ILLUSTRIERENDE PRÜFUNGSAUFGABEN FÜR DIE SCHRIFTLICHE ABITURPRÜFUNG

Teil 2: Erläuterungen und Lösungsvorschläge

Die Illustrierenden Prüfungsaufgaben (Teil 1: Beispielaufgaben, Teil 2: Erläuterungen und Lösungsvorschläge) dienen der einmaligen exemplarischen Veranschaulichung von Struktur, Anspruch und Niveau der Abiturprüfung im neunjährigen Gymnasium in Bayern.

Mathematik

erhöhtes Anforderungsniveau

Prüfungsteile A und B (MMS)

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der jeweils am rechten Rand der Aufgabenstellung vermerkten, maximal erreichbaren Anzahl von Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

Für jede Teilaufgabe sind die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und die Anforderungsbereiche ausgewiesen, die für die Bearbeitung eine wesentliche Rolle spielen.

Die von einem Prüfling in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten werden gemäß folgender Tabelle in Notenpunkte umgesetzt:

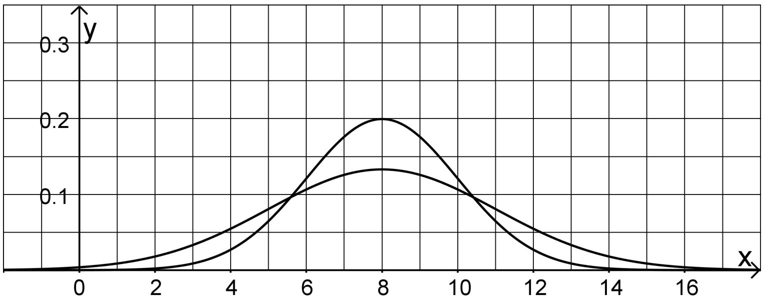
Intervall	Anzahl der mindestens zu erreichenden Bewertungseinheiten	Notenpunkte	Notenstufe
15 %	114 108 102	15 14 13	+1 1 1−
15 %	96 90 84	12 11 10	+2 2 2−
15 %	78 72 66	9 8 7	+3 3 3−
15 %	60 54 48	6 5 4	+4 4 4−
20 %	40 32 24	3 2 1	+5 5 5−
20 %	0	0	6

Prüfungsteil A

Aufgabengruppe 1 (Pflichtteil)

	Aufgabe A1 (Analysis)	BE	
a	Der Punkt P ist ein Wendepunkt des Graphen von f.	1	K1: I K6: I
b	$f'(x) = 2 \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x}$; $f'(e) = \frac{2}{e}$; $1 = \frac{2}{e} \cdot e + t \Leftrightarrow t = -1$ Damit: $y = \frac{2}{e} \cdot x - 1$	4	K2: I K5: II
		5	

	Aufgabe A2 (Analysis)	BE	
a	$f'(x) = 4x^3 - 2kx = 2x \cdot \left(2x^2 - k\right)$	1	K5: I
b	Für $x \neq 0$ ergibt sich: $2x^2 - k = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{\frac{k}{2}} \vee x = \sqrt{\frac{k}{2}}$ Für $k > 0$ gilt: $f\left(\sqrt{\frac{k}{2}}\right) = \frac{k^2}{4} - k \cdot \frac{k}{2} = -\frac{k^2}{4}$; $-\frac{k^2}{4} = -1 \Leftrightarrow k = 2$	4	K2: II K4: I K5: II
		5	

	Aufgabe A3 (Stochastik)	BE	
a	$\frac{100\,\% - 68\,\%}{2} = 16\,\%$	2	K2: II K5: I
b		3	K4: II K6: II
		5	

	Aufgabe A4 (Geometrie)	BE	
	Alle Punkte der rechten Seitenwand haben im Modell die y-Koordinate 7. $\overrightarrow{OL} + \frac{7}{6} \cdot \overrightarrow{LS} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \frac{7}{6} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 7 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$ Da $0 < 0{,}5 < 4$ und $0 < 1{,}5 < 3$ gilt, liegt der Schatten auf der rechten Seitenwand.	5	K1: I K2: II K3: I K4: I K5: II K6: II
		5	

Aufgabengruppe 2 (Wahlteil)

