ILLUSTRIERENDE PRÜFUNGSAUFGABEN FÜR DIE SCHRIFTLICHE ABITURPRÜFUNG

Teil 2: Erläuterungen und Lösungsvorschläge

Die Illustrierenden Prüfungsaufgaben (Teil 1: Beispielaufgaben, Teil 2: Erläuterungen und Lösungsvorschläge) dienen der einmaligen exemplarischen Veranschaulichung von Struktur, Anspruch und Niveau der Abiturprüfung im neunjährigen Gymnasium in Bayern.

Mathematik

erhöhtes Anforderungsniveau

Prüfungsteile A und B

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der jeweils am rechten Rand der Aufgabenstellung vermerkten, maximal erreichbaren Anzahl von Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

Für jede Teilaufgabe sind die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und die Anforderungsbereiche ausgewiesen, die für die Bearbeitung eine wesentliche Rolle spielen.

Die von einem Prüfling in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten werden gemäß folgender Tabelle in Notenpunkte umgesetzt:

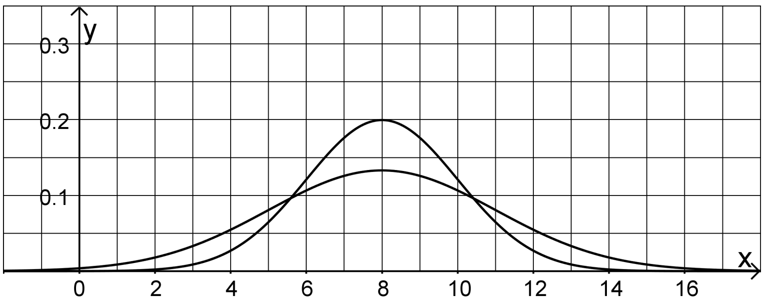
Intervall	Anzahl der mindestens zu erreichenden Bewertungseinheiten	Notenpunkte	Notenstufe
15 %	114 108 102	15 14 13	+1 1 1−
15 %	96 90 84	12 11 10	+2 2 2−
15 %	78 72 66	9 8 7	+3 3 3−
15 %	60 54 48	6 5 4	+4 4 4−
20 %	40 32 24	3 2 1	+5 5 5−
20 %	0	0	6

Prüfungsteil A

Aufgabengruppe 1 (Pflichtteil)

	Aufgabe A1 (Analysis)	**BE**	
a	Der Punkt P ist ein Wendepunkt des Graphen von f.	1	K1: I K6: I
b	$f'(x) = 2 \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x}$; $f'(e) = \frac{2}{e}$; $1 = \frac{2}{e} \cdot e + t \Leftrightarrow t = -1$ Damit: $y = \frac{2}{e} \cdot x - 1$	4	K2: I K5: II
		5	

	Aufgabe A2 (Analysis)	**BE**	
a	$f'(x) = 4x^3 - 2kx = 2x \cdot \left(2x^2 - k\right)$	1	K5: I
b	Für $x \neq 0$ ergibt sich: $2x^2 - k = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{\frac{k}{2}} \vee x = \sqrt{\frac{k}{2}}$ Für $k > 0$ gilt: $f\left(\sqrt{\frac{k}{2}}\right) = \frac{k^2}{4} - k \cdot \frac{k}{2} = -\frac{k^2}{4}$; $-\frac{k^2}{4} = -1 \Leftrightarrow k = 2$	4	K2: II K4: I K5: II
		5	

	Aufgabe A3 (Stochastik)	**BE**	
a	$\frac{100\,\% - 68\,\%}{2} = 16\,\%$	2	K2: II K5: I
b		3	K4: II K6: II
		5	

	Aufgabe A4 (Geometrie)	**BE**	
	Alle Punkte der rechten Seitenwand haben im Modell die y-Koordinate 7. $\overrightarrow{OL} + \frac{7}{6} \cdot \overrightarrow{LS} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \frac{7}{6} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 7 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$ Da $0 < 0{,}5 < 4$ und $0 < 1{,}5 < 3$ gilt, liegt der Schatten auf der rechten Seitenwand.	5	K1: I K2: II K3: I K4: I K5: II K6: II
		5	

Aufgabengruppe 2 (Wahlteil)

