

Prof. Dr. Hedwig Gasteiger

Mathematisches Institut der Ludwig-Maximilian-Universität München

Ein Phänomen – verschiedene Begrifflichkeiten

Beschäftigt man sich mit dem Thema Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht, so wird man unweigerlich mit verschiedenen – aus unterschiedlichen Fachdisziplinen stammenden – Begrifflichkeiten konfrontiert. Lorenz und Radatz (1993) stellen in einer eindrucksvollen Liste zahlreiche solcher bisweilen ungeklärter Begriffe wie Akalkulie, Dyskalkulie, Zahlen-Aphasie, Zahlendyslexie u. v. m. (S. 17), zusammen, die sich kaum objektiv fassen und restlos definieren lassen. Eine fundierte Annäherung an das Thema „Lernschwierigkeiten in Mathematik“ erfordert es jedoch, präzise zu klären, wovon man eigentlich spricht.

Die einzige Quelle, die derzeit eine klare Definition des Phänomens der „Rechenstörungen“ liefert, ist die Internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme (ICD-10-GM). Hier findet man im Kapitel „Psychische und Verhaltensstörungen“ das Unterkapitel „Entwicklungsstörungen“ und hierunter wiederum folgende Beschreibung von „Rechenstörung“:

„Diese Störung besteht in einer *umschriebenen Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar* ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten, wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnung benötigt werden.“ (ICD-10-GM, Hervorh. d. d. V.)

Das zentrale Charakteristikum dieser Definition ist das sogenannte Diskrepanzkriterium: Von einer Rechenstörung im oben genannten Sinne geht man aus, wenn die Leistungen im Rechnen deutlich unterdurchschnittlich sind, dies aber nicht auf die individuelle Intelligenz zutrifft. Es muss also eine klare Diskrepanz zwischen Rechenleistung und allgemeiner Intelligenz erkennbar sein. Das Diskrepanzkriterium wird in der Regel herangezogen, wenn bei Kindern während ihrer Schullaufbahn eine Rechenstörung (auch bezeichnet als „Dyskalkulie“) diagnostiziert wird.

Diskrepanzkriterium – kritisch reflektiert

Die Diagnose von Rechenstörungen aufgrund der Definition nach ICD-10 und infolgedessen aufgrund des Diskrepanzkriteriums lässt sich – nicht nur aus mathematikdidaktischer Perspektive – kritisch reflektieren. Man muss hinterfragen, was durch diese Art und Weise zu diagnostizieren wirklich erfasst wird. Folgende Kritikpunkte lassen sich diesbezüglich anführen:

- Es ist problematisch, dass sich Mathematik- und Intelligenztests nicht selten inhaltlich überlappen (Ehlert/Schroeders/Fritz 2012). Aus diesem Grund kann eine Diskrepanz in manchen Fällen schlicht nicht nachgewiesen werden – unabhängig davon, ob die Kinder Schwierigkeiten beim Mathematiklernen haben oder nicht.
- Die Aufgaben der Mathematiktests, die für die Diagnose zum Einsatz kommen, entsprechen teilweise nicht dem, was Kindern aus dem Mathematikunterricht bekannt ist bzw. prüfen Inhalte ab, die im Unterricht eher randständig behandelt werden, wie z. B. Aufgaben zum vertikalen Zahlenstrahl im DEMAT 1+ (Krajewski/Küspert/Schneider 2002). So wird die Mathematikleistung unter Umständen unterschätzt.
- Standardisierte Mathematiktests erfassen in der Regel immer nur Ergebnisse. Aus mathematikdidaktischer Sicht weiß man, dass z. B. zählendes Rechnen ein klares Signal für Schwierigkeiten eines Kindes beim Mathematiklernen darstellt. Mit der Strategie des zählenden Rechnens sind jedoch viele Kinder in der Lage, richtige Ergebnisse in angemessener Zeit zu ermitteln. Diese Kinder werden durch die Auswertung des Mathematiktests nicht zwangsläufig auffällig.
- In verschiedenen wissenschaftlichen Studien zum Thema Rechenstörungen (bzw. Dyskalkulie) werden unterschiedliche sogenannte „cut-offs“ als Maß für die Diskrepanz verwendet. Unter „cut-off“ ist eine festgelegte Grenze für einen kritischen Wert zu verstehen. Dies führt z. B. dazu, dass Angaben zur Schätzung des Anteils von Grundschulkindern mit Rechenstörungen stark schwanken. Sie liegen zwischen 1,3 und 10,3 %, wie eine Metaanalyse von 17 Studien zeigt (Editorial 2013). Diese Tatsache lässt zu Recht Zweifel an der diagnostischen Vorgehensweise aufkommen. Abhängig davon, ab welchen Punktwerten man die Diskrepanz zwischen Intelligenz und Rechenleistung als groß genug erachtet, erhält ein Kind die Diagnose Rechenstörung oder eben nicht.
- Nimmt man die Diagnose von Rechenstörungen als Ausgangspunkt dafür, ob und in welchem Rahmen den Kindern Förderung zuteil wird, so muss klar konstatiert werden, dass Kinder mit großen Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens aufgrund eines niedrigeren Wertes im Intelligenztest durch das Raster fallen können. Aber sollen nicht diese Kinder mit eben solcher Sorgfalt und Aufmerksamkeit fördernd unterstützt werden?

