ILV Mathematik, Jgst. 10 – Rahmenplan

Vorbemerkungen

Die Reihenfolge der vorgeschlagenen Seminarsitzungen ist nicht vertauschbar, sie folgen einer klaren Progression; dabei werden wesentliche, in der Jgst. 11 zu erwerbende Kompetenzen so adaptiert, dass sie von der Altersgruppe in der Jgst. 9 bzw. in der Jgst. 10 aufgebaut werden können und die dafür jeweils benötigten Grundlagen im Regelunterricht bereits aufgebaut wurden. Ein Abweichen von der vom Lehrplan für die Jgst. 9 und 10 vorgegebenen Reihenfolge der Lernbereiche im Regelunterricht sollte daher vermieden werden.

So kann auch gewährleistet werden, dass die im Rahmen der ILV erworbenen Kompetenzen i. d. R. keine unmittelbaren „Auswirkungen“ auf den Regelunterricht haben, sodass es dort insbesondere bei der Leistungsbewertung zu möglichst wenigen Verwerfungen kommen sollte. Beispielsweise wird der Ableitungsbegriff im Rahmen der ILV relativ spät eingeführt, sodass damit einhergehende Verfahren zur Bestimmung des Scheitelpunkts einer Parabel erst dann zur Verfügung stehen, wenn diese Thematik im Regelunterricht bereits „abgehakt“ ist.

Im Gegenstandsbereich „Funktionaler Zusammenhang“ bildet die Differentialrechnung einen zentralen, insgesamt vier Seminarsitzungen umfassenden Fachinhalt der ILV in der Jgst. 10. Es ist zeitlich nicht möglich, den diesbezüglichen Kompetenzaufbau erst dann zu beginnen, wenn im Regelunterricht der Jgst. 10 ganzrationale Funktionen betrachtet wurden. Daher erfolgt im ersten Block zur Differentialrechnung (2. und 3. Seminarsitzung) der Kompetenzaufbau unter Rückgriff auf quadratische Funktionen und Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten.

Wichtiger Bestandteil der ILV sind die Studierzeiten zwischen den Seminarsitzungen. Diese können sowohl für vertiefende Übungen genutzt werden als auch für die Vorbereitung der jeweils darauffolgenden Seminarsitzung, z. B. mittels geeigneter (Lern-)Aufgaben oder Erklärvideos. In welchem Umfang die Studierzeiten Aufgaben enthalten können, die eine eigenständige Auseinandersetzung mit neuen Inhalten erfordern, hängt von der Leistungsstärke der Lerngruppe und der individuellen Ausgestaltung der Seminarsitzungen ab.

Überblick ILV Mathematik, Jgst. 10

I. **Einfache[1] gebrochen-rationale Funktionen (Wiederholung)** [1. Seminarsitzung]

II. **Differentialrechnung** [2. und 3. Seminarsitzung]
- lokale (Nicht-)Differenzierbarkeit
- Monotonieverhalten, Extremwerte

III. **Bedingte Wahrscheinlichkeit; stochastische Unabhängigkeit** [4. und 5. Seminarsitzung]

IV. **Zusammenschau aller bisher bekannten Funktionstypen** [6. Seminarsitzung]

V. **Fortführung der Differentialrechnung** [7. und 8. Seminarsitzung]
- Extremstellen ganzrationaler Funktionen
- Zweite Ableitung, Krümmungsverhalten, Wendestellen

[1] Unter einer „einfachen“ gebrochen-rationalen Funktion wird im LehrplanPLUS (vgl. Lernbereich M11 2) eine gebrochen-rationale Funktion verstanden, deren Funktionsterm in vollständig gekürzter Form vorliegt und bei dem sowohl Zähler- als auch Nennerpolynom höchstens den Grad 2 aufweisen.