	Aufgabe A5 (Analysis)	**BE**	
a	Der Graph von f hat den Hochpunkt $(-2\vert 1)$, der Graph von g den Tiefpunkt $(-2\vert -1)$.	2	K1: II K2: I K6: I
b	$h(-x)=f(-x)\cdot(g(-x))^3=f(x)\cdot(-g(x))^3=-f(x)\cdot(g(x))^3=-h(x)$ Damit ist der Graph von h symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs.	3	K1: III K4: II K5: III
		5	

	Aufgabe A6 (Analysis)	**BE**	
	Für $x\geq 0$ gilt: $x=\frac{1}{4}y^2 \Leftrightarrow 4x=y^2 \Leftrightarrow \sqrt{4x}=y$ gesuchtes Volumen: $\pi\cdot\int_0^1\left(\sqrt{4x}\right)^2 dx=\pi\cdot\int_0^1 4x\,dx=\pi\cdot\left[2x^2\right]_0^1=2\pi$	5	K1: II K2: III K5: III
		5	

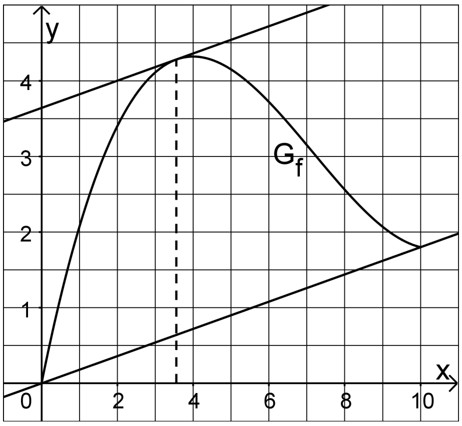
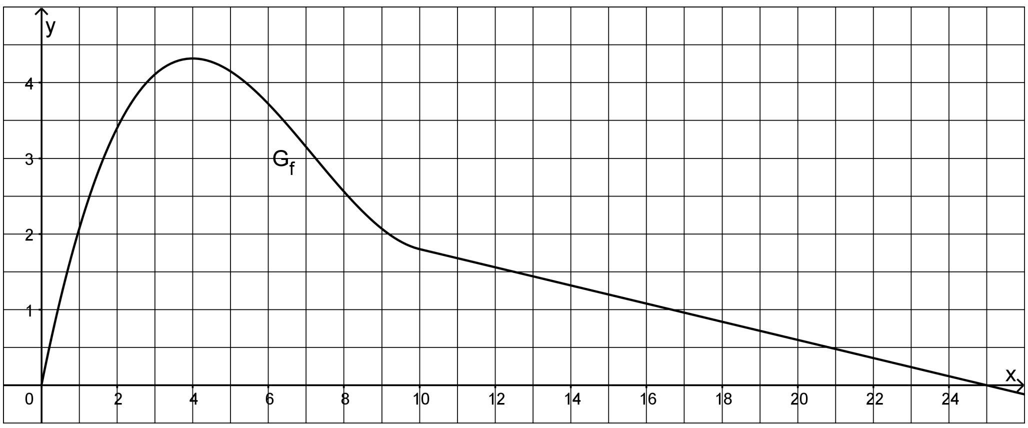
	Aufgabe A7 (Stochastik)	**BE**	
	Der Spieler wird noch einmal würfeln, wenn der andere Spieler beim nächsten Wurf die Augensumme 16 oder die Augensumme 17 erzielt. Für den Wurf des anderen Spielers kommen also folgende Fälle infrage: • für die Augensumme 16: einmal 4 und zweimal 6; zweimal 5 und einmal 6 • für die Augensumme 17: einmal 5 und zweimal 6 Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Spieler noch einmal würfelt, beträgt demnach $2\cdot 3\cdot\frac{1}{6^3}+3\cdot\frac{1}{6^3}=\frac{9}{216}=\frac{1}{24}$.	5	K2: III K3: III K5: II
		5	

	Aufgabe A8 (Stochastik)	**BE**	
a	Der erste Faktor gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, zwei der drei Farben auszuwählen, der zweite die Anzahl der Möglichkeiten für die Anzahl der Tulpen einer der beiden Farben.	2	K3: II K4: I K6: I
b	Es gibt eine Möglichkeit, den Strauß aus jeweils fünf Tulpen der drei Farben, und $3\cdot 2$ Möglichkeiten, den Strauß aus vier Tulpen einer ersten Farbe, fünf Tulpen einer zweiten Farbe und sechs Tulpen der dritten Farbe zusammenzustellen – insgesamt also sieben Möglichkeiten.	3	K2: III K3: II
		5	

