



ILV – Seminarsitzung und Studierzeit (ausgearbeitetes Beispiel für das Fach Physik)

Jahrgangsstufe	10
Fach	Physik
Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele	<ul style="list-style-type: none">◆ Kulturelle Bildung◆ Sprachliche Bildung
Zeitraumen	eine Doppelstunde (Seminarsitzung) + zwei Zeitstunden (Studierzeit)
Benötigtes Material / Medien	Seminarsitzung: <ul style="list-style-type: none">◆ ggf. Computer (Internet) und Beamer für Videos Studierzeit: <ul style="list-style-type: none">◆ je Schülerin und Schüler ein Computerzugang◆ verschiedene Physikbücher zur Speziellen Relativitätstheorie◆ Kopie der zwei Arbeitsblätter, eventuell Lösungsskizzen◆ zur Vertiefung: Textquelle zum Zwillingsparadoxon

Vorbemerkungen

In der Anlage befindet sich ein **Skriptum** für den Grundlagen-Teil des Themas Spezielle Relativitätstheorie (SRT) (Seminarsitzung 3). Es beschreibt die Zusammenhänge der angegebenen Inhalte, wie sie innerhalb einer Doppelstunde vermittelt werden könnten. Daraus können Tafelbilder und ggf. auch Arbeitsaufträge für die Schülerinnen und Schüler generiert werden.

Die Verlaufsmatrix weiter unten nimmt auf dieses Skriptum Bezug.

Seminarsitzung 3

Den Rahmen der dritten Seminarsitzung bildet der Myonenzerfall. Es ist das Ziel der Stunde, dieses Phänomen einmal aus Sicht eines ruhenden Erdbeobachters und das andere Mal aus Sicht des bewegten Myons zu deuten. Dazu sind zwei wesentliche Ergebnisse der SRT, die Zeitdilatation und die Längenkontraktion notwendig. Ihre mathematische Beschreibung sollte in der Seminarsitzung thematisiert werden.



Begriffe wie Bezugssystem/Inertialsystem und Gleichzeitigkeit müssen zwar angesprochen werden, da sie wesentliche Grundlagen der SRT sind, die Behandlung kann aber auf ein Minimum reduziert werden. Für das Thema Gleichzeitigkeit liegt auch ein **Arbeitsblatt** vor, das die Schülerinnen und Schüler in der Seminarsitzung, aber auch in der Studierzeit bearbeiten können.

Einen Vorschlag zum **Zeitverlauf** der Doppelstunde zeigt folgende Matrix.



ILV – 1. Seminarsitzung Physik Geplanter Zeitverlauf

	Thema	Erläuterung	Bemerkungen
10 Minuten	Besprechung der Ergebnisse aus der Studierzeit		
10 Minuten	Motivation – Myonen-Beispiel	Die mittlere Lebensdauer von Myonen scheint zu klein zu sein, als dass sie von ihrem Entstehungsort in der Atmosphäre zur Erdoberfläche gelangen könnten. Dort werden sie aber eindeutig nachgewiesen.	Wenn man mit einem Video (viele sind im Netz verfügbar) starten möchte, sollte man vorher die Daten zum Zerfall abklären, da hier unterschiedliche Zerfallszeiten kommuniziert werden.
15 Minuten	Postulate der Speziellen Relativitätstheorie (SRT)	<ul style="list-style-type: none">• Gleiche Form der physikalischen Gesetze in allen Inertialsystemen• Konstanz der Lichtgeschwindigkeit→ Klärung des Begriffs Inertialsystem	Hier bietet es sich an, kurz auf die typische Einstein'sche Vorgehensweise einzugehen: „Man kann erklären, wenn man Folgendes annimmt...“ (axiomatischer Aufbau)



Individuelle Lernzeitverkürzung (ILV)

Gymnasium, Physik, Jahrgangsstufe 10

Stand: Mai 2021

<p>5 Minuten</p> <p>5 Minuten</p> <p>15 Minuten</p> <p>15 Minuten</p>	<p>Aspekte der SRT</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ereignisse • Gleichzeitigkeit • Zeitdilatation • Längenkontraktion 	<p>Partnerarbeit insbesondere zu Zeitdilatation und Längenkontraktion.</p> <p>Bereitstellung von geeigneten Quellen (Skriptum, Lehrbuch, Video)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Ereignisse Ort- und Zeitkoordinaten bestimmen ein Ereignis (Geburt: Datum und Ort!), Erwähnung des KOSY mit synchronisierten Uhren • Gleichzeitigkeit Es wird nur das Ergebnis festgehalten. Eine tiefere Betrachtung geschieht in der Studierzeit mit Hilfe eines Arbeitsblatts. • Zeitdilatation Herleitung wie z. B. im Skriptum inklusive Messvorgang • Längenkontraktion Herleitung wie z. B. im Skriptum inklusive Messvorgang
<p>5 Minuten</p>	<p>Zusammenfassung</p>	<p>Zusammenfassung von Zeitdilatation und Längenkontraktion mit Verweis auf Eigenzeit und Eigenlänge (Ereignisse am selben Ort/ Ereignisse zur gleichen Zeit)</p>	
<p>10 Minuten</p>	<p>Widerspruchsfreie Erklärung des Myonenzerfalls mit Hilfe der SRT</p>	<p>Betrachtung im System Erde (Myon bewegt) bzw. im System Myon (Erde bewegt)</p>	<p>Damit wird erklärt, dass trotz der kurzen mittleren Lebenszeit Myonen am Erdboden festgestellt werden können („Myon als Uhr“).</p>



Arbeitsblatt: *Gleichzeitigkeit in der Speziellen Relativitätstheorie*

Betrachten Sie eine typische Situation im Rahmen der Speziellen Relativitätstheorie:

Anna steht auf einem offenen Eisenbahnwaggon, der sich mit der Geschwindigkeit v in die positive x -Richtung bewegt. Sie hat ihre Arme parallel zur Bewegungsrichtung nach rechts und links ausgestreckt. In den Händen hält sie jeweils ein Blitzlicht, die in ihrem System zur gleichen Zeit (ohne ihre Kenntnis) ausgelöst werden. Bert steht am Bahnsteig. Anna auf dem Waggon passiert ihn zu dem Zeitpunkt, als beide Lichtpulse bei ihr zusammentreffen. Anna und Bert stimmen in der Beobachtung des Ereignisses *gleichzeitiges Zusammentreffen der Lichtpulse bei Anna* überein.

