

## ILV Mathematik, Jgst. 9 – Rahmenplan

### Vorbemerkungen

Die Reihenfolge der vorgeschlagenen Seminarsitzungen ist nicht vertauschbar, sie folgen einer klaren Progression; dabei werden wesentliche, in der Jgst. 11 zu erwerbende Kompetenzen so adaptiert, dass sie von der Altersgruppe in der Jgst. 9 bzw. in der Jgst. 10 aufgebaut werden können und die dafür jeweils benötigten Grundlagen im Regelunterricht bereits aufgebaut wurden. Ein Abweichen von der vom Lehrplan für die Jgst. 9 und 10 vorgegebenen Reihenfolge der Lernbereiche im Regelunterricht sollte daher vermieden werden.

So kann auch gewährleistet werden, dass die im Rahmen der ILV erworbenen Kompetenzen i. d. R. keine unmittelbaren „Auswirkungen“ auf den Regelunterricht haben, sodass es dort insbesondere bei der Leistungsbewertung zu möglichst wenigen Verwerfungen kommen sollte. Beispielsweise wird der Ableitungsbegriff im Rahmen der ILV relativ spät eingeführt, sodass damit einhergehende Verfahren zur Bestimmung des Scheitelpunkts einer Parabel erst dann zur Verfügung stehen, wenn diese Thematik im Regelunterricht bereits „abgehakt“ ist.

Einen zentralen Fachinhalt der ILV in der Jgst. 9 im Gegenstandsbereich „Funktionaler Zusammenhang“ bilden einfache<sup>1</sup> gebrochen-rationale Funktionen, da sie einerseits den Einstieg in die Jgst. 11 darstellen, auf der anderen Seite aber im LehrplanPLUS der Jgst. 9 und 10 keine nennenswerte Bedeutung haben, sodass ideal auf den in der Jgst. 8 erworbenen Kompetenzen zu elementaren<sup>1</sup> gebrochen-rationale Funktionen aufgesetzt werden kann.

Wichtiger Bestandteil der ILV sind die Studierzeiten zwischen den Seminarsitzungen. Diese können sowohl für vertiefende Übungen genutzt werden als auch für die Vorbereitung der jeweils darauffolgenden Seminarsitzung, z. B. mittels geeigneter (Lern-)Aufgaben oder Erklärvideos. In welchem Umfang die Studierzeiten Aufgaben enthalten können, die eine eigenständige Auseinandersetzung mit neuen Inhalten erfordern, hängt von der Leistungsstärke der Lerngruppe und der individuellen Ausgestaltung der Seminarsitzungen ab.

---

<sup>1</sup> Unter einer „einfachen“ gebrochen-rationale Funktion wird im LehrplanPLUS (vgl. Lernbereich M11 2) eine gebrochen-rationale Funktion verstanden, deren Funktionsterm in vollständig gekürzter Form vorliegt und bei dem sowohl Zähler- als auch Nennerpolynom höchstens den Grad 2 aufweisen. Als „elementare“ gebrochen-rationale Funktion wird im LehrplanPLUS eine Funktion bezeichnet, deren Funktionsterm von der Form  $\frac{a}{x+b} + c$  ist (vgl. M8 3).

## Überblick ILV Mathematik, Jgst. 9

### I. Grenzwertbegriff und -schreibweise, Divergenz, Konvergenz [1. und 2. Seminarsitzung]

- Einführung des Grenzwertbegriffs anhand elementarer gebrochen-rationaler Funktionen
- anschauliches und rechnerisches Bestimmen des Grenzverhaltens für gebrochen-rationale Funktionen der Form  $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$

### II. Einfache gebrochen-rationale Funktionen [3.–5. Seminarsitzung]

- Null- und Polstellen einfacher gebrochen-rationaler Funktionen, Bedeutung ihrer Vielfachheit für den Verlauf des Graphen, senkrechte Asymptoten
- Verhalten einfacher gebrochen-rationaler Funktionen für  $x \rightarrow -\infty$  und  $x \rightarrow +\infty$ , waagrechte Asymptoten
- Skizzieren der Graphen einfacher gebrochen-rationaler Funktionen anhand rechnerisch ermittelter Eigenschaften