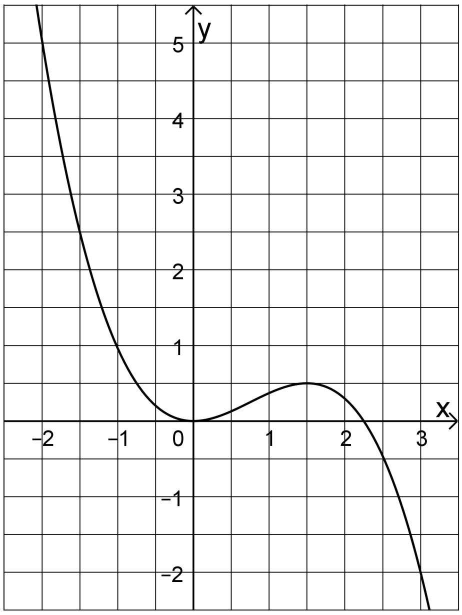
	Aufgabe A9 (Geometrie)	**BE**	
a	$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}$	1	K1: I K5: I
b	T hat den Ortsvektor $\lambda \cdot \overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{TB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3-\lambda \\ 4-7\lambda \\ 1-3\lambda \end{pmatrix} = 9 - 3\lambda + 16 - 28\lambda + 1 - 3\lambda = 26 - 34\lambda$ $26 - 34\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{13}{17}$ Damit beträgt das gesuchte Verhältnis $13:4$.	4	K2: III K5: II K6: II
		5	

	Aufgabe A10 (Geometrie)	**BE**	
	$P(0\,\vert\,0\,\vert\,p_3)$; $P \in E \Leftrightarrow p_3 = 2$ Der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ist orthogonal zum Normalenvektor von E, verläuft also parallel zu E. $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} + \frac{10}{\vert\vec{v}\vert} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{10}{5} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$ Somit: $P(0\,\vert\,0\,\vert\,2)$ und $Q(0\,\vert\,6\,\vert\,10)$	5	K2: III K5: II
		5	

Prüfungsteil B

	Aufgabe B1 (Analysis)	BE	
1 a	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ Der Graph der ganzrationalen Funktion f ist nicht symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs, da der Term von f nicht nur Potenzen von x mit ungeradem Exponenten enthält.	3	K1: I K5: I
b	$f'(x) = \frac{1}{100} \cdot \left(6x^2 - 86x + 248\right)$; $f''(x) = \frac{1}{100} \cdot (12x - 86)$ Für $x < 7\frac{1}{6}$ ist $f''(x) < 0$.	3	K5: I
c	 $x_0 \approx 3,6$	3	K2: II K4: II
d	$f'(10) = -0,12$; $f(10) = 1,8$ $1,8 = -0,12 \cdot 10 + n \Leftrightarrow n = 3$ $y = -0,12x + 3$ 	4	K4: I K5: I
e	Der Graph G_f ist symmetrisch bezüglich des Punkts $\left(7\frac{1}{6} \mid f\left(7\frac{1}{6}\right)\right)$. x-Koordinate von T: $7\frac{1}{6} + \left(7\frac{1}{6} - 4\right) = 10\frac{1}{3}$ y-Koordinate von T: etwa $3,05 - (4,32 - 3,05) = 1,78$	4	K2: II K4: III K5: I K6: II
2 a	$g_k'(x) = 3 \cdot e^{kx} + 3x \cdot k \cdot e^{kx} = 3e^{kx} \cdot (1 + kx)$ $g_k'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{k}$ Mit $E_1\left(-1 \mid -3e^{-1}\right)$ und $E_3\left(-\frac{1}{3} \mid -e^{-1}\right)$ erhält man als Steigung der Gerade: $\frac{-e^{-1} - \left(-3e^{-1}\right)}{-\frac{1}{3} - (-1)} = \frac{2e^{-1}}{\frac{2}{3}} = 3e^{-1}$	5	K2: III K5: II
b	$12 \cdot e^{4k} = \frac{12}{e} \Leftrightarrow e^{4k} = \frac{1}{e} \Leftrightarrow k = -0,25$	2	K1: II K5: I