LehrplanPLUS **Lernbereich im Regelunterricht der Jgst. 9**	**Individuelle Lernzeitverkürzung** **Seminar-sitzung** **Studier-zeit**	**Lerngegenstand und Kompetenzerwerb**	**Hinweise zur Einbindung in die Fachprogression**
M10 1 Exponentielles Wachstum und Logarithmus (ca. 18 Std.)	**1)** Seminar-sitzung	**Untersuchung einfacher gebrochen-rationaler Funktionen (Wiederholung), Schnittpunkte von Graphen** • Ermitteln der maximal möglichen Definitionsmenge sowie der Nullstellen und Polstellen einer einfachen gebrochen-rationalen Funktion • Untersuchen des links- und rechtsseitigen Grenzverhaltens bei Annäherung von x an Polstellen sowie des Verhaltens für $x \to -\infty$ und $x \to +\infty$ • Angeben der Gleichungen senkrechter und waagrechter Asymptoten • Skizzieren des Funktionsgraphen und Überprüfen der Skizze mithilfe eines Funktionenplotters • Beschreiben des Monotonieverhaltens, insbesondere im Hinblick auf die Lücken in der Definitionsmenge • Berechnen der Koordinaten der Schnittpunkte einer Gerade mit dem Graphen einer einfachen gebrochen-rationalen Funktion in Fällen, in denen die zu lösende Bruchgleichung auf eine quadratische Gleichung zurückgeführt werden kann	zielt auf „M11 2 Gebrochen-rationale Funktionen – Grenzwerte und Asymptoten“, 1. – 5. Kompetenzerwartung (KE 1 – 5) Die Bedeutung der Bezeichnung „einfache“ gebrochen-rationale Funktion wird auf Seite 2 dieses Dokuments im Rahmen einer Fußnote erläutert, vgl. auch LehrplanPLUS, Lernbereich M11 2. Das Monotonieverhalten wird nur anschaulich anhand des Graphen beschrieben. Eine rechnerische Bestimmung der Ableitung ist an dieser Stelle noch nicht möglich.
	1) Studier-zeit	**Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Betrag einer Zahl, Betragsfunktion** • Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen • Beschreiben der Bedeutung des Betrags einer Zahl *(vorbereitende Hausaufgabe)* • Zeichnen des Graphen der Betragsfunktion mithilfe einer Wertetabelle und Überprüfen der Zeichnung mithilfe eines Funktionenplotters *(vorbereitende Hausaufgabe)*	

	2) Seminar- sitzung	**Nicht-Differenzierbarkeit am Beispiel der Betragsfunktion, Ableitung (Wiederholung)** • Erfassen der lokalen Differenzierbarkeit bzw. Nicht-Differenzierbarkeit am Beispiel der Betragsfunktion • Aufstellen des Funktionsterms einer Funktion, die an einer beliebigen Stelle $x \neq 0$ nicht differenzierbar ist, und Skizzieren des zugehörigen Graphen • Graphisches und rechnerisches Ableiten sowie Bestimmen von Tangentengleichungen und Steigungswinkeln • Interpretieren der Ableitung als lokale Änderungsrate im Sachkontext	zielt auf „M11 4.1 Lokales und globales Differenzieren", KE 2, 4, 5, 6 und 7 Die Beschreibung der Differenzierbarkeit erfolgt nicht formal, sondern verbleibt auf einer anschaulichen Ebene.
	2) Studier- zeit	**Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Monotonieintervalle** • Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen • Bestimmen von Monotonieintervallen anhand von geeigneten Graphen; graphisches Ableiten dieser Funktionen *(vorbereitende Hausaufgabe)*	Auch wenn die Schülerinnen und Schüler ganzrationale Funktionen bisher nicht als Funktionstyp kennen, können deren Graphen verwendet werden.
M10 2 Zusammengesetzte Zufallsexperimente und stochastische Simulationen (ca. 15 Std.)	**3)** Seminar- sitzung	**Monotonieverhalten und Extremwertbestimmung** • Erläutern des Zusammenhangs zwischen der Ableitung einer Funktion und deren Monotonieverhalten sowie deren Extremstellen • Rechnerisches Bestimmen des Monotonieverhaltens von quadratischen Funktionen und von Potenzfunktionen mit geraden Exponenten sowie der Lage und Art der Extrempunkte ihrer Graphen • Unterscheiden von hinreichenden und notwendigen Bedingungen für Extremstellen; insbesondere: Betrachten von Graphen von Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten und deren Stelle mit waagrechter Tangente	zielt auf „M11 4.2 Anwendung der Differentialrechnung bei der Untersuchung ganzrationaler Funktionen", KE 1 und 3
	3) Studier- zeit	**Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Verknüpfte Ereignisse (Wiederholung)** • Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen • Veranschaulichen zweier miteinander verknüpfter Ereignisse mithilfe einer Vierfeldertafel mit absoluten Häufigkeiten und Bestimmen zugehöriger Wahrscheinlichkeiten *(vorbereitende Hausaufgabe)*	

