{x}+x$ </p> |
|-----------|--|

20

Stochastik
Aufgabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE	2	<p>1 Der Anteil der Linkshänder in der Bevölkerung Deutschlands beträgt ein Sechstel. Aus der Bevölkerung werden acht Personen zufällig ausgewählt. Zwei der folgenden Terme I bis VI beschreiben die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau fünf dieser Personen Linkshänder sind. Geben Sie diese beiden Terme an.</p> <p style="margin-left: 20px;"> I $\left(\frac{8}{3}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5$ II $\left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3$ III $1 - \left(\frac{8}{3}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5$ IV $\left(\frac{8}{5}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3$ V $\left(\frac{8}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3$ VI $\left(\frac{8}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5$ </p> <p>2 Eine Kiste enthält vier blaue, zwei gelbe und drei rote Bausteine. Zwei Bausteine werden zufällig entnommen.</p> <p>a) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden Bausteine die gleiche Farbe haben, $\frac{5}{18}$ beträgt.</p> <p>b) Die beiden entnommenen Bausteine haben tatsächlich die gleiche Farbe. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Bausteine rot sind.</p> <p>3 Vor einer Schule stehen zehn Fahrräder nebeneinander; zwei davon sind Mountainbikes. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden Mountainbikes unmittelbar nebeneinander stehen, wenn die Anordnung der Fahrräder zufällig erfolgte.</p>	10
-----------	----------	--	-----------

Stochastik
Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE	<p>Man liest gelegentlich, eine nach rechts geneigte Handschrift weise darauf hin, dass die zugehörige Person aufgeschlossen ist. In einem Unternehmen mit 50 Angestellten gelten 35 als aufgeschlossen. 40% der als aufgeschlossen geltenden Angestellten haben eine Handschrift, die nicht nach rechts geneigt ist. Sechs Angestellte, die nicht als aufgeschlossen gelten, haben eine nach rechts geneigte Handschrift.</p> <p>Betrachtet werden folgende Ereignisse:</p> <p>A: „Ein zufällig ausgewählter Angestellter gilt als aufgeschlossen.“ R: „Ein zufällig ausgewählter Angestellter hat eine nach rechts geneigte Handschrift.“</p> <p>a) Beschreiben Sie das Ereignis $A \cap R$ im Sachzusammenhang.</p> <p>b) Erstellen Sie zu der beschriebenen Situation ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm oder eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.</p> <p>c) Begründen Sie, dass die Ereignisse A und R abhängig sind.</p> <p>d) Von den im einleitenden Text angegebenen Zahlenwerten soll nur der Prozentsatz 40% so geändert werden, dass die Ereignisse A und R unabhängig sind. Geben Sie den geänderten Wert an.</p>	10
-----------	---	-----------