### III. mittlere Änderungsrate, Steigung einer Sekante, Differenzenquotient [6. Seminarsitzung]

- Interpretieren der mittleren Änderungsrate als Sekantensteigung
- Begriff „Differenzenquotient“, Berechnungen für bekannte Funktionen

### IV. Monotonie und Ableitung [7.–11. Seminarsitzung]

- Monotonieverhalten, Hochpunkt/Tiefpunkt
- Steigung der Tangente
- Zusammenhang der Graphen von Funktion und Ableitungsfunktion, graphisches Ableiten
- Differentialquotient, Ableitungsregeln für  $x \mapsto x$  und für  $x \mapsto x^2$ , Faktor- und Summenregel
- Aufstellen von Tangentengleichungen
- Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten
- lokale Änderungsrate
- Steigungswinkel von Tangenten

| LehrplanPLUS<br><br>Lernbereich im Regelunterricht der Jgst. 9 | Individuelle Lernzeitverkürzung     |   |  |
|--|-------------------------------------|---|--|
|  | Seminar-sitzung<br><br>Studier-zeit | Lerngegenstand und Kompetenzerwerb  | Hinweise zur Einbindung in die Fachprogression   |
| M9 1 Quadratwurzeln (ca. 17 Std.)                              | 1)<br>Seminar-sitzung               | <p><b>Elementare gebrochen-rationale Funktionen (Wiederholung), Grenzwertbegriff und -schreibweise, Divergenz, Konvergenz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Skizzieren des Graphen einer Funktion mit einem Funktionsterm der Form <math>\frac{a}{x+b} + c</math> anhand der aus dem Funktionsterm ersichtlichen Asymptoten</li> <li>• Beschreiben des links- und rechtsseitigen Grenzverhaltens einer solchen Funktion für <math>x \rightarrow -b</math> sowie des Grenzverhaltens für <math>x \rightarrow -\infty</math> und <math>x \rightarrow +\infty</math>, jeweils unter Verwendung der Grenzwertschreibweise</li> <li>• Ermitteln des Verhaltens einer Funktion an den Rändern des Definitionsbereichs aus dem zugehörigen Graphen und Beschreiben dieses Verhaltens, einerseits verbal unter Verwendung der Begriffe „Konvergenz“ und „Divergenz“, andererseits formal unter Verwendung der zugehörigen Grenzwertschreibweise</li> </ul> | <p>zielt auf „M11 2 Gebrochen-rationale Funktionen – Grenzwerte und Asymptoten“, 2. und 3. Kompetenzerwartung (KE 2 und 3)</p> <p>Als „elementare“ gebrochen-rationale Funktion wird im LehrplanPLUS eine Funktion bezeichnet, die einen Funktionsterm der Form <math>\frac{a}{x+b} + c</math> hat (vgl. M8 3).</p> <p>Es wird also an die aus der Jgst. 8 bekannten Funktionen und Asymptoten angeknüpft; neu sind die Grenzwertschreibweise und die Begriffe „Konvergenz“ und „Divergenz“.</p> <p>Für das Einüben der Grenzwertschreibweise werden Funktionsgraphen beliebiger Funktionen verwendet (auch mit noch nicht bekannten Funktionstypen). Der Fokus liegt auf dem formalen Beschreiben des im Graphen sichtbaren Verhaltens einer Funktion an den Rändern des Definitionsbereichs.</p> |