- Erklären Sie begründet Annas Schlussfolgerung für die Zeitpunkte der Aussendung der beiden Lichtpulse.
- Beschreiben Sie Berts Schlussfolgerungen zu den Aussendezeitpunkten beider Lichtpulse. Er nimmt natürlich die Einstein'schen Postulate ernst.
- Erläutern Sie, zu welcher Schlussfolgerung Bert käme, wenn er annimmt, dass beide Lichtpulse gleichzeitig ausgesandt werden.

Zur Vertiefung:

Für Zeitpunkte ist es vorteilhafter, mit den Formeln der Lorentztransformation zu rechnen anstatt die Formeln für Zeitdilatation und Längenkontraktion zu verwenden. Diese von H. A. Lorentz (1853 – 1928) bereits in anderem Zusammenhang verwendete, aber erst durch Einstein hergeleitete Transformation ermöglicht die relativistisch korrekte Umrechnung von Koordinaten zwischen unterschiedlichen Inertialsystemen.

- Recherchieren Sie die Formeln für die Lorentztransformation der SRT, wenn sich zwei Inertialsysteme relativ zueinander mit der Geschwindigkeit v in x -Richtung bewegen und nennen Sie die Vorgaben bei der Herleitung der Formeln.
- Bestimmen Sie aus der Sicht von Bert die Zeitpunkte für das Aussenden des linken und des rechten Lichtblitzes für eine Armlänge von 0,5 m, wenn $v = 0,8 c$ beträgt. Nehmen Sie dazu an, dass beim gleichzeitigen Ankommen der Lichtblitze bei Anna die Ursprünge der Koordinatensysteme übereinstimmen.

Lösungsskizze zum Arbeitsblatt *Gleichzeitigkeit*

- a) Anna befindet sich in einem Inertialsystem. Wenn sie gleich lange Arme hat, sind die Blitzlichter gleich weit von ihrem Kopf entfernt. Da sich das Licht unabhängig von der Geschwindigkeit der Quelle mit c ausbreitet, schließt Anna, dass beide Lichtpulse zum selben Zeitpunkt ausgesandt wurden. Diesen Zeitpunkt kann sie berechnen mit $\Delta t = \frac{\Delta x}{c}$, wenn Δx ihre Armlänge bedeutet. Die Lichtpulse wurden demnach um Δt vor dem gemeinsamen Eintreffen ausgesandt. Sowohl das Aussenden (an verschiedenen Orten) als auch das Zusammentreffen der Lichtpulse (am selben Ort) erfolgt aus Annas Sicht gleichzeitig.
- b) Auch für Bert bewegen sich die Lichtpulse mit c . Anna bewegt sich von links nach rechts vom linken Lichtpuls weg. Damit muss aus seiner Sicht der rechte Lichtpuls eine kürzere Strecke zurücklegen als der linke. Da sich aber beide Pulse mit derselben Geschwindigkeit bewegen, schließt Bert daraus, dass der rechte Lichtpuls eine kürzere Zeit benötigt als der linke. Somit muss der rechte Lichtpuls zu einem späteren Zeitpunkt als der linke ausgesandt werden, da auch Bert beobachtet, dass beide Lichtpulse gleichzeitig bei Anna ankommen. Bert konstatiert demnach, dass zwar beide Lichtpulse (auch nach seiner Beobachtung) gleichzeitig bei Anna ankommen, sie aber nicht gleichzeitig (an verschiedenen Orten) ausgesandt wurden.
- c) Wenn beide Lichtpulse aus Berts Sicht gleichzeitig ausgesandt werden, dann müsste der rechte Puls früher bei Anna ankommen als der linke, da sich zum einen Lichtpulse immer mit c bewegen und zum anderen sich Anna auf den rechten Lichtpuls zubewegt, während sie sich vom linken fortbewegt. Damit können aus Berts Perspektive die Lichtpulse nicht gleichzeitig ausgesandt worden sein und gleichzeitig bei Anna ankommen. Zur übereinstimmenden Beobachtung des gleichzeitigen Ankommens muss also Bert von einem Aussenden der Lichtpulse zu unterschiedlichen Zeitpunkten ausgehen.

d)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$x' = \gamma(x - v \cdot t) \quad \text{und} \quad x = \gamma(x' + v \cdot t')$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2} x\right) \quad \text{und} \quad t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2} x'\right)$$

Zu den Voraussetzungen:

1. Wenn sich ein Objekt gleichförmig bewegt, dann ist sein Ort in zwei Inertialsystemen S und S' eine lineare Funktion der Zeit.
2. Wird in S eine konstante Geschwindigkeit gemessen, dann misst man auch in S' eine konstante Geschwindigkeit.
3. Ist das „Objekt“ ein Lichtstrahl, dann bewegt es sich in beiden Inertialsystemen mit c .

e)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}} = \frac{5}{3}$$

Für Anna gilt das „gestrichene System“: $t' = \frac{-0,5m}{c} = -1,7 \cdot 10^{-9} \text{ s}$, d.h. der Lichtpuls muss 1,7 ns vor dem Ankommen bei Anna ausgesandt werden, und zwar sowohl von links als auch von rechts.

Für Bert gilt dann:
$$t_l = \frac{5}{3} \left(-\frac{0,5m}{c} + \frac{0,8}{c} (-0,5m) \right) = -5,0 \text{ ns}$$

$$t_r = \frac{5}{3} \left(-\frac{0,5m}{c} + \frac{0,8}{c} (+0,5m) \right) = -0,6 \text{ ns}$$

Der linke Lichtpuls muss also aus Berts Sicht 5,0 ns vor dem Ankommen bei Anna ausgesandt werden, der rechte nur 0,6 ns.

Für Bert gilt demnach: $\Delta t = t_l - t_r = -4,4 \text{ ns}$

wohingegen für Anna $\Delta t' = t'_l - t'_r = 0$ gilt, da es für sie ja gleichzeitig geschieht.

Hinweise zum Arbeitsblatt

- Die Aufgaben des Arbeitsblatts können auch in der Studierzeit bearbeitet werden.
- Die Berechnung mit Hilfe der Lorentztransformation ist optional und bietet die Möglichkeit zur Differenzierung.
- Für ein weiteres Beispiel zur Gleichzeitigkeit in der SRT siehe:
D. Halliday: *Physik, Bachelor Edition*. Wiley VCH Verlag, Weinheim, 2013, 2. Auflage, S.817 ff.

