**ILLUSTRIERENDE PRÜFUNGSAUFGABEN FÜR DIE SCHRIFTLICHE ABITURPRÜFUNG**

**Teil 1: Beispielaufgaben**

Die Illustrierenden Prüfungsaufgaben (Teil 1: Beispielaufgaben, Teil 2: Erläuterungen und Lösungsvorschläge) dienen der einmaligen exemplarischen Veranschaulichung von Struktur, Anspruch und Niveau der Abiturprüfung im neunjährigen Gymnasium in Bayern.

# Mathematik

## erhöhtes Anforderungsniveau

# Prüfungsteil A

Bei der Bearbeitung der Aufgaben dürfen keine Hilfsmittel verwendet werden.

Spätester Abgabezeitpunkt: **110 Minuten** nach Prüfungsbeginn

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

**Vom Prüfling auszufüllen:**

Insgesamt sind **zwei** Kreuze zu setzen.

Ich wähle für die Aufgabengruppe 2 (Wahlteil) des Prüfungsteils A aus den Aufgaben A5 bis A10 folgende zwei Aufgaben zur Bearbeitung aus; nur diese gehen in die Bewertung ein:

- ☐ Aufgabe A5 (Analysis)
- ☐ Aufgabe A6 (Analysis)
- ☐ Aufgabe A7 (Stochastik)
- ☐ Aufgabe A8 (Stochastik)
- ☐ Aufgabe A9 (Geometrie)
- ☐ Aufgabe A10 (Geometrie)

# Aufgabengruppe 1 (Pflichtteil)

Jede der Aufgaben A1 bis A4 ist zu bearbeiten.

**Aufgabe A1 (Analysis)** **BE**

Gegeben ist die in $\mathbb{R}^+$ definierte Funktion $f: x \mapsto (\ln x)^2$. Der Graph von f verläuft durch den Punkt $P(e\,|\,1)$.

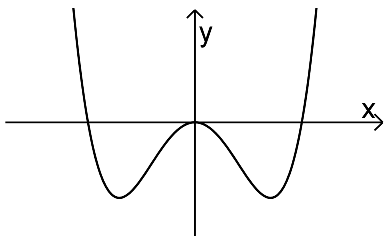
**a** Die zweite Ableitungsfunktion von f besitzt an der Stelle $x = e$ eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel. Geben Sie die Bedeutung dieser Tatsache für den Graphen von f an. 1

**b** Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt P. 4

5

**Aufgabe A2 (Analysis)** **BE**

Gegeben ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = x^4 - kx^2$, wobei k eine positive reelle Zahl ist. Die Abbildung zeigt den Graphen von f.



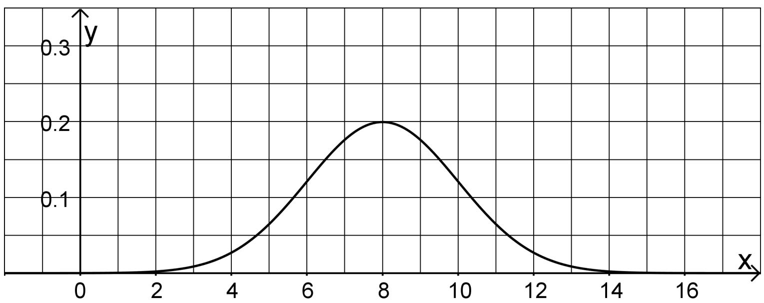

**a** Zeigen Sie, dass $f'(x) = 2x \cdot \left(2x^2 - k\right)$ ein Term der ersten Ableitungsfunktion von f ist. 1

**b** Die beiden Tiefpunkte des Graphen von f haben jeweils die y-Koordinate $-1$. Ermitteln Sie den Wert von k. 4

5

**Aufgabe A3 (Stochastik)** **BE**

Die Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion der normalverteilten Zufallsgröße A.




**a** Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass A einen Wert aus dem Intervall $[6;10]$ annimmt, beträgt etwa 68 %. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass A einen Wert annimmt, der größer als 10 ist. 2

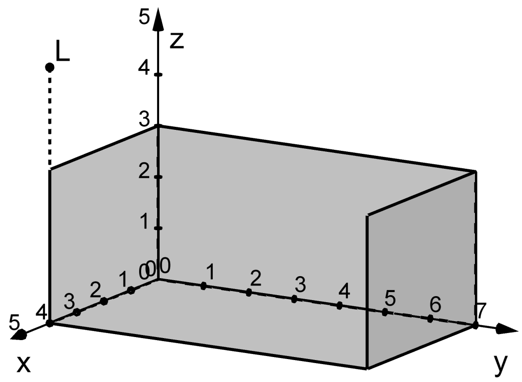
**b** Die Zufallsgröße B ist ebenfalls normalverteilt; der Erwartungswert von B ist ebenso groß wie der Erwartungswert von A, die Standardabweichung von B ist größer als die Standardabweichung von A. Skizzieren Sie in der Abbildung einen möglichen Graphen der Dichtefunktion von B. 3

