

Mathematik

# Abiturprüfung 2025

## Prüfungsteil A (CAS)

Arbeitszeit: 90 Minuten

Bei der Bearbeitung der Aufgaben dürfen **keine Hilfsmittel** verwendet werden, mit Ausnahme eines Rechtschreibwörterbuchs Deutsch, das nach Erklärung des Verlags die aktuellen amtlichen Regeln vollständig umsetzt.

Zu den Themengebieten Analysis, Stochastik und Geometrie wählt der Fachausschuss jeweils eine Aufgabengruppe zur Bearbeitung aus. **Die zu einer Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil A dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.**

<hr/> <p>Name des Prüflings</p>
---------------------------------

**Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.**

# Analysis

## Aufabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

1 Gegeben ist die in  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  definierte Funktion  $f : x \mapsto \frac{1}{x^2} + 1$ .

2 a) Geben Sie eine Gleichung der senkrechten und eine Gleichung der waagerechten Asymptote des Graphen von  $f$  an.

3 b) Berechnen Sie den Wert des Integrals  $\int_1^2 f(x) dx$ .

5 2 Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $g : x \mapsto x^2 - e^x$ . Der Graph von  $g$  besitzt genau einen Wendepunkt  $W$ . Bestimmen Sie rechnerisch die  $x$ -Koordinate von  $W$  und beurteilen Sie, ob  $W$  oberhalb der  $x$ -Achse liegt.

3 Abbildung 1 zeigt den Graphen der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$  mit  $f(x) = 3 \cdot \cos(x)$ .

1 a) Geben Sie den Wert des Integrals  $\int_0^\pi f(x) dx$  an.

4 b) Die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $g$  ist gegeben durch  $g(x) = a \cdot f(x) + b \cdot x$  mit reellen Zahlen  $a$  und  $b$ . Die Punkte  $(0 | -3)$  und  $(\frac{\pi}{2} | \frac{3}{4}\pi)$  liegen auf dem Graphen von  $g$ . Ermitteln Sie  $a$  und  $b$ .

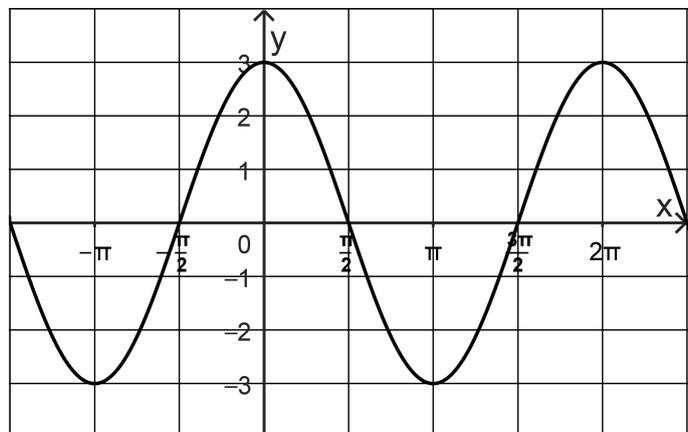
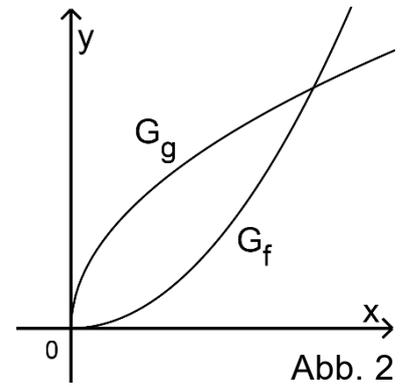


Abb. 1

*(Fortsetzung nächste Seite)*

- 5 4 Gegeben sind die in  $\mathbb{R}_0^+$  definierten Funktionen  $f$  und  $g$ , wobei  $g$  die Umkehrfunktion von  $f$  ist. Abbildung 2 zeigt die Graphen  $G_f$  von  $f$  und  $G_g$  von  $g$ .  $G_f$  und  $G_g$  schneiden sich nur im Koordinatenursprung und im Punkt  $(x_S | f(x_S))$ . Beurteilen Sie die folgende Aussage:

$$\int_0^{x_S} (g(x) - f(x)) dx = 2 \cdot \int_0^{x_S} (x - f(x)) dx$$



## Analysis

### Aufabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

**1** Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 1$ .

**2** **a)** Zeichnen Sie den Graphen von  $f$  für  $-3 \leq x \leq 3$  in ein Koordinatensystem ein.

**3** **b)** Es gibt genau eine positive reelle Zahl  $a$ , für die das Integral  $\int_0^a f(x) dx$  den Wert 0 hat. Berechnen Sie  $a$ .