M10 3 Sinus- und Kosinusfunktion (ca. 17 Std.)	**4)** Seminar-sitzung	**Bedingte Wahrscheinlichkeit** • Erstellen eines Baumdiagramms auf der Grundlage einer gegebenen Vierfeldertafel • Erkennen bedingter Wahrscheinlichkeiten und Abgrenzen derselben von Wahrscheinlichkeiten verknüpfter Ereignisse • Bestimmen bedingter Wahrscheinlichkeiten unter flexibler Verwendung von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln; dabei auch: Verwenden von Baumdiagrammen, bei denen die absoluten Häufigkeiten in den Knoten eingetragen werden	zielt auf „M11 3 Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit“, KE 1 und 2 Diese Seminarsitzung kann erst dann stattfinden, wenn im Regelunterricht der Lernbereich „M10 2 Zusammengesetzte Zufallsexperimente […]“ abgeschlossen wurde.
	4) Studier-zeit	**Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Bedingte Wahrscheinlichkeiten in ausgewählten Sachzusammenhängen, Urnenexperimente** • Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen • Erläutern, dass in Sachzusammenhängen (z. B. in der medizinischen Diagnostik) klar zwischen $P_B(A)$, $P_A(B)$ und $P(A \cap B)$ unterschieden werden muss • Ermitteln bedingter Wahrscheinlichkeiten bei Urnenexperimenten; dabei: Unterscheiden der Fälle „Ziehen mit Zurücklegen“ und „Ziehen ohne Zurücklegen“ und jeweils Vergleichen von $P_A(B)$ und $P(B)$ *(vorbereitende Hausaufgabe)*	
	5) Seminar-sitzung	**Stochastisch unabhängige Ereignisse** • Erläutern der stochastischen Unabhängigkeit zweier Ereignisse an konkreten Beispielen • Erkennen der stochastischen Unabhängigkeit bzw. Abhängigkeit von Ereignissen an Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln • Rechnerisches Überprüfen der stochastischen Unabhängigkeit zweier Ereignisse	zielt auf „M11 3 Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit“, KE 3
	5) Studier-zeit	**Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Grenzverhalten von Funktionen** • Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen • Beschreiben des Grenzverhaltens von Funktionen an den Rändern der Definitionsmenge anhand vorgegebener Graphen unter Verwendung der Grenzwertschreibweise (Wiederholung) *(vorbereitende Hausaufgabe)*	

M10 4 Ganzrationale Funktionen (ca. 12 Std.)	**6)** Seminar-sitzung	**Zusammenschau aller bisher bekannten Funktionstypen** • Angeben charakteristischer Vertreter aller bisher bekannten Funktionstypen • Beschreiben des Einflusses einer Änderung der Werte bestimmter Parameter in einem Funktionsterm auf den zugehörigen Graphen (Verschiebung in x- oder y-Richtung, Streckung in x- oder y-Richtung, Spiegelung an einer Koordinatenachse) anhand der bisher bekannten Funktionstypen • Veranschaulichen und Erläutern dieser Zusammenhänge – auch unter Verwendung einer dynamischen Mathematiksoftware • Ermitteln eines möglichen Funktionsterms bei vorgegebenem Grenzverhalten	zielt auf „M11 1 Spezielle Eigenschaften von Funktionen“, KE 1, 2 und 4
	6) Studier-zeit	**Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, graphisches Ableiten, Scheitelbestimmung** • Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen • Graphisches Ableiten ganzrationaler Funktionen • Berechnen der Koordinaten des Scheitelpunkts einer Parabel mithilfe der Ableitung (Wiederholung)	
M10 5 Fortführung der Raumgeometrie (ca. 22 Std.)	**7)** Seminar-sitzung	**Extremstellen ganzrationaler Funktionen** • Ableiten ganzrationaler Funktionen unter Verwendung der Faktor- und Summenregel • Untersuchen des Monotonieverhaltens einer ganzrationalen Funktion mithilfe der Ableitung • Bestimmen von Lage und Art der Punkte des Graphen einer ganzrationalen Funktion mit waagrechter Tangente • Skizzieren des Funktionsgraphen und Überprüfen der Skizze mithilfe eines Funktionenplotters	zielt auf „M11 4.2 Anwendung der Differentialrechnung bei der Untersuchung ganzrationaler Funktionen“, KE 1 und 4

	7) Studier-zeit	**Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Monotonieverhalten im Sachkontext** • Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen • Berechnen von Stellen, an denen der Graph einer ganzrationalen Funktion, deren Grad höchstens 3 ist, eine vorgegebene Steigung besitzt • Interpretieren von Monotonieverhalten und Extremstellen einer Funktion im Sachkontext *(vorbereitende Hausaufgabe)*	
	8) Seminar-sitzung	**Krümmungsverhalten und Bestimmung von Wendestellen** • Beschreiben des Änderungsverhaltens der Steigung entlang eines vorgegebenen Funktionsgraphen; anschauliches Erfassen der Bedeutung der Begriffe „Krümmung“ und „Wendestelle“ • Erläutern des Zusammenhangs zwischen der zweiten Ableitung einer Funktion und deren Krümmungsverhalten sowie deren Wendestellen • Untersuchen des Krümmungsverhaltens ganzrationaler Funktionen mithilfe der zweiten Ableitung und rechnerisches Ermitteln von Wendestellen dieser Funktionen • Interpretieren von Wendestellen im Sachkontext (z. B. Zeitpunkt größten Wachstums)	zielt auf „M11 4.2 Anwendung der Differentialrechnung bei der Untersuchung ganzrationaler Funktionen“, KE 2