	Aufgabe A5 (Analysis)	**BE**	
a	Der Graph von f hat den Hochpunkt $(-2\vert 1)$, der Graph von g den Tiefpunkt $(-2\vert -1)$.	2	K1: II K2: I K6: I
b	$h(-x) = f(-x)\cdot(g(-x))^3 = f(x)\cdot(-g(x))^3 = -f(x)\cdot(g(x))^3 = -h(x)$ Damit ist der Graph von h symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs.	3	K1: III K4: II K5: III
		5	

	Aufgabe A6 (Analysis)	**BE**	
	Für $x \geq 0$ gilt: $x = \frac{1}{4}y^2 \Leftrightarrow 4x = y^2 \Leftrightarrow \sqrt{4x} = y$ gesuchtes Volumen: $\pi \cdot \int_0^1 \left(\sqrt{4x}\right)^2 dx = \pi \cdot \int_0^1 4x\,dx = \pi \cdot \left[2x^2\right]_0^1 = 2\pi$	5	K1: II K2: III K5: III
		5	

	Aufgabe A7 (Stochastik)	**BE**	
	Der Spieler wird noch einmal würfeln, wenn der andere Spieler beim nächsten Wurf die Augensumme 16 oder die Augensumme 17 erzielt. Für den Wurf des anderen Spielers kommen also folgende Fälle infrage: • für die Augensumme 16: einmal 4 und zweimal 6; zweimal 5 und einmal 6 • für die Augensumme 17: einmal 5 und zweimal 6 Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Spieler noch einmal würfelt, beträgt demnach $2\cdot 3\cdot\frac{1}{6^3} + 3\cdot\frac{1}{6^3} = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$.	5	K2: III K3: III K5: II
		5	

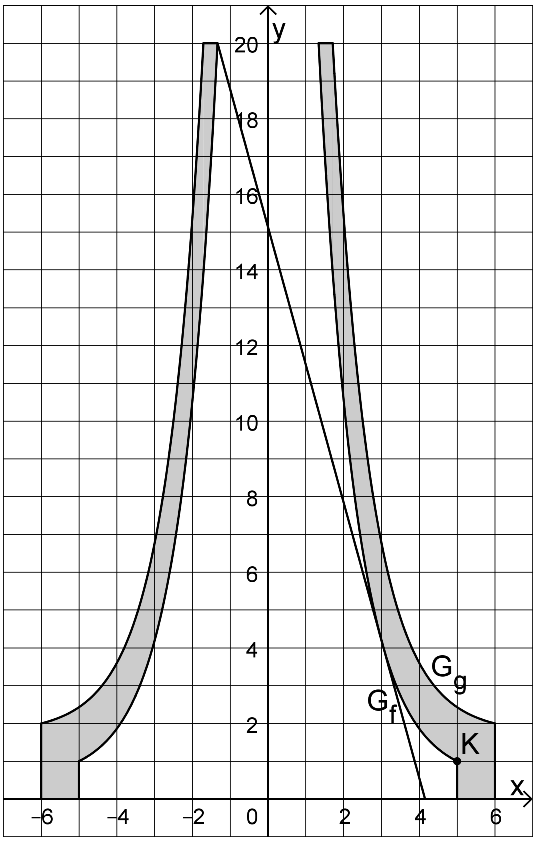
	Aufgabe A8 (Stochastik)	**BE**	
a	Der erste Faktor gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, zwei der drei Farben auszuwählen, der zweite die Anzahl der Möglichkeiten für die Anzahl der Tulpen einer der beiden Farben.	2	K3: II K4: I K6: I
b	Es gibt eine Möglichkeit, den Strauß aus jeweils fünf Tulpen der drei Farben, und $3\cdot 2$ Möglichkeiten, den Strauß aus vier Tulpen einer ersten Farbe, fünf Tulpen einer zweiten Farbe und sechs Tulpen der dritten Farbe zusammenzustellen – insgesamt also sieben Möglichkeiten.	3	K2: III K3: II
		5	