c	$a=\frac{12}{e}$ oder $a\in\left]-\infty;0\right]$	2	K1: II K2: II K4: II
3 a	Vier Monate nach der Geburt nimmt die Masse eines Hundes der betrachteten Rasse am stärksten zu. $\frac{g_{-0,25}(4)-f(4)}{f(4)}=\frac{12e^{-1}-4,32}{4,32}\approx 2,2\,\%$ Damit ist die Abweichung nicht größer als 3 %.	3	K2: II K4: I K5: I K6: II
b	$-0,12x+3=0 \Leftrightarrow x=25$	2	K2: I K3: II K5: I
c	Der Graph G_f für $0\le x\le 10$ und die Tangente t für $10\le x\le 25$ beschreiben die lokale Änderungsrate der Zunahme der Körpermasse. Die Zunahme der Körpermasse in den ersten 25 Lebensmonaten ist die zu dieser lokalen Änderungsrate gehörige Gesamtänderung. Sie lässt sich folglich mithilfe der Summe der Inhalte der beiden Flächenstücke, die im Bereich $0\le x\le 10$ von G_f und der x-Achse und im Bereich $10\le x\le 25$ von der Tangenten t und der x-Achse begrenzt werden, ermitteln: $m=\int_0^{10} f(x)\,dx+\frac{1}{2}\cdot(-0,12\cdot 10+3)\cdot(25-10)=$ $=\left[\frac{1}{100}\cdot\left(0,5x^4-\frac{43}{3}x^3+124x^2\right)\right]_0^{10}+13,5=\frac{92}{3}+13,5\approx 44,2$	5	K1: II K3: II K4: I K5: II K6: II
d	$\frac{1}{2}\cdot\left(f(x)+g_{-0,25}(x)\right);\ \frac{1}{4}\cdot f(x)+\frac{3}{4}\cdot g_{-0,25}(x)$	4	K2: III K5: II K6: II
		40	

	Aufgabe B2 (Analysis)	**BE**	
1 a	$f'(x)=-\frac{8}{9}x^2+\frac{4}{3}x,\ f''(x)=-\frac{16}{9}x+\frac{4}{3}$ $f'(x)=0 \Leftrightarrow x\cdot\left(-\frac{8}{9}x+\frac{4}{3}\right)=0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{3}{2}$ $f''(0)=\frac{4}{3}>0,\ f''\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{4}{3}<0$ Damit hat G_f den Tiefpunkt $(0\|0)$ und den Hochpunkt $\left(\frac{3}{2}\|\frac{1}{2}\right)$. $f(-2)\approx 5,0$  	7	K1: I K4: I K5: I
b	$f'\left(\frac{9}{4}\right)=-\frac{3}{2};\ -\frac{3}{2}\cdot\frac{9}{4}+\frac{27}{8}=0$ Der angegebene Term gibt den Flächeninhalt des Dreiecks an, das die Koordinatenachsen mit der Tangente einschließen. Für $0<x<\frac{9}{4}$ verläuft G_f innerhalb dieses Dreiecks.	5	K1: II K2: II K4: I K5: I K6: II