|  |   |   |  |
|--|---|---|--|
|  | <p><b>1)</b><br/>Studier-<br/>zeit</p>    | <p><b>Übergang von Funktionen mit Termen der Form <math>\frac{a}{x+b} + c</math> zu Funktionen mit Termen der Form <math>\frac{cx+d}{x+b}</math> (vorbereitende Hausaufgabe)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Untersuchen einer Funktion mit einem Term der Form <math>\frac{cx+d}{x+b}</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Erstellen einer Wertetabelle (auch mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms)</li> <li>○ Zeichnen des zugehörigen Graphen (auch mithilfe eines Funktionsplotters)</li> <li>○ Ablesen des Verhaltens der Funktion an den Rändern des Definitionsbereichs aus dem Graphen und Beschreiben dieses Verhaltens mithilfe der Grenzwertschreibweise</li> <li>○ Ablesen der Nullstelle aus dem Graphen</li> <li>○ Erkennen, dass für die rechnerische Nullstellenbestimmung nur der Zähler des Funktionsterms betrachtet werden muss</li> </ul> </li> <li>• Umwandeln eines Funktionsterms der Form <math>\frac{a}{x+b} + c</math> in die Form <math>\frac{cx+d}{x+b}</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Angeben wesentlicher Eigenschaften einer Funktion bzw. ihres Graphen anhand des Funktionsterms der Form <math>\frac{a}{x+b} + c</math> (maximale Definitionsmenge, Asymptoten, Grenzwerte)</li> <li>○ Umformen des Funktionsterms in die Form <math>\frac{cx+d}{x+b}</math></li> <li>○ Bestimmen der Nullstelle mithilfe des umgewandelten Funktionsterms</li> </ul> </li> </ul> | <p>Als Vorbereitung auf die zweite Seminarsitzung werden Funktionsterme der Form <math>\frac{cx+d}{x+b}</math> betrachtet und die Umwandlung der bisher bekannten Form des Funktionsterms gebrochen-rationaler Funktionen in diese Form thematisiert.</p> <p>Es bietet sich an, bei der Funktionsuntersuchung auch digitale Hilfsmittel einzusetzen und somit die diesbezüglichen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler zu stärken.</p> |
|  | <p><b>2)</b><br/>Seminar-<br/>sitzung</p> | <p><b>Gebrochen-rationale Funktionen mit Termen der Form <math>\frac{ax+b}{cx+d}</math>, rechnerisches Bestimmen des Verhaltens an den Rändern des Definitionsbereichs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Berechnen der Nullstelle und der Polstelle einer einfachen gebrochen-rationalen Funktion mit einem Term der Form <math>\frac{ax+b}{cx+d}</math></li> <li>• Bestimmen des Verhaltens einer solchen Funktion an den Rändern des Definitionsbereichs anhand des Funktionsterms – auch mithilfe zielgerichteter Termumformungen</li> <li>• Angeben der Gleichungen der Asymptoten des Graphen einer solchen Funktion und Skizzieren ihres Graphen</li> </ul>  | <p>zielt auf „M11 2 Gebrochen-rationale Funktionen – Grenzwerte und Asymptoten“, KE 1, 2 und 3</p> <p>Die bewusst starke Eingrenzung der Komplexität der Terme berücksichtigt den Kompetenzstand der Schülerinnen und Schüler.</p>   |

|  |                              |  |  |
|--|------------------------------|--|--|
|  | <b>2)</b><br>Studier-zeit    | <b>Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, gebrochen-rationale Funktionen mit Zählergrad<sup>2</sup> 1 und Nennergrad 2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen</li> <li>Untersuchen einer gebrochen-rationalen Funktion mit Zählergrad 1, Nennergrad 2 und einem in Linearfaktoren gegebenen Nenner mithilfe einer Wertetabelle und eines Funktionenplotters<br/><i>(vorbereitende Hausaufgabe)</i></li> </ul>   | Es wird empfohlen, an dieser Stelle noch keine Funktionsterme zu betrachten, deren Zähler oder Nenner keine Nullstellen besitzen; dies erfolgt in der 5. Seminarsitzung.   |
| M9 2.1 Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen (ca. 18 Std.)<br>M9 2.2 Quadratische Funktionen in Anwendungen (ca. 18 Std.) | <b>3)</b><br>Seminar-sitzung | <b>Null- und Polstellen einfacher gebrochen-rationaler Funktionen, deren Funktionsterm sowohl im Zähler als auch im Nenner als Produkt von Linearfaktoren gegeben ist</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ermitteln der maximal möglichen Definitionsmenge sowie der Nullstellen und der Polstellen einer solchen Funktion</li> <li>Unterscheiden von einfachen und doppelten Null- bzw. Polstellen und Erläutern der Bedeutung der Vielfachheit für den Verlauf des zugehörigen Graphen – auch unter Verwendung eines Funktionenplotters</li> <li>Angeben der Gleichung(en) der senkrechten Asymptoten und Beschreiben des links- und rechtsseitigen Grenzverhaltens bei Annäherung von <math>x</math> an die Polstelle(n) unter Verwendung der Grenzwertschreibweise</li> <li>Skizzieren des Graphen in der Nähe der Null- und Polstellen und Überprüfen der Skizze durch Verwenden eines Funktionenplotters</li> </ul> | zielt auf „M11 2 Gebrochen-rationale Funktionen – Grenzwerte und Asymptoten“, KE 1 und 3<br>Die Bedeutung der Bezeichnung „einfache“ gebrochen-rationale Funktion wird auf der Seite 1 dieses Dokuments im Rahmen einer Fußnote erläutert, vgl. auch LehrplanPLUS, Lernbereich M11 2.<br>Da die Lösungsformel für quadratische Gleichungen noch nicht zur Verfügung steht, werden an dieser Stelle nur Funktionsterme verwendet, bei denen Zähler- und Nennerpolynom als Produkt von Linearfaktoren gegeben sind.<br>Es wird auch hier empfohlen, noch keine Funktionsterme zu betrachten, deren Zähler oder Nenner keine Nullstellen besitzen; dies erfolgt in der 5. Seminarsitzung. |

