
Fachlehrplan

Kollegs: Mathematik Vorkurs

gültig ab Schuljahr 2022/23

1 Ganze und rationale Zahlen (ca. 16 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- nutzen die Zahlenmengen der natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen und ihre formalen Schreibweisen.
- führen die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von Termen mit ganzen Zahlen unter Berücksichtigung der Rechengesetze und Klammerregeln durch.
- rechnen mit rationalen Zahlen und führen Umwandlungen von Brüchen in Dezimalbrüche durch.

2 Terme mit Variablen (ca. 16 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- analysieren die Struktur von Termen mit Variablen, beschreiben diese Struktur mithilfe von Fachbegriffen und berechnen Termwerte.
- stellen Terme mit Variablen auf, um mathematische Zusammenhänge zu beschreiben.
- formen Terme unter Berücksichtigung der Rechengesetze um. Beim Ausklammern eines gemeinsamen Faktors ist ihnen bewusst, dass aus einer Summe ein Produkt entsteht.
- führen einfache Umformungen von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten durch.
- begründen die Gültigkeit der binomischen Formeln und wenden diese bei Termumformungen an.
- faktorisieren Terme und vereinfachen Bruchterme. Sie bringen dabei Bruchterme auf gemeinsame Nenner, um diese zu addieren und zu subtrahieren, und multiplizieren und dividieren Bruchterme angemessener Komplexität.

3 Lineare Gleichungen und Bruchgleichungen (ca. 10 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- lösen lineare Gleichungen, stellen dabei die Lösungsschritte formal korrekt dar und überprüfen ihre Lösung, z. B. durch Einsetzen.
- nutzen die erworbenen Kenntnisse über das Lösen linearer Gleichungen, um Prozentaufgaben zu lösen.
- bestimmen unter Berücksichtigung des Definitionsbereichs die Lösungsmenge von Bruchgleichungen, die zu linearen Gleichungen führen.

4 Daten und Diagramme (ca. 6 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- entnehmen einfachen Texten (z. B. aus Zeitungen), die Prozentangaben enthalten, die wesentlichen mathematischen Informationen und prüfen diese auf Korrektheit (auch: Unterscheidung von „Prozent“ und „Prozentpunkten“); dabei gehen sie flexibel mit in den Medien häufig verwendeten alternativen Darstellungen von Prozentangaben um, z. B. „jeder Siebte“, „drei von fünf“.
- bestimmen zu Daten aus statistischen Erhebungen absolute und relative Häufigkeiten und verwenden für letztgenannte flexibel deren unterschiedliche Darstellungen (v. a. Bruch, Dezimalbruch und Prozentsatz).
- verwenden im Rahmen der Interpretation von Daten das arithmetische Mittel.

5 Figurengeometrie (ca. 10 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- stellen Punkte im zweidimensionalen Koordinatensystem dar.
- messen Größen von Winkeln und Längen von Strecken in der Zeichenebene.
- zeichnen besondere Geraden im Dreieck, u. a. Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Höhen.
- beschreiben grundlegende Eigenschaften besonderer Dreiecke (rechtwinkliges, gleichschenkliges, gleichseitiges Dreieck) und Vierecke (Parallelogramm, Trapez, Rechteck, Quadrat).
- wenden den Satz des Thales im Zusammenhang mit rechtwinkligen Dreiecken an.
- führen Winkelberechnungen an Dreiecken, Vierecken und an Geradenkreuzungen und Doppelkreuzungen durch.

- berechnen Flächeninhalt und Umfang von Dreiecken und Rechtecken.

6 Lineare Funktionen (ca. 18 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- erfassen und beschreiben funktionale Zusammenhänge mit Tabellen, Diagrammen und – wenn möglich – mit Termen.
- grenzen zum Funktionsbegriff gehörende Fachbegriffe (z. B. Funktionsterm, Graph, Definitionsmenge, Wertemenge) voneinander ab.
- interpretieren Funktionsgleichungen der Form $y = mx + t$ als Gleichung von Geraden und erläutern die Bedeutung der Parameter m und t , auch unter Verwendung einer dynamischen Mathematiksoftware. Sie zeichnen die Graphen linearer Funktionen und ermitteln umgekehrt anhand der Graphen solcher Funktionen die zugehörigen Werte der Parameter.
- bestimmen Nullstellen linearer Funktionen und Schnittpunkte von Geraden mit den Koordinatenachsen.
- lösen einfache lineare Ungleichungen graphisch und rechnerisch (auch mithilfe eines Zahlenstrahls) und stellen die Lösungsmenge in Intervallschreibweise dar.

7 Lineare Gleichungssysteme (ca. 8 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben Sachzusammenhänge mithilfe eines Systems linearer Gleichungen und erläutern ihre Vorgehensweise.
- lösen lineare Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten grafisch und z. B. mithilfe des Einsetzungsverfahrens rechnerisch.
- formulieren und veranschaulichen Aussagen zur Lösbarkeit und zur Lösungsvielfalt linearer Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten.

8 Einführung in die Stochastik (ca. 14 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben Zufallsexperimente unter Verwendung von Fachbegriffen wie Ergebnis, Ergebnismenge und Ereignis. Sie berechnen Laplace-Wahrscheinlichkeiten und nutzen dabei auch das Zählprinzip.

- stellen zwei miteinander verknüpfte Ereignisse mithilfe von Schnitt- und Vereinigungsmengen dar.
- interpretieren, ausgehend von Vierfeldertafeln mit absoluten Häufigkeiten, die zugehörigen relativen Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen eines Zufallsexperiments. Sie übersetzen dabei verbale Beschreibungen in formale und umgekehrt.
- veranschaulichen mehrstufige Zufallsexperimente anhand eines Baumdiagramms und berechnen Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mithilfe der Pfadregeln. Sie unterscheiden dabei die beiden Urnenmodelle.

