

Mathematik

# Abiturprüfung 2018

## Prüfungsteil A (CAS)

Arbeitszeit: 90 Minuten

Bei der Bearbeitung der Aufgaben dürfen **keine Hilfsmittel** verwendet werden.

Zu den Themengebieten Analysis, Stochastik und Geometrie wählt der Fachausschuss jeweils eine Aufgabengruppe zur Bearbeitung aus. **Die zu einer Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil A dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.**

<hr/> <p>Name des Prüflings</p>
---------------------------------

**Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.**

# Analysis

## Aufgabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

- 4 **1** Geben Sie für die Funktionen  $f_1$  und  $f_2$  jeweils die maximale Definitionsmenge und die Nullstelle an.

$$f_1 : x \mapsto \frac{2x + 3}{x^2 - 4}$$

$$f_2 : x \mapsto \ln(x + 2)$$

- 3 **2** Geben Sie den Term einer in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion an, deren Graph im Punkt  $(2|1)$  eine waagrechte Tangente, aber keinen Extrempunkt hat.

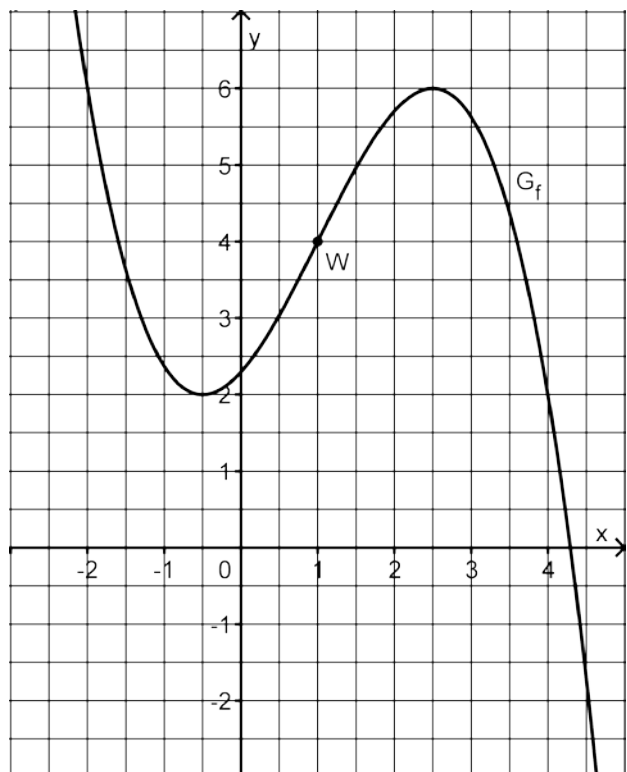
- 5 **3** Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 15x - 25$ . Weisen Sie nach, dass  $f$  folgende Eigenschaften besitzt:

- (1) Der Graph von  $f$  besitzt an der Stelle  $x = 0$  die Steigung  $-15$ .
- (2) Der Graph von  $f$  besitzt im Punkt  $A(5|f(5))$  die  $x$ -Achse als Tangente.
- (3) Die Tangente  $t$  an den Graphen der Funktion  $f$  im Punkt  $B(-1|f(-1))$  kann durch die Gleichung  $y = -36x - 36$  beschrieben werden.

- 3 **4** Die Abbildung zeigt den Graphen  $G_f$  einer in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$  mit dem Wendepunkt  $W(1|4)$ .

Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung näherungsweise den Wert der Ableitung von  $f$  an der Stelle  $x = 1$ .

Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion  $f'$  von  $f$  in die Abbildung; berücksichtigen Sie dabei insbesondere die Lage der Nullstellen von  $f'$  sowie den für  $f'(1)$  ermittelten Näherungswert.



(Fortsetzung nächste Seite)

5 Für jeden Wert von  $a$  mit  $a \in \mathbb{R}^+$  ist eine Funktion  $f_a$  durch  $f_a(x) = \frac{1}{a} \cdot x^3 - x$  mit  $x \in \mathbb{R}$  gegeben.

2 a) Eine der beiden Abbildungen stellt einen Graphen von  $f_a$  dar. Geben Sie an, für welche Abbildung dies zutrifft. Begründen Sie Ihre Antwort.