<sup>2</sup> Mit „Zählergrad“ wird der Grad des Polynoms des Zählers des Funktionsterms einer gebrochen-rationalen Funktion bezeichnet; Analoges gilt für den „Nennergrad“.

|  |                                  |  |   |
|--|----------------------------------|--|---|
|  | <b>3)</b><br>Studier-<br>zeit    | <b>Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Umwandlung von Funktionstermen, Überlegungen zum Grenzverhalten gebrochen-rationaler Funktionen für <math>x \rightarrow -\infty</math> und <math>x \rightarrow +\infty</math> mithilfe von Wertetabellen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen</li> <li>• Umformen von Funktionstermen der in der Seminarsitzung behandelten Form in Terme, deren Zähler und Nenner jeweils die allgemeine Form <math>ax^2 + bx + c</math> haben (<i>vorbereitende Hausaufgabe</i>)</li> <li>• Untersuchen des Verhaltens von einfachen gebrochen-rationalen Funktionen, deren Nennergrad gleich 2 ist, für <math>x \rightarrow -\infty</math> und <math>x \rightarrow +\infty</math> mithilfe von geeigneten Wertetabellen; Beschreiben dieses Verhaltens mithilfe der Grenzwertschreibweise und Überprüfen des Ergebnisses unter Verwendung eines Funktionenplotters (<i>vorbereitende Hausaufgabe</i>)</li> </ul> |   |
|  | <b>4)</b><br>Seminar-<br>sitzung | <b>Verhalten einfacher gebrochen-rationaler Funktionen für <math>x \rightarrow -\infty</math> und <math>x \rightarrow +\infty</math></b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bestimmen des Verhaltens solcher Funktionen für <math>x \rightarrow -\infty</math> und <math>x \rightarrow +\infty</math>, auch mithilfe zielgerichteter Termumformungen und unter Verwendung der Grenzwertschreibweise</li> <li>• Ggf. Angeben der Gleichungen der waagrechten Asymptoten</li> <li>• Angeben der maximal möglichen Definitionsmenge, Bestimmen der Null- und Polstellen und Angeben der Gleichungen der senkrechten Asymptoten</li> <li>• Skizzieren des Funktionsgraphen und Überprüfen der Skizze mithilfe eines Funktionenplotters</li> </ul>  | zielt auf „M11 2 Gebrochen-rationale Funktionen – Grenzwerte und Asymptoten“, schwerpunktmäßig KE 2<br>Für diese Seminarsitzung ist es erforderlich, dass im Regelunterricht die Kompetenzen aus dem Lernbereich M9 2.1 bereits erworben wurden.<br>Es wird auch hier empfohlen, noch keine Funktionsterme zu betrachten, deren Zähler oder Nenner keine Nullstellen besitzen; dies erfolgt in der 5. Seminarsitzung.<br>Ist der Zählergrad um 1 größer als der Nennergrad, kann eine qualitativ richtige Skizze des Funktionsgraphen i. d. R. nur in der Umgebung von Pol- bzw. Nullstellen erwartet werden. |