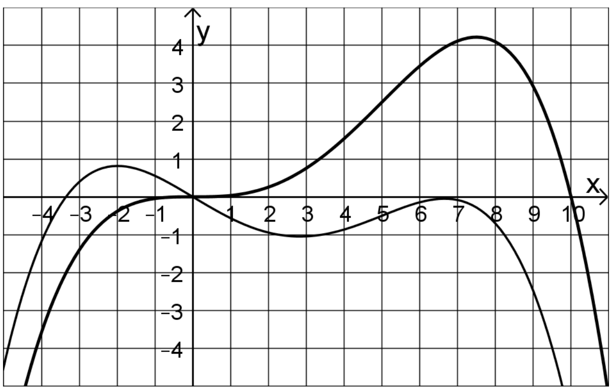
	Aufgabe A9 (Geometrie)	**BE**	
a	$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}$	1	K1: I K5: I
b	T hat den Ortsvektor $\lambda \cdot \overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{TB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3-\lambda \\ 4-7\lambda \\ 1-3\lambda \end{pmatrix} = 9 - 3\lambda + 16 - 28\lambda + 1 - 3\lambda = 26 - 34\lambda$ $26 - 34\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{13}{17}$ Damit beträgt das gesuchte Verhältnis $13:4$.	4	K2: III K5: II K6: II
		5	

	Aufgabe A10 (Geometrie)	**BE**	
	$P(0\,\|\,0\,\|\,p_3)$; $P \in E \Leftrightarrow p_3 = 2$ Der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ist orthogonal zum Normalenvektor von E, verläuft also parallel zu E. $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} + \frac{10}{\|\vec{v}\|} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{10}{5} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$ Somit: $P(0\,\|\,0\,\|\,2)$ und $Q(0\,\|\,6\,\|\,10)$	5	K2: III K5: II
		5	

Prüfungsteil B (MMS)

	Aufgabe B1 (Analysis)	**BE**	
a	G_f geht aus dem Graphen der Funktion $x \mapsto e^{-x}$ hervor durch: 1. Verschiebung um 5 in positive x-Richtung 2. Streckung in y-Richtung mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ 3. Verschiebung um $\frac{1}{2}$ in positive y-Richtung Wertemenge: $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$	4	K4: I K6: I
b	$m = \frac{f(4)-f(2)}{4-2} = -\frac{1}{4}\cdot\left(e^3 - e\right)$ $f'(x) = m \Leftrightarrow x = -\ln\left(e^2-1\right)+\ln 2+4$ $f\left(-\ln\left(e^2-1\right)+\ln 2+4\right) = \frac{1}{4}\cdot\left(e^3-e\right)+\frac{1}{2}$ gesuchter Punkt: $\left(-\ln\left(e^2-1\right)+\ln 2+4 \mid \frac{1}{4}\cdot\left(e^3-e\right)+\frac{1}{2}\right)$	4	K2: II K5: II
c	Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $u\left(f(x)\right) = x$. Definitionsmenge: $D_u = \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$	2	K5: I
d	Die Stammfunktionen von f sind genau die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $F_c : x \mapsto \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}e^{5-x} + c$ mit $c \in \mathbb{R}$. Wegen $\lim\limits_{x\to+\infty} F_c(x) = +\infty$ und $\lim\limits_{x\to-\infty} F_c(x) = -\infty$ besitzt jede Stammfunktion die Wertemenge $\mathbb{R}$. f ist wegen $f'(x) = -\frac{1}{2}\cdot e^{5-x} < 0$ in ganz $\mathbb{R}$ streng monoton abnehmend, F_c ist wegen $F_c'(x) = f(x) > 0$ streng monoton zunehmend. Unter Berücksichtigung der Wertemenge von F_c folgt, dass es genau einen Schnittpunkt des Graphen von F_c mit G_f gibt.	5	K1: II K5: I
e	$f(r) = 20 \Leftrightarrow r = -\ln 39 + 5$ $r \approx 1{,}3$	2	K3: I K5: I
f	Für die gesuchte Winkelgröße α gilt: $\tan(\alpha - 90°) = \left\|f'(5)\right\| \Rightarrow \alpha \approx 116{,}6°$	3	K3: II K4: I K5: II
g	Höchster Punkt des senkrechten Teils der äußeren Profillinie: $P(6\mid 2)$ Da die Strecke $\overline{KP}$ eine Steigung von 1 besitzt, ist die Größe des Winkels zwischen $\overline{KP}$ und der Horizontalen 45° und damit kleiner als 60°.	3	K1: II K3: II
h	Der Verlauf der Bohrung wird im Modell durch eine Gerade b mit der Gleichung $y = mx + t$ beschrieben. Dabei ist $m = \tan(60°)$; zudem liegt der Punkt K auf b. Der Punkt S ist der Schnittpunkt von b mit dem Graphen von g. Die Länge der Strecke $\overline{KS}$ ist die gesuchte Länge des Bohrkanals in Metern.	4	K2: II K3: II K6: II