9 Elementare gebrochen-rationale Funktionen (ca. 6 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- geben für gebrochen-rationale Funktionen der Form $x \mapsto \frac{a}{x+b} + c$ die maximale Definitionsmenge an, bestimmen die Schnittpunkte des zugehörigen Graphen mit den Koordinatenachsen und beschreiben den Einfluss einer Änderung der Werte der Parameter b und c auf den Verlauf des Graphen. Zur Untersuchung und Veranschaulichung nutzen sie auch eine dynamische Mathematiksoftware.
- zeichnen den Graphen einer gebrochen-rationale Funktion der Form $x \mapsto \frac{a}{x+b} + c$ einschließlich seiner Asymptoten und ermitteln umgekehrt anhand des Graphen einer solchen Funktion die zugehörigen Werte der Parameter.

10 Quadratwurzeln (ca. 12 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- erläutern die Definition der Quadratwurzel anhand von Beispielen und bestimmen in einfachen Fällen auch im Kopf die Werte von Quadratwurzeln. Dabei ist ihnen bewusst, dass eine Erweiterung der Zahlenmenge der rationalen Zahlen um die irrationalen Zahlen zur Zahlenmenge der reellen Zahlen nötig ist.
- fassen in dem Bewusstsein, dass die bekannten Rechengesetze auch in der erweiterten Zahlenmenge gelten, in fortlaufender, klar strukturierter Rechnung Produkte, Quotienten, Summen, Differenzen und Potenzen von Termen mit Quadratwurzeln zusammen.
- formen Wurzelterme ohne Variablen so um, dass Nenner rational sind, und radizieren teilweise. Wurzelterme mit Variablen vereinfachen sie durch teilweises Radizieren und stellen das Ergebnis, falls nötig, mithilfe von Beträgen dar.

11 Quadratische Funktionen (ca. 22 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben für quadratische Funktionen mit Termen der Form $a \cdot (x + d)^2 + e$, wie sich Änderungen der Werte der Parameter a , d und e auf die zugehörige Parabel auswirken; sie bestimmen für Beispiele derart angegebener Funktionen jeweils die Anzahl der Nullstellen und die Lösungen der zugehörigen Gleichung. Zur Untersuchung und Veranschaulichung dieser Zusammenhänge nutzen sie auch eine dynamische Mathematiksoftware.
- ermitteln durch flexible Nutzung der binomischen Formeln die Koordinaten des Parabelscheitels aus dem zugehörigen Funktionsterm, auch wenn dieser in der Form $ax^2 + bx + c$ vorliegt, und zeichnen die zugehörigen Graphen.
- geben mithilfe des zugehörigen Graphen wesentliche Eigenschaften einer quadratischen Funktion an (Wertemenge, Nullstellen, Intervalle mit positiven und negativen Funktionswerten, Monotonieverhalten, größter bzw. kleinster Funktionswert, Koordinaten des Schnittpunkts mit der y -Achse).
- erkennen bei der rechnerischen Lösung von quadratischen Gleichungen, wann der Einsatz der Lösungsformel erforderlich ist und wann eine andere Methode (z. B. Ausklammern der Variable) vorteilhaft ist. Sie lösen damit quadratische Gleichungen reflektiert und schätzen die Richtigkeit der Lösungen durch eine geeignete Skizze ab. Anhand konkreter Beispiele formulieren und veranschaulichen sie auch Aussagen zur Lösbarkeit quadratischer Gleichungen.
- nutzen die jeweiligen Vorteile der drei Darstellungsformen des Terms einer quadratischen Funktion (allgemeine Form, Scheitelpunktform und Nullstellenform) situationsgerecht.
- stellen lineare Gleichungssysteme mit drei Unbekannten auf (z. B. aus den Koordinaten dreier Parabelpunkte) und lösen diese situationsgerecht.
- lösen Bruchgleichungen, die sich unmittelbar auf quadratische Gleichungen zurückführen lassen.
- beschreiben und lösen innermathematische sowie realitätsnahe Problemstellungen mithilfe quadratischer Funktionen (u. a. Modellierung von Extremwertproblemen); sie erläutern und reflektieren ihre dabei verwendeten Strategien, validieren ihre Ergebnisse im Sachzusammenhang und dokumentieren ihre Lösungswege nachvollziehbar und formal korrekt.

12 Strahlensatz (ca. 6 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- wenden die Strahlensätze bei innermathematischen Problemstellungen sowie in Sachsituationen flexibel an und lösen die dabei auftretenden Bruchgleichungen.

13 Satz des Pythagoras (ca. 8 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- vollziehen einen Beweis für den Satz des Pythagoras nach.
- führen an rechtwinkligen Dreiecken unter flexibler Anwendung des Satzes des Pythagoras Berechnungen durch.
- lösen im Bewusstsein seiner Bedeutung in kulturgeschichtlicher wie auch in anwendungspraktischer Hinsicht vielfältige, einfache Aufgaben mithilfe des Satzes des Pythagoras und seiner Umkehrung.

14 Trigonometrie (ca. 10 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- identifizieren die Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck als Sinus, Kosinus und Tangens der Größe des jeweils zugehörigen spitzen Innenwinkels und führen durch flexible Verwendung dieser Beziehungen Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken durch.

15 Kreise und Raumgeometrie (ca. 6 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- zeichnen Schrägbilder von Quadern und berechnen Volumen und Oberflächeninhalt eines Quaders.
- wenden die Formeln zur Berechnung des Flächeninhalts und des Umfangs eines Kreises an.
- skizzieren Schrägbilder von geraden Zylindern und Prismen und berechnen Oberflächeninhalte und Volumina dieser Körper.