Studierzeit (zwischen 1. und 2. Seminarsitzung)

Die folgenden Aufgaben zu einfachen Berechnungen in der Kinematik der SRT sowie zu Beschreibungen von Zwillings- und Garagenparadoxon sollten in der Studierzeit bearbeitet werden. Die Reihenfolge der Aufgaben lässt sich ohne Weiteres verändern, insbesondere wenn andere Schwerpunkte gesetzt werden sollen.

Die Schülerinnen und Schüler sollten die Möglichkeit haben, sich im Internet und in Auszügen von Lehrbüchern zu informieren. Eine Liste von möglichen Quellen ist weiter unten angegeben.



Aufgabenblatt

Aufgabe 1:

Gerade in der SRT nutzt man für Entfernungsangaben gerne das Lichtjahr (Abkürzung Lj) und abgeleitete Einheiten wie Lichtminute und Lichtsekunde.

- a) Erklären Sie die Bedeutung der Einheit Lichtjahr. Recherchieren Sie gegebenenfalls.
- b) Berechnen Sie den Wert eines Lichtjahres in Metern.
- c) Ermitteln Sie für einen nicht „mitfliegenden Beobachter“
 - (i) die Zeit, die ein Raumschiff bei einem Tempo von $0,5 c$ in benötigt, um ein (für den nicht „mitfliegenden“ Beobachter) 20 Lj entferntes Objekt zu erreichen.
 - (ii) die Entfernung (in Lj), die ein Raumschiff mit $0,4 c$ in einem halben Jahr zurücklegt.

Aufgabe 2:

Die Effekte der Speziellen Relativitätstheorie machen sich erst bei sehr hohen Geschwindigkeiten bemerkbar. Lassen Sie uns einmal eine fiktive Welt betrachten, in der die SRT natürlich gilt, aber die Lichtgeschwindigkeit nur $1,0 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ beträgt.

- a) Vergleichen Sie die Auswirkung von Zeitdilatation und Längenkontraktion in der realen und fiktiven Welt bei einer Geschwindigkeit von $150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
- b) Schätzen Sie die Geschwindigkeit ab, ab der Sie in der fiktiven Welt die SRT anwenden würden.

Aufgabe 3:

Die Entfernung eines Exo-Planeten zur Erde beträgt 40 Lj . Anna wird mit einem Raumschiff, das die Geschwindigkeit von $0,8 c$ hat, dorthin reisen. Bert bleibt auf der Erde. Nehmen Sie für die weitere Betrachtung an, dass Anna zu Beginn ihrer Reise an der Erde vorbei fliegt.

- a) Erläutern Sie den Grund der Annahme.
- b) Geben Sie die Entfernungen an, die in den jeweiligen Systemen gemessen werden.
- c) Bestimmen Sie die Zeiten für die Reise in Annas bzw. Berts Ruhesystem.
- d) Erklären Sie, dass Anna und Bert trotz aller unterschiedlichen Werte für Annas Alter bei ihrer Rückkehr den gleichen Wert ermitteln.



Aufgabe 4:

In dieser Aufgabe geht es um das sogenannte Zwillingsparadoxon.

- Recherchieren Sie den Begriff Paradoxon und stellen Sie seine Bedeutung dar.
- Vergleichen Sie die Beschreibung des Zwillingsparadoxons in den beiden vorgegebenen Quellen aus dem Internet und einem Schulbuch.
- Zur Vertiefung: Erklären Sie mit Hilfe der beiden Quellen, dass die beiden Zwillinge nicht einzeln behaupten können, der andere Zwilling altere langsamer.
- Zur Vertiefung: Relativistisch zulässig (in der Argumentation) ist die Sicht des reisenden Zwillings, dass sowohl bei der Hinreise (weg von der Erde) als auch auf der Rückreise (wieder hin zur Erde) der auf der Erde gebliebene Zwilling langsamer altert. Vollziehen Sie eine relativistisch korrekte Argumentation für das höhere Alter des auf der Erde verbliebenen Zwillings beim erneuten Zusammentreffen mit Hilfe der angegebenen Quelle nach.

Ein weiteres Paradoxon in Zusammenhang mit der Längenkontraktion ist das Garagenparadoxon.

- Recherchieren Sie dazu und stellen Sie das Paradoxon und seine Auflösung in einem Text dar.

Aufgabe 5:

Anna fliegt 5 Jahre lang mit dem Tempo $0,99 c$ zu einem Exo-Planeten, kehrt dort um und reist mit demselben Tempo wieder zur Erde zurück. Vernachlässigen Sie dabei die Effekte von Beschleunigungs- und Bremsphasen.

- Berechnen Sie die Zeitdauer von Annas Reise aus Sicht des Zwillings auf der Erde.
- Legen Sie eine Tabelle für Zeiten an mit Geschwindigkeiten von $0,1 c$; $0,5 c$; $0,8 c$; $0,9 c$; $0,95 c$; $0,99 c$; $0,999 c$
- Zur Vertiefung: Überlegen Sie sich anhand des Beispiels in dieser Aufgabe, ob Zeitreisen möglich sind, und formulieren Sie ein kurzes Statement.



Hinweise zum Aufgabenblatt

- Für die Aufgabe 4b) sind folgende zwei Quellen geeignet:

Internet: <https://www.leifiphysik.de/relativitaetstheorie/spezielle-relativitaetstheorie/ausblick/zwillingssparadoxon> (abgerufen am 27.05.2020)

Buchtext: D. C. Giancoli: *Physik*. Pearson Schule, München, 2011, 1. Auflage, S. 529ff.

Es bleibt natürlich der Lehrkraft überlassen, auch andere Quellen zu verwenden oder die Schülerinnen und Schüler Quellen selbstständig suchen zu lassen. Es sollte aber darauf geachtet werden, dass zumindest eine Quelle verwendet wird, die die „Asymmetrie“ der Situation thematisiert.

- Zur Aufgabe 4d): Eine geeignete Quelle, in der eine korrekte relativistische Argumentation nachvollzogen werden kann, ist z. B.: W. Bien: *Wie ist das mit Raum und Zeit?* MNU Journal 03/2019, Verlag Klaus Seeberger, Neuss, S.200 ff.
Sie ist als Anhang (ILVPhAnhang_WBien-MNUjournal 3-2019.pdf) zu dieser Ausarbeitung verfügbar.