|                              |   |   |
|------------------------------|---|---|
|                              |   | <p>Schräge Asymptoten sollten an dieser Stelle nur in leistungsstarken Lerngruppen thematisiert werden. Ihre Gleichungen sollen grundsätzlich nur in den Fällen angegeben werden, in denen diese unmittelbar aus dem Funktionsterm ersichtlich sind (vgl. M11 2, KE 2).</p>                       |
| <p>4)<br/>Studierzeit</p>    | <p><b>Festigung der Inhalte der Seminarsitzung; einfache gebrochen-rationale Funktionen, die keine Nullstellen oder keine Polstellen besitzen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen</li> <li>• Skizzieren der Graphen einfacher gebrochen-rationaler Funktionen, die keine Nullstelle oder keine Polstelle besitzen, und Überprüfen der Skizzen durch Verwenden eines Funktionenplotters (<i>vorbereitende Hausaufgabe</i>)</li> </ul>   | <p>Die Auswahl der Aufgaben soll zu einer Vertiefung und variablen Verfügbarkeit der Erkenntnisse aus der 3. und 4. Seminarsitzung führen; insbesondere soll eine reflektierte Verwendung der jeweils geeigneten Form des Funktionsterms (faktoriert oder ausmultipliziert) gefördert werden.</p> |
| <p>5)<br/>Seminarsitzung</p> | <p><b>Einfache gebrochen-rationale Funktionen, die keine Nullstellen oder keine Polstellen besitzen; Bestimmen möglicher Funktionsterme einfacher gebrochen-rationaler Funktionen anhand vorgegebener Eigenschaften</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Untersuchen einfacher gebrochen-rationaler Funktionen, die keine Nullstellen oder keine Polstellen besitzen <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Untersuchen auf Null- und Polstellen, gegebenenfalls Faktorisieren des Funktionsterms</li> <li>○ Angeben des maximalen Definitionsbereichs des Funktionsterms</li> <li>○ Bestimmen des Verhaltens der Funktionen für <math>x \rightarrow -\infty</math> und <math>x \rightarrow +\infty</math></li> <li>○ Skizzieren des zugehörigen Graphen und Überprüfen der Skizze mit einem Funktionenplotter</li> </ul> </li> <li>• Ermitteln eines möglichen Funktionsterms zu einem gegebenen Graphen einer einfachen gebrochen-rationalen Funktion bzw. zu gegebenen charakteristischen Eigenschaften des Graphen</li> </ul> | <p>zielt auf „M11 2 Gebrochen-rationale Funktionen – Grenzwerte und Asymptoten“, KE 1, 2, 3 und 4</p>   |

|   |                              |  |   |
|---|------------------------------|--|---|
|   | <b>5)</b><br>Studier-zeit    | <b>Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Steigung einer Geraden (Wiederholung)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen</li> <li>Ablezen der Steigung einer Geraden aus dem Graphen und aus dem zugehörigen Funktionsterm</li> <li>Rechnerisches Bestimmen der Steigung einer Geraden, die durch zwei vorgegebene Punkte verläuft</li> </ul>   |   |
| M9 3 Wahrscheinlichkeit verknüpfter Ereignisse (ca. 8 Std.) | <b>6)</b><br>Seminar-sitzung | <b>Steigung einer Geraden (Wiederholung), mittlere Änderungsrate, Steigung einer Sekante, Differenzenquotient</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ermitteln der Steigung einer Geraden mithilfe eines Steigungsdreiecks</li> <li>Bestimmen und Interpretieren von mittleren Änderungsraten in Sachzusammenhängen, die graphisch dargestellt sind</li> <li>Geometrisches Interpretieren der mittleren Änderungsrate als Sekantensteigung und Verwenden des Begriffs „Differenzenquotient“ im Zusammenhang mit der mittleren Änderungsrate</li> <li>Berechnen von Werten von Differenzenquotienten für bekannte Funktionen</li> </ul>   | zielt auf „M11 4.1 Lokales und globales Differenzieren“, KE 1 |
|   | <b>6)</b><br>Studier-zeit    | <b>Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Interpretation von Geländeprofilen<sup>3</sup>, Eigenschaften quadratischer Funktionen (Wiederholung)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen</li> <li>Interpretieren von Geländeprofilen: Bestimmen mittlerer Steigungen; Angeben der Intervalle, in denen die zugehörige Wegstrecke bergauf bzw. bergab verläuft; Markieren der ungefähren Lage der steilsten bzw. flachsten Stelle (<i>Exkurs und vorbereitende Hausaufgabe</i>)</li> <li>Angeben wesentlicher Eigenschaften einer quadratischen Funktion anhand des zugehörigen Graphen (insbesondere: Monotonieverhalten, größter Funktionswert, kleinster Funktionswert) (<i>vorbereitende Hausaufgabe</i>)</li> </ul> |   |