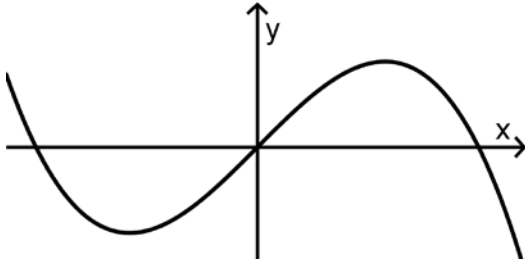


Abb. 1

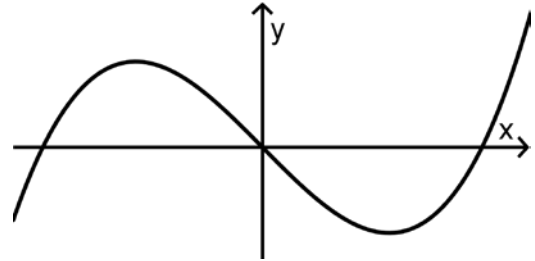


Abb. 2

3 b) Für jeden Wert von  $a$  besitzt der Graph von  $f_a$  genau zwei Extrempunkte. Ermitteln Sie denjenigen Wert von  $a$ , für den der Graph der Funktion  $f_a$  an der Stelle  $x = 3$  einen Extrempunkt hat.

# Analysis

## Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

6 **1** Gegeben ist die Funktion  $f : x \mapsto \sqrt{3x - 5}$  mit maximalem Definitionsbereich  $D$ . Geben Sie  $D$  an und bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von  $f$  im Punkt  $(3 | f(3))$ .

5 **2** Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 15x - 25$ . Weisen Sie nach, dass  $f$  folgende Eigenschaften besitzt:

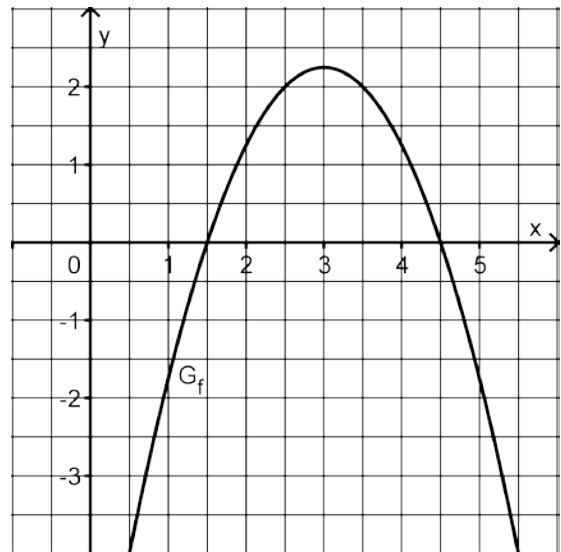
- (1) Der Graph von  $f$  besitzt an der Stelle  $x = 0$  die Steigung  $-15$ .
- (2) Der Graph von  $f$  besitzt im Punkt  $A(5 | f(5))$  die  $x$ -Achse als Tangente.
- (3) Die Tangente  $t$  an den Graphen der Funktion  $f$  im Punkt  $B(-1 | f(-1))$  kann durch die Gleichung  $y = -36x - 36$  beschrieben werden.

4 **3** Die Abbildung zeigt eine nach unten geöffnete Parabel, die zu einer Funktion  $f$  mit Definitionsbereich  $\mathbb{R}$  gehört. Der Scheitel der Parabel hat die  $x$ -Koordinate 3.

Betrachtet wird die in  $\mathbb{R}$  definierte

Integralfunktion  $F : x \mapsto \int_3^x f(t) dt$ .

Wie viele Nullstellen hat  $F$ ? Machen Sie Ihre Antwort ohne Rechnung plausibel.



*(Fortsetzung nächste Seite)*

4 Für jeden Wert von  $a$  mit  $a \in \mathbb{R}^+$  ist eine Funktion  $f_a$  durch  $f_a(x) = \frac{1}{a} \cdot x^3 - x$  mit  $x \in \mathbb{R}$  gegeben.

2 a) Eine der beiden Abbildungen stellt einen Graphen von  $f_a$  dar. Geben Sie an, für welche Abbildung dies zutrifft. Begründen Sie Ihre Antwort.