Lösungsskizzen zum Aufgabenblatt

Aufgabe 1:

- a) 1 Lj ist die Entfernung, die das Licht (mit Geschwindigkeit c) in einem Jahr zurücklegt.
- b) $1 \text{ Lj} = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 365,24 \text{ d} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$
- c) 40 a (Jahre)
- d) 0,2 Lj

Aufgabe 2:

- a) $150 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 42 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, gewählte Eigenzeit 1 s, gewählte Eigenlänge 1 m

	γ -Faktor	Zeitdilatation (1s)	Längenkontraktion (1m)
reale Welt	1	1 s	1 m
fiktive Welt	1,0009	1,0009 s	0,9991 m

- b) Am besten geht man von der Längenkontraktion aus, da Längen intuitiver sind. Dann könnte man annehmen, dass sich die SRT „störend“ bemerkbar macht bei Längenunterschieden von einem halben Zentimeter. Bei einer Eigenlänge von 1 m hätte man dann eine kontrahierte Länge von 0,995 m. Diesen Wert in die Formel der Längenkontraktion für $\Delta x'$ eingesetzt und nach $\frac{v}{c}$ aufgelöst, ergibt:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{0,995}{1}\right)^2} = 0,0999 = 10 \%$$

- d. h. ab einer Geschwindigkeit von 100 m/s würden sich in der fiktiven Welt relativistische Effekte bemerkbar machen. Die Reise mit einem Langstreckenflugzeug ($v \approx 200 \text{ m/s}$) müsste dann relativistisch beschrieben werden!

Aufgabe 3:

- a) Die Annahme ist sinnvoll, da sonst Beschleunigungszeiten berücksichtigt werden müssten. Diese werden in der SRT nicht behandelt.
- b) B-System: 40 Lj; A-System: $\Delta x^A = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \cdot \Delta x_0 = \sqrt{1 - (0,8)^2} \cdot 40 \text{ Lj} = 24 \text{ Lj}$
- c) B-System: $\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{40 \text{ Lj}}{0,8 c} = 50 \text{ a [Jahre]}$; A-System: $t = \frac{40 \text{ Lj}}{0,8 c} = 30 \text{ a [Jahre]}$



- d) Sie stimmen darin überein, dass Anna nur 30 Jahre älter geworden ist. Bert erklärt das mit der Zeitdilation. Er berechnet zwar für Anna ein um 50 a höheres Alter, weiß aber, dass bewegte Uhren (Anna!) um den Faktor γ langsamer gehen. Für Anna ist die Eigenlänge (Erde – Planet) um den Faktor $1/\gamma$ verkürzt, wodurch sie ihr Alter berechnen könnte. Sie argumentiert demnach mit der Längenkontraktion.

Aufgabe 4:

- a) Nach einem Lexikon: etwas, was einen Widerspruch in sich enthält; scheinbar falsche Aussage, die aber auf eine höhere Wahrheit hinweist.
- b) Individuelle Bearbeitung
- c) Wie man oft in Quellen findet, vernachlässigt man die Beschleunigungsphasen, so dass sich die Zwillinge vermeintlich in zwei Inertialsystemen befinden. Jeder kann dann behaupten, dass der jeweils andere Zwilling langsamer altert. Dies würde aber zu einem echten Widerspruch führen, da nämlich der Zwilling, der von der Erde weg- und wieder hinreist, tatsächlich jünger ist als der, der auf der Erde geblieben ist. Der Grund für dieses geringere Alter liegt darin, dass sich der relativ zur Erde bewegende Zwilling nicht die ganze Zeit in einem Inertialsystem befindet. Er muss, um zur Erde zurückzukommen, das Inertialsystem wechseln. Dieser Wechsel macht die Situation asymmetrisch und sorgt dafür, dass der auf der Erde gebliebene Zwilling bei Ankunft älter ist als der sich relativ zur Erde bewegende Zwilling.
- d) Sowohl im ersten Teil als auch im zweiten Teil der Reise ist der Standpunkt des sich relativ zur Erde bewegenden Zwillings richtig. Allerdings ist schlagartig beim Wechsel der Inertialsysteme der auf der Erde gebliebene Zwilling aus Sicht des umsteigenden Zwillings stark gealtert, so dass der auf der Erde befindliche Zwilling nun aus Sicht des anderen Zwillings durchaus langsamer altert als er selber, allerdings von einem höheren Alter als er.
- e) Fährt ein 6 m langes Auto schnell genug, so müsste es in eine 3 m lange Garage passen – aber nur aus Sicht eines Beobachters, der sich im Ruhesystem der Garage befindet. Für denjenigen, der das Auto fährt, sieht die Garage längenverkürzt aus und er wird seiner Ansicht nach niemals mit seinem 6 m langen Auto bei der gewählten Geschwindigkeit in die 1,5 m lange Garage passen. Die scheinbar paradoxe Situation liegt darin begründet, dass der im Ruhesystem der Garage befindliche Beobachter die beiden Ereignisse Vorderfront des Autos an Garagenstirnseite und Heck des Autos gerade in der Garage gleichzeitig wahrnimmt, wohingegen der Autofahrer dies nicht gleichzeitig wahrnehmen kann, da für ihn die Vorderfront des Autos an der Garagenstirnseite schon anstoßen würde, bevor das Heck in der Garage wäre.

Aufgabe 5:

a) Zeitdilatation:
$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{10 \text{ a}}{\sqrt{1 - (0,99)^2}} = 70,9 \text{ a}$$

b)

$\frac{v}{c}$	0,1	0,5	0,8	0,9	0,95	0,99	0,999
$\frac{\Delta t}{a}$	10,1 (10,050)	11,5	16,7	22,9	32,0	70,9	234

c) In die Vergangenheit wird man nicht zurückreisen können, wohl aber in die (eigene) Zukunft. Dazu kann man das Zwillingsparadoxon zu Grunde legen: Der bei Abflug gleich alte Zwilling ist bei Wiederkehr um einige Jahre mehr gealtert als der auf Reisen befindliche Zwilling. Dieser schaut also quasi in seine eigene Zukunft. Allerdings muss die Reise mit hoher Geschwindigkeit unternommen worden sein.