<table>
<tr><td>2 a</td><td>Aus den beschriebenen Bedingungen ergibt sich:
I: $g(0)=1{,}5$; II: $g'(0)=0$; III: $g(3)=-0{,}5$; IV: $g'(3)=-4$
Mit $g(x)=ax^2+bx+c$ ergibt sich aus II $b=0$, aus I $c=1{,}5$ und damit aus III $a=-\frac{2}{9}$. Daraus folgt $g'(3)=-\frac{4}{3}$ im Widerspruch zu IV.</td><td>6</td><td>K1: II
K2: II
K5: II
K6: I</td></tr>
<tr><td>b</td><td>Die Entfernungen von M zu den Punkten $(x\,|\,g(x))$ können in Abhängigkeit von x mithilfe der Funktion d mit $d(x)=\sqrt{(x-1{,}5)^2+(g(x)-1)^2}$ bestimmt werden. Der Abbildung ist zu entnehmen, dass sich die kleinste dieser Entfernungen nicht für einen der Punkte A und B ergibt. Berechnet man für die Lösungen der Gleichung $d'(x)=0$ mit $x\in\,]0;3[$ die zugehörigen Funktionswerte von d, so entspricht der kleinste dieser Werte dem gesuchten Abstand.</td><td>5</td><td>K1: III
K2: III
K6: III</td></tr>
<tr><td>3 a</td><td>$317\cdot p^{25}=346$ liefert $\sqrt[25]{\frac{346}{317}}\approx 1{,}0035$, d. h. die jährliche Wachstumsrate beträgt etwa 0,35 %.</td><td>3</td><td>K2: II
K3: II
K5: I</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$346\cdot 1{,}0035^{25}\approx 378<390$
Der Durchschnittswert der CO_2-Konzentration für das Jahr 2010 ist größer als der, der sich bei einer unveränderten Fortsetzung des exponentiellen Wachstums ergeben hätte.</td><td>3</td><td>K3: I
K5: I
K6: I</td></tr>
<tr><td>c</td><td>Der Graph von k geht aus dem Graphen von s hervor durch
1. Streckung in x-Richtung mit dem Faktor $\frac{6}{\pi}$
2. Streckung in y-Richtung mit dem Faktor 3,3
3. Verschiebung um 406 in positive y-Richtung
Die Reihenfolge der Schritte ist von Bedeutung. Würde man die Verschiebung in y-Richtung vor der Streckung in y-Richtung durchführen, so hätten die Punkte des entstehenden Graphen deutlich größere y-Koordinaten als die des Graphen von k.</td><td>5</td><td>K1: II
K4: II
K6: II</td></tr>
<tr><td>d</td><td>$\frac{1}{8}\cdot\int_0^8 k(x)\,dx=\frac{1}{8}\cdot\left[-\frac{3{,}3\cdot 6}{\pi}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)+406x\right]_0^8\approx 407{,}2$
$\frac{k(3)-407{,}2}{407{,}2}=\frac{409{,}3-407{,}2}{407{,}2}\approx 0{,}5\,\%$</td><td>6</td><td>K3: II
K4: II
K5: II
K6: III</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>40</td><td></td></tr>
</table>

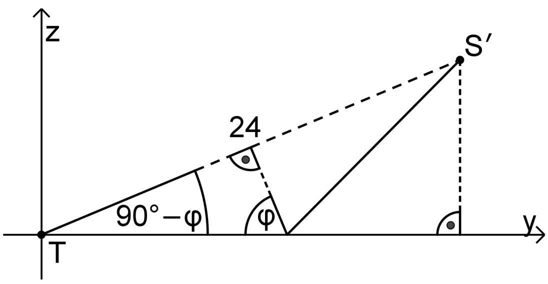
<table>
<tr><td></td><td>Aufgabe B3 (Stochastik)</td><td>BE</td><td></td></tr>
<tr><td>1 a</td><td><table><tr><td></td><td>E</td><td>$\overline{E}$</td><td></td></tr><tr><td>H</td><td>105</td><td>273</td><td>378</td></tr><tr><td>$\overline{H}$</td><td>105</td><td>147</td><td>252</td></tr><tr><td></td><td>210</td><td>420</td><td>630</td></tr></table>$P(H)=1-0{,}4=0{,}6$; $P_E(H)=\frac{105}{210}=0{,}5$
Wegen $P(H)\neq P_E(H)$ sind die Ereignisse stochastisch abhängig.</td><td>3</td><td>K1: I
K3: II
K5: I</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$p_1=P(\overline{E}\cap H)=\frac{273}{630}\approx 43{,}3\,\%$; $p_2=P_{\overline{E}}(H)=\frac{273}{420}=65\,\%$</td><td>4</td><td>K2: II
K3: II
K5: I</td></tr>
<tr><td>c</td><td>Wegen $p_2=\frac{P(\overline{E}\cap H)}{P(\overline{E})}=\frac{p_1}{P(\overline{E})}$ und $P(\overline{E})\leq 1$ gilt $p_2\geq p_1$.</td><td>2</td><td>K1: II
K2: III
K6: II</td></tr>
</table>