i	 Die Tangente an G_f an der Stelle $x = a$ ist der Graph einer linearen Funktion s mit $s(x) =$ $= \frac{1}{2} \cdot \left(1 + (a+1) \cdot e^{5-a}\right) - \frac{1}{2} \cdot e^{5-a} \cdot x$. $s(5) = 0 \Leftrightarrow a = 3{,}721...$ Schnittpunkt L dieser Tangente mit dem Graphen, der aus G_f durch Spiegelung an der y-Achse hervorgeht: $s(x_L) = f(-x_L) \Leftrightarrow x_L = -1{,}840...$ $f(-x_L) \approx 12{,}3$ Höhe der gesuchten Stelle: ca. 12,3 m	7	K2: III K3: II K4: II K5: III
j	Unter Verwendung der Umkehrfunktion u von f aus Aufgabe c ergibt sich: $5^2 \cdot \pi \cdot 1 + \pi \cdot \int_1^{20} (u(x))^2 \, dx = 416{,}1...$ gesuchtes Volumen: ca. $416 \, m^3$	4	K2: III K3: II K4: II K5: II
k	$\frac{665 - 416{,}1...}{13} = 19{,}14...$ Anzahl der benötigten Fahrten: 20	2	K2: I K3: I K5: I
		40	

	Aufgabe B2 (Analysis)	**BE**	
1 a	$f_1(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 10$ Die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sind $(0 \mid 0)$ und $(10 \mid 0)$. $f_1'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{15}{2}$; $f_1''\left(\frac{15}{2}\right) \neq 0$, $f_1\left(\frac{15}{2}\right) = \frac{135}{32}$ Der Extrempunkt ist $\left(\frac{15}{2} \mid \frac{135}{32}\right)$. 	6	K1: I K4: I K5: I
b	Für $x < 0$ gilt $-\frac{3}{5}x > 0$, der Graph von f_1 verläuft also unterhalb des Graphen von g_1, für $x > 0$ gilt $-\frac{3}{5}x < 0$, der Graph von f_1 verläuft also oberhalb des Graphen von g_1.	3	K1: II K4: I

c	Der Graph von g_a hat die gleiche Anzahl von Wendepunkten wie der Graph von f_a. Die x-Koordinaten der Wendepunkte des Graphen von g_a stimmen mit denen der Wendepunkte des Graphen von f_a überein; nur für $x=0$ gilt dies auch für die y-Koordinate. Begründung: Wegen I gilt $f_a''(x)=g_a''(x)$. Damit hat der Graph von g_a ebenfalls genau zwei Wendepunkte, deren x-Koordinaten 0 und $\frac{5}{a}$ sind. Wegen $-\frac{3}{5}x=0 \Leftrightarrow x=0$ haben f_a und g_a nur für $x=0$ den gleichen Funktionswert.	5	K1: II K4: I K6: II
d	$f_a'\left(\frac{5}{a}\right)=\frac{1}{a^2}$, $f_a\left(\frac{5}{a}\right)=\frac{5}{2a^3}=\frac{1}{a^2}\cdot\frac{5}{a}-\frac{5}{2a^3}$ Beide Tangenten schneiden die y-Achse im Punkt $\left(0\,\middle|\,-\frac{5}{2a^3}\right)$.	3	K1: I K2: II K5: II
e	Für die Steigung von t_f gilt $\frac{1}{a^2}>0$ für alle $a\in\mathrm{IR}^+$, d. h. im Eckpunkt F kann kein rechter Winkel auftreten. Wegen $-\frac{3a^2-5}{5a^2}\cdot\frac{1}{a^2}\neq-1$ für alle $a\in\mathrm{IR}^+$ gilt dies auch für den Eckpunkt S. Im Eckpunkt G liegt für $a\in\mathrm{IR}^+$ genau dann ein rechter Winkel vor, wenn $-\frac{3a^2-5}{5a^2}=0 \Leftrightarrow a=\frac{1}{3}\sqrt{15}$.	6	K1: III K2: III K5: II K6: II
2 a	Der Abbildung 2 ist zu entnehmen, dass der Punkt der Profillinie, in dem deren Steigung am größten ist, zwischen den beiden Endpunkten liegt. Für $0<x<41{,}5$ gilt $p''(x)=0 \Leftrightarrow x=25$. $\tan\varphi=p'(25)$ liefert $\varphi\approx 22°$.	4	K3: I K4: I K5: II K6: I
b	$b\cdot c^5=2{,}31$ und $b\cdot c^{37}=10{,}68$ liefern $b\approx1{,}818$ und $c\approx1{,}049$.	2	K5: I
c	Der vertikale Abstand des Seils zur Piste kann für jeden Punkt der Profillinie mithilfe der Funktion d mit $d(x)=h(x)-p(x)$ angegeben werden. Für $5\leq x\leq 37$ liefert $d(x)\geq 0{,}3$ für die gesuchten Bereiche im Modell $5\leq x\leq x_1$ mit $x_1\approx 27{,}3$ sowie $x_2\leq x\leq 37$ mit $x_2\approx 32{,}6$. Für $x_1<x<x_2$ gilt $d'(x)=0 \Leftrightarrow x=x_3$ mit $0{,}3-d(x_3)\approx 0{,}11$. Die Befestigungspunkte müssten also um etwa 1,1 m angehoben werden.	6	K1: II K2: II K3: III K5: II K6: II
d	$\left(\int_0^5 p(x)\,dx+\int_5^{41{,}5}\left(p(x)-\left(p(x)-0{,}06\right)\right)dx\right)\cdot 10\cdot 10\cdot 30=7500$ Das Volumen der Schneeauflage beträgt $7500\,\mathrm{m}^3$.	5	K2: II K3: II K4: I K5: II
		40	