Veranschaulicht für ein Beispiel, das sich an den Myonen orientiert: Würde eine Person mit 99,5 % der Lichtgeschwindigkeit unterwegs sein, dann hat man einen „Zeitdehnungsfaktor“ von ca. 10. Könnte diese Geschwindigkeit für 1 Stunde aus Sicht des nicht bewegten Systems der Erde aufrecht erhalten werden, dann wäre die zeitreisende Person um den Faktor 10 weniger gealtert. Für sie wären nur 6 Minuten vergangen. Der Unterschied von zuvor synchronisierten Uhren beträgt dann 54 Minuten, d.h. die Erde und die Umgebung des wieder gekehrten Zeitreisenden wäre um 54 Minuten gealtert. Die zeitreisende Person befindet sich aus ihrer Sicht also in der Zukunft. Der technische Aufwand, eine Reise von 1 Stunde mit 99,5 % der Lichtgeschwindigkeit zu unternehmen, ist aber enorm – und das für nur (!) 54 Minuten.

Quellen- und Literaturangaben

Für diese Seminarsitzung verwendete Quellen:

- Max Born: *Die Relativitätstheorie Einsteins*. Springer Verlag, Berlin, 5. Auflage (Nachdruck), 1984
- Brian Greene: *Das elegante Universum*. Siedler Verlag, Berlin, 2000, 1. Auflage
- D.C. Giancoli: *Physik*. 2011 Pearson Schule, München, 2011, 1. Auflage, Kapitel 24
- D. Halliday: *Physik, Bachelor Edition*. Wiley VCH Verlag, Weinheim, 2013, 2. Auflage, Kapitel 38
- J. Grehn/J.Krause, *Metzler Physik*. Schroedel Verlag, Hannover, 1998, 3. Auflage, Kapitel 9
- W. Bien: *Wie ist das mit Raum und Zeit?* MNU Journal 03/2019, Verlag Klaus Seeberger, Neuss, S.200 ff.
(vgl. Anhang ILVPhAnhang_WBien-MNUJournal 3-2019.pdf zu dieser Ausarbeitung)
- <https://www.leifiphysik.de/relativitaetstheorie/spezielle-relativitaetstheorie/ausblick> (abgerufen am 27.05.2020)



Hinweis zu den Verweisen auf Webseiten:

In dem Rahmenplan wird auf externe Webangebote hingewiesen, die aufgrund ihres Inhalts pädagogisch wertvoll erscheinen. Wir bitten jedoch um Verständnis, dass eine umfassende und insbesondere eine laufende Überprüfung der Angebote unsererseits nicht möglich ist. Vor einem etwaigen Unterrichtseinsatz hat die Lehrkraft das Angebot in eigener Verantwortung zu prüfen und ggf. Rücksprache mit der Schulleitung zu halten. Sofern das Angebot Werbung enthält, ist die Schulleitung stets einzubinden zwecks Erteilung einer Ausnahme vom schulischen Werbeverbot nach Art. 84 Abs. 1 Satz 2 BayEUG, § 2 Abs. 2 Satz 1 Nr. 4 BaySchO.

Verarbeitet das Angebot personenbezogene Daten, ist der Datenschutzbeauftragte der Schule einzubinden. Grundsätzlich empfehlen wir, dass Schülerinnen und Schüler Webseiten aus dem Schulnetz heraus aufrufen, damit diese nicht ihre persönliche IP-Adresse an den externen Anbieter übermitteln.



ILV – Seminarsitzung 3

Skriptum zur Speziellen Relativitätstheorie (SRT)

Das Skriptum dient zur Information und zur Verwendung im Unterricht für die Lehrkräfte.

Motivation

Myonen – Elementarteilchen, die dem Elektron ähnlich sind und sich nur durch eine höhere Masse von diesem unterscheiden – entstehen in etwa 10 km Höhe über der Erdoberfläche bei Zusammenstößen von Protonen der kosmischen Strahlung und Molekülen der Atmosphäre. Myonen sind nicht stabil und zerfallen im Mittel nach $2,2 \mu\text{s}$. Aufgrund der hohen Energiebeträge, die bei diesen Zusammenstößen im Spiel sind, haben die Myonen eine sehr hohe Geschwindigkeit, die 99,87 % der Lichtgeschwindigkeit beträgt.

Die Abschätzung der während ihrer mittleren Lebensdauer zurückgelegten Strecke führt für die Myonen auf ca. 660 m. Myonen können aber auch an der Erdoberfläche nachgewiesen werden. Warum das so ist, kann mithilfe der SRT beantwortet werden. Diese muss immer dann angewendet werden, wenn Bewegungen untersucht werden, deren Geschwindigkeitsbeträge größer als 10 % der Lichtgeschwindigkeit sind.

Die Postulate der Speziellen Relativitätstheorie

Die SRT ist eine Theorie, die die Mechanik Newtons als Grenzfall beinhaltet. Die Newton'sche Mechanik führt bei Bewegungen mit hohen Geschwindigkeiten in den experimentellen Beobachtungen zu Widersprüchen, die durch die SRT aufgelöst werden.

Illustrierendes Beispiel:

In der Teilchenphysik untersucht man hochenergetische Elektronen, die z. B. die Energie $2,0 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ haben können. Wenden wir die klassische Formel für die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$ auf Elektronen dieser Energie an, so ergibt sich eine Geschwindigkeit, die 2,2-mal so groß ist wie die Lichtgeschwindigkeit. Noch nie ist aber ein Elektron mit Überlichtgeschwindigkeit beobachtet worden.

Die SRT beruht auf zwei Säulen, den Postulaten zur Speziellen Relativitätstheorie:

1. Die Form eines physikalischen Gesetzes bleibt in jedem Inertialsystem gleich.
2. Licht breitet sich für alle Beobachter mit derselben Geschwindigkeit aus.

Zu 1. Ein Inertialsystem ist ein Koordinatensystem, in dem jeder Körper, auf den keine äußere Kraft wirkt, seine Geschwindigkeit nach Betrag und Richtung beibehält, in dem also das Trägheitsprinzip (i. e. *inertia*) gilt. Inertialsysteme unterscheiden sich alle nur dadurch



voneinander, dass sie sich mit unterschiedlichen konstanten Geschwindigkeiten gegeneinander bewegen. Man kann sicherlich mit guter physikalischer Intuition diesem Postulat zustimmen, ging doch auch schon Galileo Galilei von einem solchen Prinzip aus. Allerdings bezog dieser es nur auf die Mechanik. Einstein erweiterte den Anwendungsbereich auf alle Bereiche der Physik. Daher spricht man auch oft von den Einstein'schen Postulaten.