<sup>3</sup> Ein Geländeprofil ist ein Liniendiagramm, das durch einen zur horizontalen Bezugsfläche senkrechten Schnitt durch ein Gelände entsteht. In Richtung der Rechtswertachse kann also der horizontale Abstand jedes Punkts der Linie von einem Ausgangspunkt abgelesen werden. Abweichend davon wird in Höhenprofilen, die häufig im Zusammenhang mit Wanderungen oder Radtouren verwendet werden, auf der Rechtswertsachse die Länge der – entlang der Geländeoberfläche – zurückgelegten Wegstrecke angetragen. Aus Höhenprofilen kann daher die Steigung von Wegstrecken nicht direkt abgelesen werden.

|  |                    |   |   |
|--|--------------------|---|---|
| M9 4 Ähnlichkeit und Strahlensatz (ca. 14 Std.)  | 7) Seminar-sitzung | <b>Monotonieverhalten, Hochpunkt/Tiefpunkt, Steigung des Graphen in einem Punkt</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Beschreiben des Verlaufs von Graphen mithilfe einer anschaulichen Vorstellung von Monotonie; dabei auch Verwenden der Begriffe „Hochpunkt“ und „Tiefpunkt“</li> <li>• Interpretieren der Steigung in einem Punkt eines Graphen als Tangentensteigung; graphisches Bestimmen dieser Steigung</li> <li>• Abgrenzen von lokaler und mittlerer Steigung; Diskutieren der Bedeutung der Verkehrszeichen „Steigung“ und „Gefälle“</li> </ul> | zielt auf „M11 4.1 Lokales und globales Differenzieren“, KE 2   |
|  | 7) Studier-zeit    | <b>Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Steigung an mehreren Stellen eines Graphen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen</li> <li>• Graphisches Ermitteln der Tangentensteigung <math>m_x</math> an mehreren Punkten <math>(x   f(x))</math> des Graphen einer Funktion <math>f</math> und Eintragen der Punkte <math>(x   m_x)</math> in dasselbe Koordinatensystem (<i>vorbereitende Hausaufgabe</i>)</li> </ul>  | Mit dem Eintragen von Punkten, deren y-Koordinate die Steigung an der jeweiligen Stelle ist, wird der Begriff der Ableitungsfunktion vorbereitet. |
| M9 5 Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten und Erweiterung des Potenzbegriffs (ca. 9 Std.) | 8) Seminar-sitzung | <b>Ableitungsfunktion</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Beschreiben der Ableitungsfunktion als Funktion, die jeder Stelle <math>x</math> die Steigung des Graphen an dieser Stelle zuordnet</li> <li>• Schließen aus dem Graphen einer Funktion auf den Graphen der Ableitungsfunktion</li> <li>• Begründen aus der Anschauung heraus, dass <math>f'(x) = m</math> der Term der Ableitung einer Funktion <math>f</math> mit <math>f(x) = mx + t</math> ist.</li> </ul>   | zielt auf „M11 4.1 Lokales und globales Differenzieren“, KE 5   |
|  | 8) Studier-zeit    | <b>Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Aufstellen von Geradengleichungen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen</li> <li>• Aufstellen von Geradengleichungen bei gegebener Steigung und gegebenem Geradenpunkt (Wiederholung) (<i>vorbereitende Hausaufgabe</i>)</li> </ul>   |   |