**2** Betrachtet wird eine in  $\mathbb{R}$  definierte ganzrationale Funktion  $g$ .

**2** **a)** Beschreiben Sie, wie man rechnerisch nachweisen kann, dass 2 eine Wendestelle von  $g$  ist.

**3** **b)** Der Punkt  $(2 | 3)$  ist der einzige Wendepunkt des Graphen von  $g$ . Die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $h$  ist gegeben durch  $h(x) = g(2x) - 1$ .  
Geben Sie die Koordinaten des Wendepunkts des Graphen von  $h$  an und begründen Sie Ihre Angabe.

*(Fortsetzung nächste Seite)*

3 Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x$ .

2 a) Für die zweite Ableitungsfunktion von  $f$  gilt  $f''(2) \neq 0$ . Zeigen Sie, dass 2 eine Extremstelle von  $f$  ist.

3 b) Einer der Graphen I und II in Abbildung 1 ist der Graph einer Stammfunktion von  $f$ . Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie Ihre Angabe.

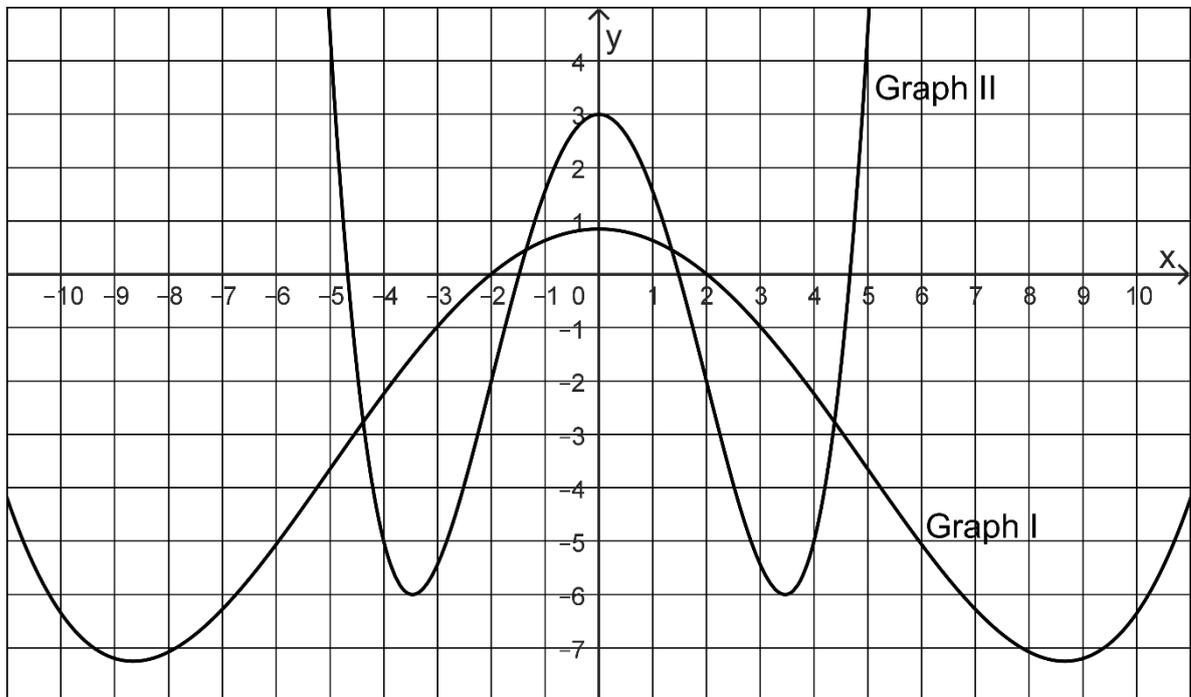


Abb. 1

4 Gegeben ist die Funktion  $g: x \mapsto \sqrt{x-2}$  mit  $x \in [2; +\infty[$ .

Abbildung 2 zeigt den Graphen  $G$  von  $g$  sowie den Punkt  $P(3|1)$ . Die Gerade mit der Gleichung  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$  ist die Tangente an  $G$  im Punkt  $P$  und hat mit  $G$  nur den Punkt  $P$  gemeinsam.

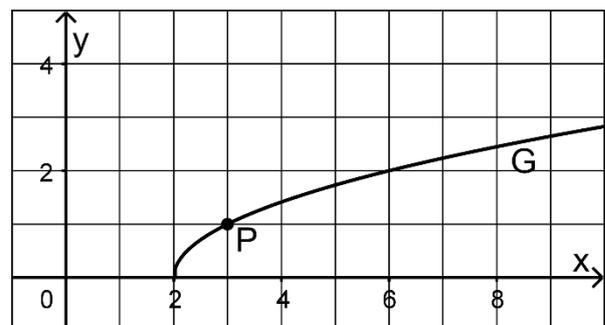


Abb. 2

1 a) Zeichnen Sie die Tangente in Abbildung 2 ein.