Es ist zu beachten, dass dieses Postulat **nicht** aussagt, dass Beobachter in verschiedenen Inertialsystemen bei denselben Messungen auch dieselben Werte erhalten. Diese werden im Allgemeinen unterschiedlich sein.

Mit der Form eines Gesetzes meint man z. B. das „Aussehen“ einer Formel. So wird in allen Inertialsystemen die Kraft in einer Formel als zeitliche Änderung des Impulses beschrieben.

Zu 2. Bewegt sich eine Taschenlampe in einem Bezugssystem mit der Geschwindigkeit v , dann hat das ausgesendete Licht stets die Geschwindigkeit c , egal, ob man das Licht aus dem System betrachtet, in dem die Taschenlampe ruht – das ist das Ruhesystem der Taschenlampe – oder aus dem System, in dem sich die Taschenlampe bewegt. Dies ist ein fundamentaler Unterschied zu den Betrachtungen von Galilei. Dieser hätte für das bewegte Bezugssystem den Wert $c + v$ für die Lichtgeschwindigkeit erhalten! Das 2. Postulat fordert also, dass sich unabhängig von der (Bewegung der) Quelle das Licht immer mit derselben Geschwindigkeit ausbreitet. Im Vakuum beträgt diese

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit wurde in vielen z. T. sehr aufwändigen Experimenten nachgewiesen, so etwa 1964 am CERN. Dort wurde der Zerfall $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ eines neutralen Pions untersucht.

Das Pion selbst hatte im System des Beobachters eine Geschwindigkeit von $0,99975 c$. Gemessen wurde die Geschwindigkeit der ausgesandten γ -Quanten im Ruhesystem des Beobachters. Nach Galilei hätten die γ -Quanten dann eine Geschwindigkeit von $1,99975 c$ haben müssen. Tatsächlich bewegten sie sich mit Lichtgeschwindigkeit.

Ein Ergebnis der SRT ist, dass c für Materie eine unerreichbare Grenzgeschwindigkeit darstellt. Kein materieller Träger von Energie und Information kann sich mit Lichtgeschwindigkeit oder sogar schneller als Licht ausbreiten. Dieser Befund ist experimentell sehr gut untermauert. Die Vakuumlichtgeschwindigkeit c gilt als eine äußerst genau vermessene Naturkonstante, die mittlerweile im SI-Einheitensystem mit dem obigen Wert als exakt festgelegt wurde.

Als ein weiteres Ergebnis der Speziellen Relativitätstheorie stellt sich heraus, dass es keine absolute Ruhe geben kann. Damit gibt es im Gegensatz zur Newton'schen Auffassung kein Inertialsystem, das sich allen anderen gegenüber auszeichnet: alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt. Ein Beobachter in einem Inertialsystem S stellt z. B. fest, dass sich das System S' mit $+v$ von ihm fortbewegt. Dann wird ein Beobachter in S' sagen, dass sich S von



ihm mit $-v$ fortbewegt. Dieser Unterschied führt aber nicht zu unterschiedlichen Formulierungen in physikalischen Gesetzmäßigkeiten. In diesem Sinn ist kein Inertialsystem vor einem anderen ausgezeichnet.

Illustrierendes Beispiel: zum Trägheitsprinzip in S und S'

In beiden Systemen wird man bemerken, wenn eine Kraft auf einen Körper wirkt, da dieser dann eine Geschwindigkeitsänderung erfährt. Oder anders formuliert: Der Körper behält seinen Bewegungszustand in beiden Systemen bei, solange keine Kraft auf ihn wirkt. In System S , in dem der Körper vorher ruht, wird dieser nach Einwirkung einer Kraft sich mit einer Geschwindigkeit bewegen, in S' , das sich mit einer Geschwindigkeit v bezüglich des Systems S bewegt, wird der Körper abhängig von der Wirkung der Kraft langsamer oder schneller; in beiden Fällen ändert sich aber die Geschwindigkeit. Man schließt dann aus der Umkehrung des Trägheitssatzes in beiden Systemen, dass eine Kraft gewirkt haben muss.

Der Umstand, dass aus unterschiedlichen Perspektiven (Bezugssystemen) die gleiche Konsequenz folgt, mag der Relativitätstheorie den Ruf eingebracht haben, kompliziert zu sein. Und in der Tat erscheint die SRT wenig intuitiv, da für alltägliche Abläufe die Newton'sche Mechanik zur Beschreibung vollständig ausreicht. Die Geschwindigkeiten des Alltags sind im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit äußerst gering; daher kann i. A. auf den exakten Formalismus der SRT verzichtet werden.

Illustrierende Aufgabe: alltägliche Geschwindigkeiten in Bruchteilen von c

Beispiele: $50 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 4,6 \cdot 10^{-8} c$, $330 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,1 \cdot 10^{-6} c$

Ereignisse

Die Unterschiede zur Newton'schen Mechanik werden auffälliger und erscheinen zum Teil paradox, wenn man Bewegungen mit Geschwindigkeiten untersucht, die sich gegenüber der Lichtgeschwindigkeit nicht vernachlässigen lassen und wenn sogar das Licht selbst Teil der Betrachtung ist. Dann entwickeln die beiden Postulate zusammen eine Sichtweise, die nicht alltäglich ist: Raum- und Zeitkoordinaten sind eng miteinander verknüpft. Daher betrachtet man die Koordinaten nicht isoliert, sondern immer zusammen und spricht von einem **Ereignis**. Diese Angabe ist im Prinzip geläufig wie z. B. bei der Angabe einer Geburt (Datum und Ort), muss aber nun auch bei Betrachtungen physikalischer Phänomene gemacht werden wie z. B. beim Einschalten einer Lichtquelle.