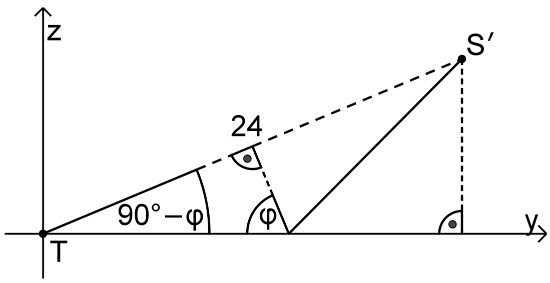
	Aufgabe B3 (Stochastik)	**BE**	
1 a	$\begin{array}{c\|c\|c\|c} & E & \overline{E} & \\ \hline H & 105 & 273 & 378 \\ \overline{H} & 105 & 147 & 252 \\ \hline & 210 & 420 & 630 \end{array}$ $P(H)=1-0{,}4=0{,}6$; $P_E(H)=\frac{105}{210}=0{,}5$ Wegen $P(H)\neq P_E(H)$ sind die Ereignisse stochastisch abhängig.	3	K1: I K3: II K5: I
b	$p_1=P\left(\overline{E}\cap H\right)=\frac{273}{630}\approx 43{,}3\,\%$; $p_2=P_{\overline{E}}(H)=\frac{273}{420}=65\,\%$	4	K2: II K3: II K5: I

c	Wegen $p_2 = \frac{P(\overline{E} \cap H)}{P(\overline{E})} = \frac{p_1}{P(\overline{E})}$ und $P(\overline{E}) \leq 1$ gilt $p_2 \geq p_1$.	2	K1: II K2: III K6: II
2 a	n: Anzahl der 50-km-Abschnitte Z: Anzahl der Reifenpannen $P_{0,016}^{n}(Z \geq 1) > 0{,}9 \Leftrightarrow P_{0,016}^{n}(Z = 0) < 0{,}1 \Rightarrow n \geq 143$ gesuchte Länge: $143 \cdot 50\,\text{km} = 7150\,\text{km}$	4	K1: I K2: III K3: II K5: II
b	Wäre die Aussage richtig, so wäre bei einer zurückgelegten Strecke von $2^6 \cdot 50\,\text{km}$ die Wahrscheinlichkeit, eine Reifenpanne zu haben, $2^6 \cdot 1{,}6\,\% > 100\,\%$. Somit ist die Aussage falsch.	2	K1: III K2: II K3: II K5: I K6: II
3 a	$\mu = 0{,}4 \cdot 200 = 80$ $P_{0,4}^{200}(70 \leq X \leq 90) \approx 87{,}1\,\%$ Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Anzahl der Pedelecs unter den 200 ausgewählten Fahrrädern um nicht mehr als 10 vom Erwartungswert dieser Anzahl abweicht.	3	K3: I K5: I K6: I
b	„Die ersten beiden und genau 75 der restlichen 198 Fahrräder sind Pedelecs."	2	K3: II K4: II K6: II
c	$\frac{1}{4} \cdot 0{,}4 = 0{,}1$; $P(Y = 0) = \binom{200}{0} \cdot 0{,}1^0 \cdot 0{,}9^{200} = 0{,}9^{200} \approx 7{,}1 \cdot 10^{-10}$	2	K1: I K3: I
d	$P_{0,1}^{200}(Y \geq k) > 0{,}8 \Leftrightarrow k \leq 16$ Unter den 200 ausgewählten Fahrrädern sind mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 80 % mindestens 16 versicherte Pedelecs.	3	K2: II K5: II K6: II
		25	