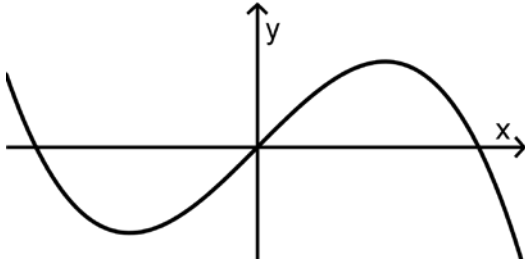


Abb. 1

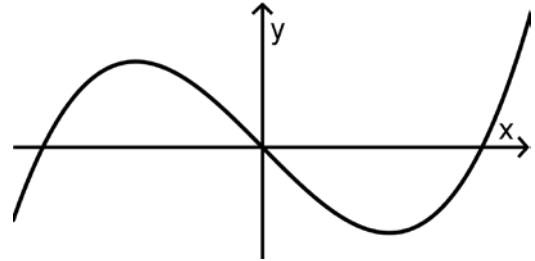


Abb. 2

3 b) Für jeden Wert von  $a$  besitzt der Graph von  $f_a$  genau zwei Extrempunkte. Ermitteln Sie denjenigen Wert von  $a$ , für den der Graph der Funktion  $f_a$  an der Stelle  $x = 3$  einen Extrempunkt hat.

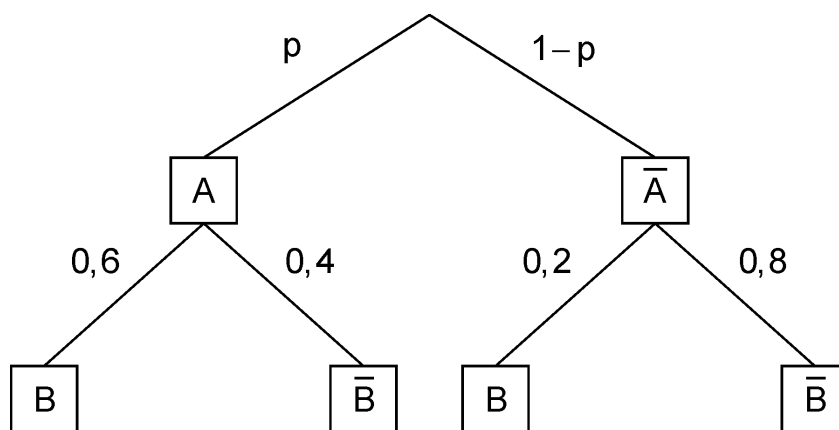
# Stochastik

## Aufabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

- 1** In Sonnenstadt gibt es 6000 Einfamilienhäuser, von denen 2400 mit einer Holzpellettheizung ausgestattet sind. Bei zwei Dritteln der Einfamilienhäuser mit Holzpellettheizung ist diese mit einer solarthermischen Anlage kombiniert. 50 % aller Einfamilienhäuser sind weder mit einer Holzpellettheizung noch mit einer solarthermischen Anlage ausgestattet.
- 3** a) Stellen Sie zu der beschriebenen Situation eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel auf.
- 2** b) Ein zufällig ausgewähltes Einfamilienhaus ist mit einer solarthermischen Anlage ausgestattet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat es eine Holzpellettheizung?
- 2** Das abgebildete Baumdiagramm stellt ein zweistufiges Zufallsexperiment mit den Ereignissen A und B sowie deren Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  dar.



- 2** a) Bestimmen Sie den Wert von  $p$  so, dass das Ereignis B bei diesem Zufallsexperiment mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 eintritt.
- 3** b) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wert, den die Wahrscheinlichkeit von B annehmen kann.