Um die enge Verknüpfung von Raum- und Zeitkoordinaten richtig darzustellen, ist es nötig, sich über ein Koordinatensystem zu verständigen, das eine von den Raumkoordinaten unabhängige Zeitkoordinate - die absolute Zeit in der Newton'schen Theorie - höchstens nur als Grenzfall bei geringen Geschwindigkeiten erscheinen lässt. Den Aufbau eines für die Relativitätstheorie sinnvollen Koordinatensystems kann man sich wie folgt vorstellen:

Die Raumkoordinaten werden wie üblich mit einem Maßstab angegeben, so dass ein feines Raumgitter entsteht. An jedem Kreuzungspunkt werden Uhren installiert, die synchronisiert sind, d.h. bei allen verwendeten Uhren wird die endliche Lichtlaufzeit berücksichtigt. Diese



Synchronisation ist wichtig. Nähme man nur gleichartige Uhren, stellte sie auf die gleiche Zeit und würde sie dann an den Kreuzungspunkten positionieren, wäre nicht sichergestellt, dass sich durch die Bewegung der Uhrengang hätte verändern können. Dass dies in der Tat der Fall ist, wird man später mit der Zeitdilatation erkennen. Daher muss man dafür sorgen, dass alle Uhren an den Kreuzungspunkten an die Lichtlaufzeit einer Uhr im Ursprung angepasst sind. So könnte beispielsweise eine Uhr im Ursprung zur Zeit $t = 0 \text{ s}$ einen Lichtpuls aussenden. Nach einer Zeit $t = r/c$ kommt dieses Licht bei einer Uhr an (r ist der Abstand zum Ursprung) und sie wird auf diese Zeit eingestellt. Dann sind alle Uhren im Koordinatensystem synchronisiert. Mit dieser Methode brauchen dann keine Laufzeiten berechnet zu werden, wenn ein Beobachter ein Ereignis feststellt.

Im Weiteren sind zwei Bezugssysteme S und S' gegeben, die sich relativ mit der Geschwindigkeit v zueinander bewegen. Alle gestrichenen Größen beziehen sich auf die Angabe im System S' , die ungestrichenen auf das System S . Es sei noch einmal betont, dass kein Bezugssystem vor dem anderen ausgezeichnet ist.

Gleichzeitigkeit

Eine Bestätigung, dass Zeit- und Raumkoordinaten miteinander verknüpft sein müssen, erhält man durch die folgende Überlegung zur Gleichzeitigkeit (Die Aufgabe ist auf dem Arbeitsblatt Gleichzeitigkeit enthalten):

Anna steht auf einem offenen Eisenbahnwaggon, der sich mit der Geschwindigkeit v in die positive x -Richtung bewegt. Sie hat ihre Arme parallel zur Bewegungsrichtung nach rechts und links ausgestreckt. In den Händen hält sie jeweils ein Blitzlicht, die in ihrem System zur gleichen Zeit (ohne ihre Kenntnis) ausgelöst werden. Bert steht am Bahnsteig. Anna auf dem Waggon passiert ihn zu dem Zeitpunkt, als beide Lichtpulse bei ihr zusammentreffen.

Anna und Bert nehmen die Zeitpunkte des Aussendens des Lichts als unterschiedlich wahr. Anna erkennt das Aussenden als gleichzeitig, da ihre Arme gleich lang sind und die Lichtpulse daher die gleiche Zeit vom Aussenden bis zum Zusammentreffen benötigen. Bert schließt auf ein späteres Aussenden des Lichts von dem Blitzlicht, in dessen Richtung sich Anna bewegt, weil dieser Lichtpuls für ihn einen kürzeren Weg zurücklegen muss als der andere Lichtpuls.

Man muss bei der Gleichzeitigkeit auch unterscheiden, ob zwei Ereignisse am selben Ort oder an verschiedenen Orten in einem Inertialsystem geschehen. Während bei Ereignissen am selben Ort (Zusammentreffen der Lichtpulse bei Anna) keine Diskrepanz zwischen zwei Beobachtern in unterschiedlichen Inertialsystemen zu erwarten ist, ist das im anderen Fall (Aussenden der Lichtpulse in Annas und Berts System) im Allgemeinen nicht mehr so.

Zwei Ereignisse, die in einem Bezugssystem zwar an unterschiedlichen Orten, aber gleichzeitig eintreten, sind in einem dazu bewegten Bezugssystem nicht gleichzeitig.

Die Gleichzeitigkeit von Ereignissen ist niemals absolut, sondern stets relativ, da sie von der Bewegung der Beobachter abhängt. Ereignisse müssen daher sowohl durch die Raumkoordinaten x, y, z , als auch durch die Zeitkoordinaten beschrieben werden.

Zeitdilatation und Längenkontraktion

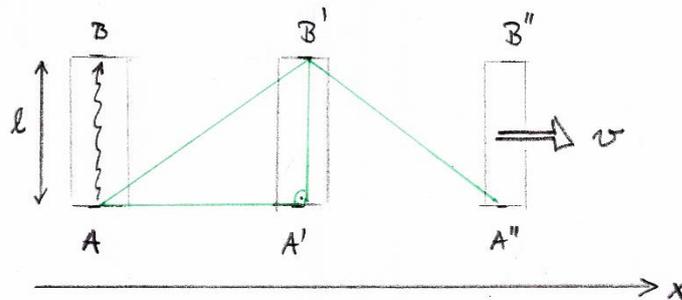
Zeitdilatation

Finden zwei Ereignisse in einem Inertialsystem am gleichen Ort statt, z. B. das zweifache Schlagen einer Standuhr, so bezeichnet man das Zeitintervall Δt_0 zwischen diesen Ereignissen als Eigenzeitintervall oder Eigenzeit. Die Eigenzeit wird in dem Bezugssystem gemessen, in dem die Ereignisse am gleichen Ort stattfinden. Für eine solche Messung braucht man nur eine Uhr, die am gleichen Ort stehend die Ereignisse registriert.

Misst man aus einem anderen Inertialsystem das Zeitintervall $\Delta t'$ zwischen den beiden Ereignissen, in unserem Beispiel die Zeit zwischen den beiden Schlägen dann gilt $\Delta t' > \Delta t_0$,

präziser: $\Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \gamma \cdot \Delta t_0$ mit $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ (Gamma- oder Lorentzfaktor).

Herleitung: Wir betrachten – wie in der SRT üblich – eine „Lichtuhr“, bei der sich ein Lichtpuls zwischen den Orten A, B und A im Ruhesystem der Uhr bewegt (s. Skizze). Wird die Lichtuhr nun mit konstantem Tempo v bewegt, dann beobachtet eine Person, die sich nicht mit der Uhr mitbewegt, eine Bewegung zwischen A, B' und A''.



Im Ruhesystem der Uhr gilt: $\Delta t_0 = 2 \cdot \frac{|AB|}{c} = \frac{2 \cdot l}{c}$.

Bewegt sich die Uhr nun in die positive x-Richtung mit der Geschwindigkeit v , dann misst ein Beobachter, der sich nicht mitbewegt, einen längeren Weg des Lichts. Der Beobachter muss also für die Eigenzeit, die das Licht im ruhenden System für die Strecke ABA braucht, die Zeit für den Weg AB'A'' ermitteln.