	Aufgabe B4 (Stochastik)	**BE**	
1 a	$\frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} = 72\,\%$	2	K2: I K3: I K5: I
b	X: Anzahl der gespielten langen Stücke $P_{0,6}^{12}(X = 5) \approx 10{,}1\,\%$ $P_{0,6}^{12}(X > 6) \approx 66{,}5\,\%$	4	K3: I K5: I
2 a	Es soll vermieden werden, dass ein Preisnachlass verlangt wird, obwohl der Anteil der fehlerhaften Hüllen kleiner als 5 % ist. Begründung: Durch die gewählte Nullhypothese wird das Risiko für den Fehler, der vermieden werden soll, begrenzt.	3	K1: III K3: III K6: II
b	Y: Anzahl der CDs mit fehlerhaften Hüllen $P_{0,05}^{100}(Y \geq k) \leq 0{,}1 \Leftrightarrow k \geq 12$ Damit: Sind mindestens zwölf Hüllen fehlerhaft, wird ein Preisnachlass verlangt.	5	K1: II K2: II K3: II K5: II
c	$P_{0,081}^{250}(Y \leq 17) \approx 0{,}26$ $P_{0,082}^{250}(Y \leq 17) \approx 0{,}24997$ Da die Wahrscheinlichkeit für den Fehler zweiter Art mit steigendem Anteil fehlerhafter Hüllen abnimmt, ergibt sich für den gesuchten Bereich näherungsweise $[0{,}082;1]$.	4	K1: III K2: III K3: III K5: II K6: II

3 a	$\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{b}{2\pi}\right)^2\cdot\left(1-\frac{b}{2\pi}\right)=\frac{3}{4\pi^2}b^2-\frac{3}{8\pi^3}b^3$	3	K2: II K3: II K5: II K6: I
b	Für $0\le b\le 2\pi$ liefert $\frac{3}{4\pi^2}b^2-\frac{3}{8\pi^3}b^3=\frac{1}{9}$: $b_1\approx 1{,}37$ und $b_2\approx 6{,}03$	4	K2: II K3: II K5: II
		25	