2	n: Anzahl der 50-km-Abschnitte Z: Anzahl der Reifenpannen $P_{0,016}^{n}(Z \geq 1) > 0{,}9 \Leftrightarrow P_{0,016}^{n}(Z = 0) < 0{,}1 \Leftrightarrow 0{,}984^{n} < 0{,}1$ $n > \log_{0,984} 0{,}1 = 142{,}7...$ gesuchte Länge: $143 \cdot 50\,\text{km} = 7150\,\text{km}$	5	K1: I K2: III K3: II K5: II
3 a	$P_{0,4}^{200}(70 \leq X \leq 90) = P_{0,4}^{200}(X \leq 90) - P_{0,4}^{200}(X \leq 69) \approx 87{,}1\,\%$ Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass unter den 200 ausgewählten Fahrrädern wenigstens 70 und höchstens 90 Pedelecs sind.	3	K3: I K5: I K6: I
b	„Die ersten beiden und genau 75 der restlichen 198 Fahrräder sind Pedelecs.“	2	K3: II K4: II K6: II
c	$\frac{1}{4} \cdot 0{,}4 = 0{,}1$; $P(Y = 0) = \binom{200}{0} \cdot 0{,}1^{0} \cdot 0{,}9^{200} = 0{,}9^{200} \approx 7{,}1 \cdot 10^{-10}$	2	K1: I K3: I
d	$P_{0,1}^{200}(Y \geq k) > 0{,}8 \Leftrightarrow 1 - P_{0,1}^{200}(Y \leq k-1) > 0{,}8 \Leftrightarrow P_{0,1}^{200}(Y \leq k-1) < 0{,}2$ Mit $P_{0,1}^{200}(Y \leq 15) \approx 14{,}3\,\%$ und $P_{0,1}^{200}(Y \leq 16) \approx 20{,}7\,\%$ ergibt sich $k - 1 \leq 15 \Leftrightarrow k \leq 16$, also ist 16 der größtmögliche Wert von k. Unter den 200 ausgewählten Fahrrädern sind mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 80 % mindestens 16 versicherte Pedelecs.	4	K2: II K5: II K6: II
		25	

	Aufgabe B4 (Stochastik)	**BE**	
1 a	$\frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} = 72\,\%$	2	K2: I K3: I K5: I
b	X: Anzahl der gespielten langen Stücke $P_{0,6}^{12}(X = 5) \approx 10{,}1\,\%$ $P_{0,6}^{12}(X > 6) \approx 66{,}5\,\%$	4	K3: I K5: I
2 a	Es soll vermieden werden, dass ein Preisnachlass verlangt wird, obwohl der Anteil der fehlerhaften Hüllen kleiner als 5 % ist. Begründung: Durch die gewählte Nullhypothese wird das Risiko für den Fehler, der vermieden werden soll, begrenzt.	3	K1: III K3: III K6: II
b	Y: Anzahl der CDs mit fehlerhaften Hüllen $P_{0,05}^{100}(Y \geq k) \leq 0{,}1 \Leftrightarrow k \geq 12$ Damit: Sind mindestens zwölf Hüllen fehlerhaft, wird ein Preisnachlass verlangt.	5	K1: II K2: II K3: II K5: II
c	$P_{0,081}^{250}(Y \leq 17) \approx 0{,}26$ $P_{0,082}^{250}(Y \leq 17) \approx 0{,}24997$ Da die Wahrscheinlichkeit für den Fehler zweiter Art mit steigendem Anteil fehlerhafter Hüllen abnimmt, ergibt sich für den gesuchten Bereich näherungsweise $[0{,}082; 1]$.	4	K1: III K2: III K3: III K5: II K6: II
3 a	$\binom{3}{2} \cdot \left(\frac{b}{2\pi}\right)^{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{2\pi}\right) = 3 \cdot \frac{b^{2}}{4\pi^{2}} \cdot \left(1 - \frac{b}{2\pi}\right) = \frac{3}{4\pi^{2}} b^{2} - \frac{3}{8\pi^{3}} b^{3}$	4	K2: II K3: II K5: II K6: I

b	$\frac{3}{4\pi^2}b^2 - \frac{3}{8\pi^3}b^3 = \frac{1}{9}$	3	K2: II K3: II K5: II
		25	