5

**Aufgabe A4 (Geometrie)**

BE

Die Abbildung zeigt in einem Koordinatensystem modellhaft eine 7 m breite Theaterkulisse. Die linke Seitenwand liegt im Modell in der xz-Ebene, die rechte Seitenwand ist dazu parallel. Ein auf der Bühne stehender Gegenstand wird von einer Lampe beleuchtet. Die Lampe wird im Modell durch den Punkt $L(4|0|5)$ dargestellt, die Spitze des Gegenstands durch den Punkt $S(1|6|2)$.




Untersuchen Sie rechnerisch, ob der Schatten der Spitze auf der rechten Seitenwand liegt. 5

5

# Aufgabengruppe 2 (Wahlteil)

Aus den Aufgaben A5 bis A10 sind vom Prüfling zwei beliebige Aufgaben zur Bearbeitung auszuwählen.

## Aufgabe A5 (Analysis) — BE

Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f und g. Der Graph von f ist symmetrisch bezüglich der y-Achse, der Graph von g ist symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs. Beide Graphen haben einen Hochpunkt im Punkt $(2\,|\,1)$.

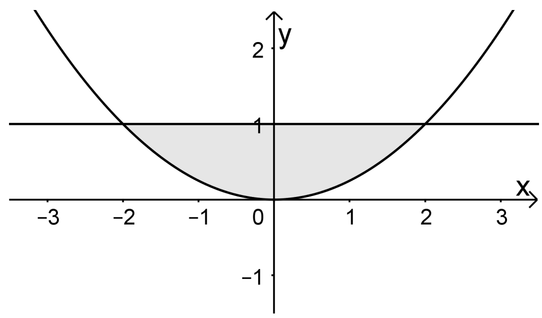
**a** Geben Sie für die Graphen von f und g jeweils die Koordinaten und die Art eines weiteren Extrempunkts an. 2

**b** Untersuchen Sie die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion h mit $h(x) = f(x) \cdot (g(x))^3$ im Hinblick auf eine mögliche Symmetrie ihres Graphen. 3

5

## Aufgabe A6 (Analysis) — BE

Der Graph der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{4}x^2$ und die Gerade mit der Gleichung $y = 1$ schließen ein Flächenstück ein (vgl. Abbildung). Durch Rotation dieses Flächstücks um die y-Achse wird ein Körper erzeugt. Bestimmen Sie das Volumen dieses Körpers. 5




5

## Aufgabe A7 (Stochastik) — BE

Bei einem Spiel werfen zwei Spieler abwechselnd jeweils drei Würfel. Das Spiel endet, wenn ein Spieler die Augensumme 18 erzielt oder die Augensumme des vorausgegangenen Wurfs des anderen Spielers nicht übertrifft. 5

Beim ersten Wurf des Spiels erzielt ein Spieler die Augensumme 15.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Spieler die Würfel im selben Spiel noch einmal wirft. Erläutern Sie Ihr Vorgehen.

5

**Aufgabe A8 (Stochastik)** BE

Eine Gärtnerei, die Tulpen in den Farben Gelb, Orange und Rot züchtet, stellt Sträuße mit jeweils 15 Tulpen zusammen.

**a** Einer der Sträuße soll Tulpen in zwei verschieden Farben enthalten. Die Anzahl der Möglichkeiten, diesen Strauß zusammenzustellen, kann mit dem Term $\binom{3}{2}\cdot 14$ berechnet werden. 2

Beschreiben Sie für jeden der beiden Faktoren die Bedeutung im Sachzusammenhang.

**b** In einem der Sträuße sollen zu jeder der drei Farben mindestens vier und höchstens sechs Tulpen enthalten sein. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, diesen Strauß zusammenzustellen. 3

5

**Aufgabe A9 (Geometrie)** BE

Gegeben sind die Punkte $A(0|0|0)$, $B(3|4|1)$, $C(1|7|3)$ und $D(-2|3|2)$.

**a** Weisen Sie nach, dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist. 1

**b** Der Punkt T liegt auf der Strecke $\overline{AC}$. Das Dreieck ABT hat bei B einen rechten Winkel. Ermitteln Sie das Verhältnis der Länge der Strecke $\overline{AT}$ zur Länge der Strecke $\overline{CT}$. 4

5

**Aufgabe A10 (Geometrie)** BE

Die Punkte P und Q liegen in der Ebene $E: 5x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 6 = 0$ und haben voneinander den Abstand 10. Ermitteln Sie mögliche Koordinaten von P und Q. 5

5