10

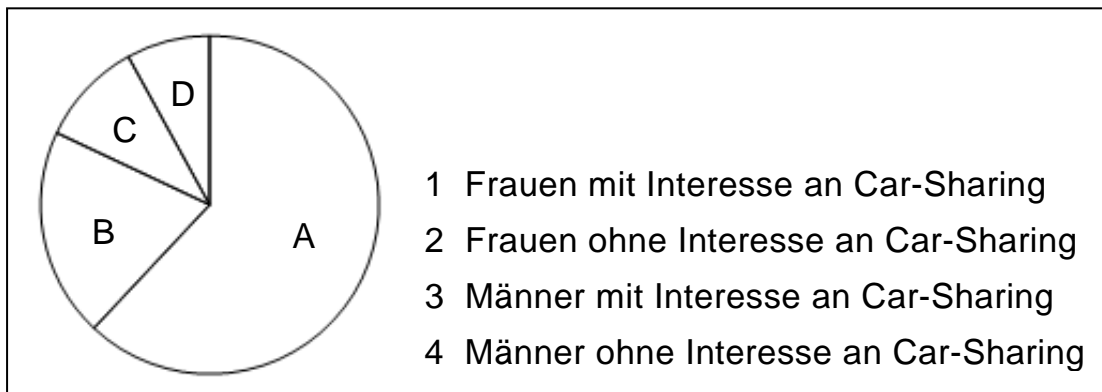
## Stochastik

### Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

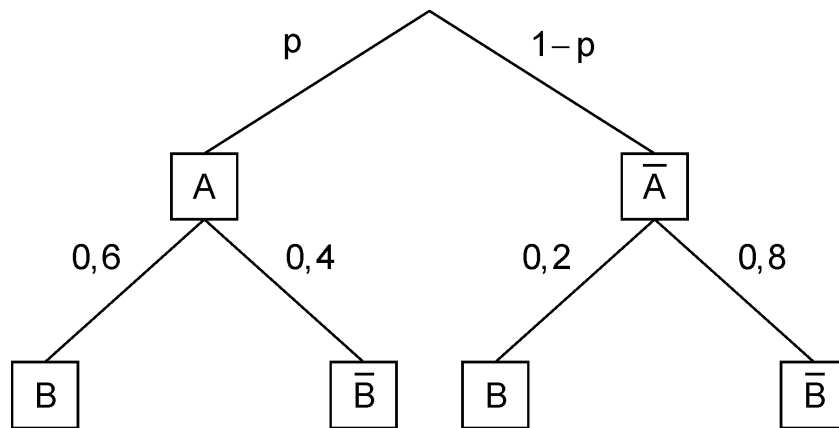
- 1 Anlässlich einer Studie wurden 300 weibliche und 700 männliche Bewohner einer Großstadt im Alter von 18 bis 30 Jahren dazu befragt, ob sie Interesse an Car-Sharing haben. 20% der Befragten waren weiblich und gaben an, nicht interessiert zu sein. 8% der Befragten waren männlich und gaben an, Interesse an Car-Sharing zu haben. Das Kreisdiagramm veranschaulicht die absoluten Häufigkeiten, die sich bei der Befragung ergaben.



- 4 a) Ordnen Sie die Beschriftungen 1 bis 4 den Sektoren A bis D korrekt zu und begründen Sie Ihre Zuordnung.
- 1 b) Berechnen Sie die Größe des Mittelpunktswinkels desjenigen Sektors, der den Anteil der Befragten veranschaulicht, die männlich waren und angaben, Interesse an Car-Sharing zu haben.

*(Fortsetzung nächste Seite)*

2 Das abgebildete Baumdiagramm stellt ein zweistufiges Zufallsexperiment mit den Ereignissen A und B sowie deren Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  dar.



2 a) Bestimmen Sie den Wert von  $p$  so, dass das Ereignis B bei diesem Zufallsexperiment mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 eintritt.

3 b) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wert, den die Wahrscheinlichkeit von B annehmen kann.

10



**Geometrie**  
**Aufgabengruppe 1**

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

**1** Gegeben ist die Kugel mit Mittelpunkt  $M(1|4|0)$  und Radius 6.

**3**     **a)** Bestimmen Sie alle Werte  $p \in \mathbb{R}$ , für die der Punkt  $P(5|1|p)$  auf der Kugel liegt.

**2**     **b)** Die Gerade  $g$  berührt die Kugel im Punkt  $B(-3|8|2)$ . Ermitteln Sie eine mögliche Gleichung von  $g$ .

**2** Für jeden Wert von  $a$  mit  $a \in \mathbb{R}$  ist eine Gerade  $g_a$  gegeben durch

$$g_a : \bar{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ a-4 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

**2**     **a)** Bestimmen Sie in Abhängigkeit von  $a$  die Koordinaten des Punkts, in dem  $g_a$  die  $x_1x_2$ -Ebene schneidet.

**3**     **b)** Für genau einen Wert von  $a$  hat die Gerade  $g_a$  einen Schnittpunkt mit der  $x_3$ -Achse. Ermitteln Sie die Koordinaten dieses Schnittpunkts.

10

**Geometrie**  
**Aufgabengruppe 2**

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

1 Die Punkte  $A(1|1|1)$ ,  $B(0|2|2)$  und  $C(-1|2|0)$  liegen in der Ebene E.

4 a) Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Normalenform.

1 b) Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von E mit der  $x_2$ -Achse an.

2 Gegeben sind die Punkte  $A(0|0|0)$ ,  $B(3|-6|6)$  und  $F(2|-4|4)$  sowie die

$$\text{Gerade } g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

4 a) Die Gerade h verläuft durch die Punkte A und B. Zeigen Sie, dass sich g und h im Punkt F senkrecht schneiden.

1 b) Ein Punkt C liegt auf g und ist verschieden von F. Geben Sie die besondere Bedeutung der Strecke [CF] im Dreieck ABC an.

10