|   |                        |   |   |
|---|------------------------|---|---|
| M9 6 Satz des Pythagoras (ca. 11 Std.)                      | 9)<br>Seminar-sitzung  | <b>Differentialquotient, Ableitungsregel für <math>f(x) = ax^2</math>, Faktor- und Summenregel, Tangentengleichung</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Erfassen des Übergangs vom Differenzen- zum Differentialquotienten anhand der Visualisierung des Übergangs von der Sekanten- zur Tangentensteigung in einem Punkt des Graphen einer Funktion der Form <math>x \mapsto ax^2</math></li> <li>Nachvollziehen der rechnerischen Herleitung des Terms der Ableitungsfunktion von Funktionen der Form <math>x \mapsto ax^2</math></li> <li>Berechnen der Terme der Ableitungsfunktionen quadratischer Funktionen unter Nutzung der Faktor- und Summenregel</li> </ul> | zielt auf „M11 4.1 Lokales und globales Differenzieren“, KE 2, 3, 6 und 7<br>Für die Visualisierung wird die Verwendung einer geeigneten Software empfohlen.<br>Die Faktor- und die Summenregel werden den Schülerinnen und Schülern lediglich mitgeteilt.  |
|   | 9)<br>Studier-zeit     | <b>Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Tangentengleichung</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen</li> <li>Bestimmen der Gleichung der Tangente in einem Punkt des Graphen einer quadratischen Funktion; Zeichnen des Graphen der Funktion und der Tangente, auch mithilfe eines Funktionenplotters</li> </ul>   |   |
| M9 7.1 Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck (ca. 9 Std.) | 10)<br>Seminar-sitzung | <b>Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten, lokale Änderungsrate</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Angeben der Ableitung für Funktionen mit Termen der Form <math>ax^n</math> mithilfe der entsprechenden Ableitungsregel</li> <li>Aufstellen der Gleichung der Tangente an den Graphen einer Potenzfunktion in einem Punkt des Graphen</li> <li>Interpretieren des Werts eines Differentialquotienten als lokale Änderungsrate und Nutzen dieser Änderungsrate im Sachkontext</li> </ul>  | zielt auf „M11 4.1 Lokales und globales Differenzieren“, KE 2, 3, 6 und 7<br>Die Ableitungsregel für Funktionen der Form $x \mapsto x^n$ wird mitgeteilt und es wird gezeigt, dass sie für $n = 1$ und $n = 2$ mit den bereits bekannten Ableitungen in Einklang steht.<br>Um die Ableitungsregeln einzuüben, können auch Summen von Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten verwendet werden.<br>Es ist jedoch nicht daran gedacht, an dieser Stelle bereits den Funktionstyp „ganzrationale |

|                            |   |  |  |
|----------------------------|---|--|--|
|                            |   |  | Funktionen“ einzuführen, da die zugehörigen Graphen zu diesem Zeitpunkt i. d. R. nur mithilfe eines Funktionenplotters oder einer Wertetabelle gezeichnet werden könnten.  |
| 10)<br>Studier-<br>zeit    | <b>Festigung der Inhalte der Seminarsitzung, Bestimmen des Steigungswinkels einer Geraden</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Anwenden der in der Seminarsitzung erworbenen Kompetenzen</li> <li>Zeichnerisches Bestimmen des Winkels, unter dem eine Gerade die x-Achse schneidet, und Berechnen der Größe des Winkels unter Verwendung eines Steigungsdreiecks (<i>vorbereitende Hausaufgabe</i>)</li> <li>Erläutern des Zusammenhangs zwischen Steigungswinkel und Steigung der Geraden (<i>vorbereitende Hausaufgabe</i>)</li> </ul> |  | Für das rechnerische Bestimmen des Steigungswinkels einer Geraden ist es erforderlich, dass im Regelunterricht die dazu benötigten Kompetenzen aus „M9 7.1 Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck“ bereits erworben wurden. |
| 11)<br>Seminar-<br>sitzung | <b>Steigungswinkel von Tangenten, Festigung der Differentialrechnung</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Erläutern, welcher Winkel als Steigungswinkel einer Tangente bezeichnet wird, und Interpretieren von negativen Winkelgrößen</li> <li>Berechnen des Steigungswinkels einer Tangente unter Verwendung der Ableitung</li> <li>Bearbeiten variantenreicher, auch anwendungsbezogener Aufgaben zu den Aspekten der Differentialrechnung, die in den vorangegangenen Seminarsitzungen betrachtet wurden</li> </ul>                    |  | zielt auf „M11 4.1 Lokales und globales Differenzieren“, insbes. KE 7  |