	Aufgabe B5 (Geometrie)	**BE**	
a	$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}0\\30\\0\end{pmatrix}=\frac{15}{7}\cdot\begin{pmatrix}0\\14\\0\end{pmatrix}=\frac{15}{7}\cdot\overrightarrow{DC}\Rightarrow\overline{AB}\parallel\overline{CD}$ $\overrightarrow{DA}\circ\overrightarrow{DC}=\begin{pmatrix}15\\0\\-8\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\14\\0\end{pmatrix}=0$, somit hat ABCD bei D einen rechten Innenwinkel.	3	K1: I K5: I
b	$\frac{1}{2}\cdot\left(\left\|\overrightarrow{AB}\right\|+\left\|\overrightarrow{DC}\right\|\right)\cdot\left\|\overrightarrow{AD}\right\|=\frac{1}{2}\cdot(30+14)\cdot\left\|\begin{pmatrix}-15\\0\\8\end{pmatrix}\right\|=\frac{1}{2}\cdot 44\cdot 17=374$	3	K5: II
c	$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}=\begin{pmatrix}240\\0\\450\end{pmatrix}=30\cdot\begin{pmatrix}8\\0\\15\end{pmatrix}$; somit: $H: 8x_1+15x_3-c=0$ $A\in H\Leftrightarrow c=136$ H verläuft parallel zur x_2-Achse.	3	K2: II K5: II
d	$(12-8)\cdot 10\,\text{m}=40\,\text{m}$	2	K3: I K4: I K5: I
e	Inhalt der Anbaufläche: $90\,\%\cdot 374\cdot 100\,\text{m}^2\approx 3{,}4\,\text{ha}$ Bezeichnet man die Größe des Neigungswinkels des Hangs mit φ, so gilt: $\cos\varphi=\frac{\begin{pmatrix}8\\0\\15\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\left\|\begin{pmatrix}8\\0\\15\end{pmatrix}\right\|\cdot\left\|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\|}=\frac{15}{17}\Rightarrow\varphi\approx 28{,}1^\circ>17^\circ$ Es handelt sich daher um eine Steillage.	6	K1: I K3: II K5: II K6: I
f	Die Positionen der Augen des Wanderers werden durch die Strecke $s:\vec{x}=\overrightarrow{OB}+\lambda\cdot\overrightarrow{BD}+\begin{pmatrix}0\\0\\0{,}2\end{pmatrix}$, $\lambda\in[0;1]$, beschrieben. Bestimmung einer Gleichung einer Ebene W, die S und $\overline{CD}$ enthält: $\overrightarrow{SC}\times\overrightarrow{SD}=\begin{pmatrix}-56\\0\\-112\end{pmatrix}=-56\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$; $W: x_1+2x_3-c=0$; $S\in W\Leftrightarrow c=18$ Einsetzen von s in W liefert: $(17-15\lambda)+2\cdot(0{,}2+8\lambda)-18=0\Leftrightarrow\lambda=\frac{3}{5}$ $\overrightarrow{OB}+\frac{3}{5}\cdot\overrightarrow{BD}=\begin{pmatrix}8\\2\\4{,}8\end{pmatrix}$ gesuchte Höhe: $48\,\text{m}$	8	K1: II K2: III K3: III K4: II K5: III
		25	

	Aufgabe B6 (Geometrie)	BE	
a	$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}0\\10\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}-10\\0\\0\end{pmatrix}$, d. h. $\left\lvert\overrightarrow{AB}\right\rvert=\left\lvert\overrightarrow{BC}\right\rvert$	2	K5: I
b	Wegen $\overrightarrow{AB}\circ\overrightarrow{BC}=0$ schließen die gleich langen Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ einen rechten Winkel ein. $D(-5\mid -5\mid 12)$	3	K1: I K4: I
c	$\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BT}=\begin{pmatrix}0\\-120\\50\end{pmatrix}=-10\cdot\begin{pmatrix}0\\12\\-5\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}0\\12\\-5\end{pmatrix}\circ\left(\vec{x}-\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\right)=0\Rightarrow E:12y-5z=0$	2	K5: II
d	$\tan\varphi=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot\left\lvert\overline{ST}\right\rvert}{\frac{1}{2}\cdot\left\lvert\overline{AB}\right\rvert}=\frac{12}{5}$, d. h. $\varphi\approx 67{,}4°$	3	K4: II K5: I
e	Für B und C gilt $k\cdot 5-5\cdot 12=5k-60$.	2	K1: II K5: I
f	$k\cdot 0-5z=5k-60\Leftrightarrow z=12-k$, d. h. E_k schneidet die z-Achse im Punkt $(0\mid 0\mid 12-k)$. Damit ergibt sich $-12\le k\le 0$.	4	K1: II K2: III K4: II K5: II K6: II
g	Da sich F durch Spiegelung an der xz-Ebene aus E ergibt, ist $\vec{n}=\begin{pmatrix}0\\-12\\-5\end{pmatrix}$ ein Normalenvektor von F. $\begin{pmatrix}0\\k\\-5\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\-12\\-5\end{pmatrix}=0\Leftrightarrow k=\frac{25}{12}$	4	K1: II K2: I K4: I K5: II K6: II
h	 $y_{S'}=24\cdot\cos(90°-\varphi)\approx 22{,}2$ Größe des Drehwinkels: $\varphi\approx 67{,}4°$	5	K1: II K2: III K4: III K5: I K6: II
		25	