Da die Geschwindigkeit v konstant ist, müssen die Streckenlängen $|\overline{AB}|$ und $|\overline{A''B}|$ gleich groß sein. Ebenso sind es die Längen $|\overline{AA'}|$ und $|\overline{A'A''}|$. Wegen der Kongruenz der Dreiecke $AA'B'$ und $AA''B'$ gilt dann für die Länge der Strecke $|\overline{AB}| + |\overline{A''B}|$:

$$(2 \cdot |\overline{AB}|)^2 = (2 \cdot |\overline{AA'}|)^2 + (2 \cdot |\overline{A'B'}|)^2 \Rightarrow (c \cdot \Delta t')^2 = (v \cdot \Delta t')^2 + (c \cdot \Delta t_0)^2$$

Auflösen nach $\Delta t'$ ergibt:
$$\Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Längenkontraktion

Misst man die Ausdehnung eines Objekts (in der x -Richtung) in seinem Ruhesystem, dann spricht man von der Ruhelänge oder Eigenlänge Δx_0 des Objekts.

Unter Messen einer Länge wird allgemein die Beobachtung zweier Ereignisse verstanden – z. B. Feststellen des Anfangspunktes und des Endpunktes eines Stabes. Um die Ausdehnung eines Objekts $\Delta x'$ aus einem anderen Inertialsystem, das sich parallel zur x -Richtung bewegt, zu messen, wird man die Position beider Punkte gleichzeitig feststellen. Dann gilt:

$$\Delta x' < \Delta x_0, \quad \text{präziser: } \Delta x' = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \cdot \Delta x_0 = \frac{1}{\gamma} \cdot \Delta x_0$$

Eine Kontraktion findet nur in der Bewegungsrichtung statt. Dazu senkrechte Abmessungen werden nicht verändert.

Herleitung: Anna und Bert messen die Länge eines Bahnsteigs. Anna sitzt in einem Zug mit Geschwindigkeit v . Bert befindet sich auf dem Bahnsteig.

Bert stellt durch Messen z. B. mit Hilfe eines Maßstabs die Länge fest: Δx_0 . Dies ist die Eigenlänge, da sich Bert und der Bahnsteig im selben Ruhesystem befinden; die Zeit, die Anna zum Passieren der Strecke Δx_0 benötigt, beträgt dann aus Berts Sicht $\Delta t = \frac{\Delta x_0}{v}$.

Anna misst die Länge über die Messung der Eigenzeit: $\Delta x' = v \cdot \Delta t_0'$ (Anna misst die Eigenzeit, da das Passieren der Enden des Bahnsteigs am gleichen Ort, nämlich in Annas Abteil geschieht).

Teilt man beide Gleichungen durcheinander, so ergibt sich:
$$\frac{\Delta x'}{\Delta x_0} = \frac{\Delta t_0'}{\Delta t} = \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}.$$

Also:
$$\Delta x' = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \cdot \Delta x_0 = \frac{1}{\gamma} \cdot \Delta x_0.$$



Die Formel zur Längenkontraktion ist auch ohne Verweis auf die Zeitdilatation herleitbar, z. B. mit Hilfe der Lorentztransformation. Die Herleitung ist dann aber zeitaufwändiger.

Zusammenfassung

Zeitdilatation und Längenkontraktion gehören aufs Engste zusammen. Seien S' und S zwei gegeneinander bewegte Inertialsysteme, dann gilt:

Vergleicht man ein gemessenes Zeitintervall in S' mit dem zugehörigen Eigenzeitintervall in S , so ist dieses um den Faktor γ vergrößert. Dieses Phänomen heißt Zeitdilatation.

Oft liest man auch die Kurzformel: Bewegte Uhren gehen um den Faktor γ langsamer.

Vergleicht man eine gemessene Länge in S' mit der zugehörigen Eigenlänge in S , dann verkürzt sich diese um den Faktor $1/\gamma$. Dieses Phänomen heißt Längen- oder Lorentzkontraktion.

Eine Kurzformel ist: Bewegte Körper sind um den Faktor $1/\gamma$ kürzer.

Für die Zeitdilatation werden entsprechende Zeitintervalle mit der Eigenzeit (Ereignisse am selben Ort) verglichen. Für die Längenkontraktion vergleicht man eine (mit Anfangs- und Endpunkt der Länge gleichzeitig) gemessene Ausdehnung mit der Eigenlänge. Eine Längenkontraktion findet nur in der Bewegungsrichtung statt.

Es sei noch darauf hingewiesen, dass Zeitdilatation und Längenkontraktion keine subjektiven Eindrücke sind. Ein bewegter Stab scheint nicht kürzer zu sein, sondern er ist objektiv kürzer als seine Ruhelänge. Ähnliches gilt für Zeitdifferenzen und Eigenzeit.

Rückbezug auf den Myonenerfall

(i) Klassische Betrachtungsweise

Das Myon kommt in seiner mittleren „Lebenszeit“ nur 660 m weit.

(ii) Betrachtung für einen Beobachter auf der Erde

Da der Beobachter sich nicht im Ruhesystem des Myons befindet, sind Entstehung und Zerfall des Myons nicht am gleichen Ort. Die mittlere Lebensdauer von $2,2 \mu\text{s}$ ist aber die Eigenzeit der Myonen. So stellt der irdische Beobachter eine um den γ -Faktor (hier 19,6) vergrößerte Zeitspanne fest. Das heißt, das Myon „lebt“ für ihn im Mittel etwa $43 \mu\text{s}$ und kommt knapp 13 km weit, ist also auf der Erde nachzuweisen.

(iii) Betrachtung für einen Beobachter, der sich im Ruhesystem des Myons befindet

Dieser Beobachter sieht die im System des Erdbeobachters gemessene Eigenlänge von 10 km (Abstand zwischen Erdoberfläche und Ort in der Atmosphäre) um den Faktor 19,6 verkürzt. Für diese Strecke erhält dieser Beobachter also 510 m, die das Myon in seiner mittleren Lebensdauer von $2,2 \mu\text{s}$ gut schafft. (Es würde ja sogar 660 m schaffen!)

Man erkennt an diesem Beispiel, dass die Beobachter in unterschiedlichen Inertialsystemen in der Beurteilung, dass ein Ereignis stattgefunden hat, übereinstimmen. Bei der Erklärung, wie es dazu kommt, ergeben sich allerdings Unterschiede.