4 b) Betrachtet wird eine Gerade, die mit  $G$  sowohl den Punkt  $P$  als auch einen weiteren Punkt gemeinsam hat. Geben Sie alle möglichen Steigungen dieser Gerade an.

**Stochastik**  
**Aufgabengruppe 1 und Aufgabengruppe 2**

*BE*

Betrachtet wird ein Würfel, dessen Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert sind.

- 2 **a)** Der Würfel wird zweimal geworfen. Die Zufallsgröße  $X$  gibt das Produkt der dabei erzielten Zahlen an. Begründen Sie, dass  $P(X = 10) = P(X = 15)$  gilt.
- 3 **b)** Nun wird der Würfel  $n$ -mal geworfen, wobei  $n$  größer als 2 ist. Ermitteln Sie einen Term, mit dem man die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis berechnen kann: „Das Produkt der  $n$  erzielten Zahlen ist 2, 3 oder 5.“

5

# Geometrie

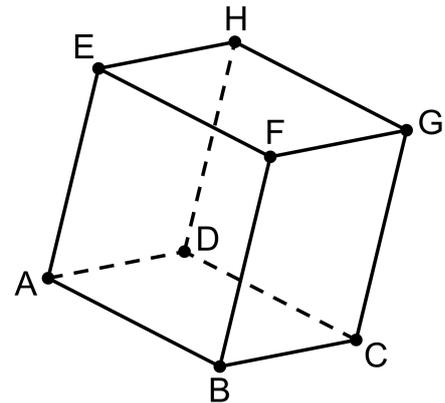
## Aufabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

Die Abbildung zeigt den Würfel ABCDEFGH mit  $A(3|2|-1)$  und  $E(1|1|1)$ .

- 2 a) Zeigen Sie, dass der Würfel die Kantenlänge 3 besitzt.
- 3 b) Der Punkt S liegt so auf der Strecke  $[AE]$ , dass die Pyramide ABCDS das Volumen 3 hat. Bestimmen Sie die Koordinaten von S.



5

## Geometrie

### Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

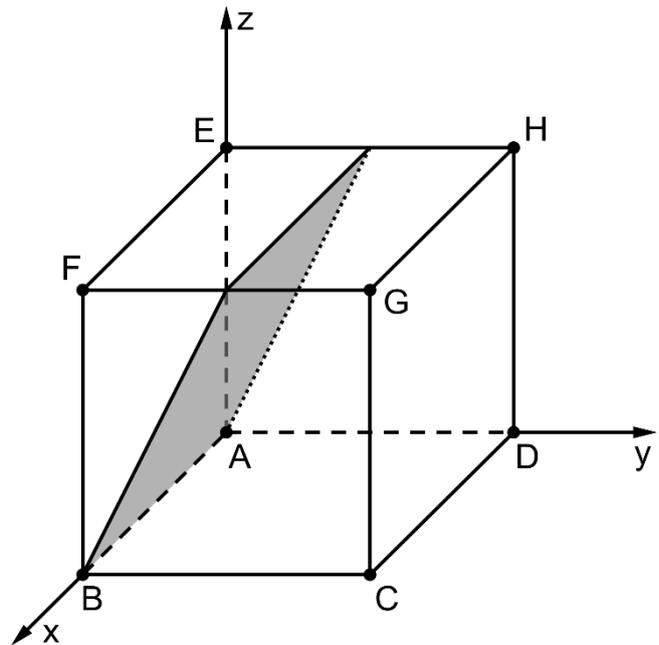
Die Abbildung zeigt einen Würfel ABCDEFGH der Kantenlänge 4 in einem Koordinatensystem. Drei Seitenflächen dieses Würfels liegen in Koordinatenebenen.

Die Ebene K enthält die Punkte  $A(0|0|0)$ ,  $B(4|0|0)$  und den Mittelpunkt der Kante  $[FG]$ .

- 2 a) Die Ebene K teilt den Würfel in zwei Teilkörper. Berechnen Sie das Volumen des kleineren Teilkörpers.

- 3 b) Eine zweite Ebene L enthält die Punkte E und F sowie den Mittelpunkt der Kante  $[BC]$ .

Zeichnen Sie die Schnittfigur dieser Ebene mit dem Würfel in die Abbildung ein und geben Sie eine Gleichung der Schnittgerade der Ebenen K und L an.



5