	Aufgabe B5 (Geometrie)	**BE**	
a	$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{15}{7} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 14 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{15}{7} \cdot \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ $\overrightarrow{DA} \circ \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 14 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$, somit hat ABCD bei D einen rechten Innenwinkel.	3	K1: I K5: I
b	$\frac{1}{2} \cdot \left(\left\| \overrightarrow{AB} \right\| + \left\| \overrightarrow{DC} \right\| \right) \cdot \left\| \overrightarrow{AD} \right\| = \frac{1}{2} \cdot (30 + 14) \cdot \left\| \begin{pmatrix} -15 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} \right\| = \frac{1}{2} \cdot 44 \cdot 17 = 374$	3	K5: II
c	$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -15 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 240 \\ 0 \\ 450 \end{pmatrix} = 30 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix}$; somit: $H: 8x_1 + 15x_3 - c = 0$ $A \in H \Leftrightarrow c = 136$ H verläuft parallel zur x_2-Achse.	4	K2: II K5: II
d	$(12-8) \cdot 10\,\text{m} = 40\,\text{m}$	2	K3: I K4: I K5: I
e	Inhalt der Anbaufläche: $90\,\% \cdot 374 \cdot 100\,\text{m}^2 \approx 3{,}4\,\text{ha}$ Bezeichnet man die Größe des Neigungswinkels des Hangs mit φ, so gilt: $\cos\varphi = \dfrac{\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\left\| \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|} = \frac{15}{17} \Rightarrow \varphi \approx 28{,}1° > 17°$ Es handelt sich daher um eine Steillage.	6	K1: I K3: II K5: II K6: I
f	Gleichung der Gerade BD: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 17 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -15 \\ -30 \\ 8 \end{pmatrix}, \ \lambda \in \mathbb{R}$ $0 + \lambda \cdot 8 = 6 \Leftrightarrow \lambda = \frac{3}{4}$ $\begin{pmatrix} 17 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{3}{4} \cdot \begin{pmatrix} -15 \\ -30 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0{,}2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5{,}75 \\ -2{,}5 \\ 6{,}2 \end{pmatrix}$ Der Blickpunkt des Wanderes entspricht somit im Modell dem Punkt $W(5{,}75 \mid -2{,}5 \mid 6{,}2)$. Gleichung der Gerade WS: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 12 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 11{,}75 \\ -4{,}5 \\ -5{,}8 \end{pmatrix}, \ \mu \in \mathbb{R}$ Einsetzen in die Gleichung von H liefert: $8 \cdot (-6 + 11{,}75\mu) + 15 \cdot (12 - 5{,}8\mu) - 136 = 0 \Leftrightarrow \mu = \frac{4}{7}$ Also hat der Schnittpunkt von WS und H die x_3-Koordinate $12 + \frac{4}{7} \cdot (-5{,}8) = 8\frac{24}{35}$. Wegen $8\frac{24}{35} > 8$ befindet sich dieser oberhalb der Ebene mit der Gleichung $x_3 = 8$, in welcher die Kante $\overline{DC}$ des Hangtrapezes liegt. Die Sicht ist also nicht vom Hang versperrt.	7	K1: III K2: III K3: II K4: II K5: II K6: II
		25	

	Aufgabe B6 (Geometrie)	BE	
a	$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}0\\10\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}-10\\0\\0\end{pmatrix}$, d. h. $\left\lvert\overrightarrow{AB}\right\rvert=\left\lvert\overrightarrow{BC}\right\rvert$	2	K5: I
b	Wegen $\overrightarrow{AB}\circ\overrightarrow{BC}=0$ schließen die gleich langen Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ einen rechten Winkel ein. $D(-5\mid-5\mid12)$	3	K1: I K4: I
c	$\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BT}=\begin{pmatrix}0\\-120\\50\end{pmatrix}=-10\cdot\begin{pmatrix}0\\12\\-5\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}0\\12\\-5\end{pmatrix}\circ\left(\vec{x}-\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\right)=0\Rightarrow E: 12y-5z=0$	3	K5: II
d	$\tan\varphi=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot\left\lvert\overline{ST}\right\rvert}{\frac{1}{2}\cdot\left\lvert\overline{AB}\right\rvert}=\frac{12}{5}$, d. h. $\varphi\approx67{,}4°$	3	K4: II K5: I
e	Für B und C gilt $k\cdot5-5\cdot12=5k-60$.	2	K1: II K5: I
f	$k\cdot0-5z=5k-60\Leftrightarrow z=12-k$, d. h. E_k schneidet die z-Achse im Punkt $(0\mid0\mid12-k)$. Damit ergibt sich $-12\leq k\leq0$.	4	K1: II K2: III K4: II K5: II K6: II
g	Da sich F durch Spiegelung an der xz-Ebene aus E ergibt, ist $\vec{n}=\begin{pmatrix}0\\-12\\-5\end{pmatrix}$ ein Normalenvektor von F. $\begin{pmatrix}0\\k\\-5\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\-12\\-5\end{pmatrix}=0\Leftrightarrow k=\frac{25}{12}$	4	K1: II K2: I K4: I K5: II K6: II
h	 $y_{S'}=24\cdot\cos(90°-\varphi)\approx22{,}2$	4	K1: II K2: III K4: III K5: I K6: II
		25	