Die o. g. Definition von Rechenstörungen mit den dort gegebenen Hinweisen zur Diagnostik signalisiert klar, dass es sich bei den Rechenproblemen um eine „Krankheit“ handelt. Im Unterrichtsaltag wäre es fatal, wenn sich die Lehrkraft infolgedessen nicht mehr als Expertin für dieses Problem des Kindes sieht oder wenn sich Kinder bezogen auf ihre mathematische Kompetenzentwicklung im Sinne eines „Ich kann kein Mathe!“ mehr oder weniger selbst aufgeben.

Mathematikdidaktisches Verständnis

In der Mathematikdidaktik ist man gut beraten, von der defizitorientierten Sichtweise zurückzutreten und das Phänomen der Lernschwierigkeiten in Mathematik so zu umschreiben, dass daraus klare Optionen und Chancen für die Lernentwicklung sowie ein deutlicher Förderauftrag erwachsen. Kaufmann und Wessolowski (2006) weisen mit ihrer Beschreibung von Rechenstörungen in diese Richtung.

Sie verstehen unter Rechenstörungen, wenn „Kinder auf Grund (noch) fehlender Voraussetzungen kein Verständnis für Zahlen, Rechenoperationen und Rechenstrategien aufbauen konnten.“ (Kaufmann/Wessolowski 2006, S. 9)

Diese Beschreibung drückt aus, dass es sich bei Rechenstörungen nicht um ein unheilbares Krankheitsbild handelt, sondern um Probleme, die entstehen können, weil bestimmte Vorkenntnisse oder Voraussetzungen für ein anschlussfähiges Mathematiklernen noch nicht gegeben sind. Das Wort „noch“ verweist auf die Notwendigkeit der Förderung.

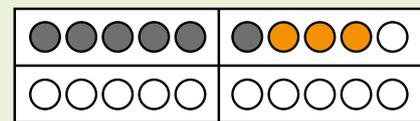
Von der Definition nach ICD-10 unterscheidet sich Kaufmann und Wessolowskis Verständnis von Rechenstörungen zum einen dadurch, dass es nicht allein um Rechenfertigkeiten geht, sondern darum, Zahlen, Operationen und Strategien zu verstehen – zum anderen werden mit dieser Umschreibung alle Kinder in den Blick genommen, die Lernschwierigkeiten in Mathematik haben, unabhängig davon wie intelligent sie sind.

Die angemessene und fachlich fundierte Förderung all dieser Kinder muss letztlich auch das Ziel sein.

Gelingende mathematische Lernprozesse und Risikofaktoren

Wie aber kommt es zu Lernschwierigkeiten in der Mathematik? Hierzu gibt es verschiedene Vermutungen. Zunächst geht man eher von Risikofaktoren aus, die das Entstehen dieser Schwierigkeiten begünstigen können, als von klaren Ursachen. Es gibt neuro- und kognitionspsychologische Erklärungen, wie z. B. eine eingeschränkte Arbeitsgedächtnisleistung (Geary 2004) oder Schwierigkeiten, die Bedeutung von Zahlen zu erkennen bzw. zu verarbeiten (Landerl/Bevan/Butterworth 2009). Aus Sicht der Entwicklungspsychologie und Mathematikdidaktik wird es für gelingende mathematische Lernprozesse als zentral erachtet, dass konkrete Handlungen mit einer entsprechenden bildlichen Vorstellung – notiert oder mental („im Kopf“) – und der symbolischen Notation verknüpft werden können (Zusf. in Hasemann/Gasteiger 2014, S. 66 ff.). Je besser es Kindern gelingt, mentale Vorstellungen oder verinnerlichte Denkhandlungen aufzubauen, umso eher haben sie eine Chance, erfolgreich Mathematik zu lernen. Entscheidend ist, dass der Abstraktionsprozess vom Konkreten zum Symbolischen gelingt – wobei ein striktes Durchlaufen der Darstellungsebenen enaktiv, ikonisch, symbolisch keine Garantie für einen erfolgreichen Lernprozess darstellt.

Ein Beispiel: Die Aufgabe $6 + 3$ lösen Kinder zunächst handelnd. Sie zählen z. B. 6, dann 3 und im Anschluss alle Elemente zur Ermittlung des Ergebnisses 9.



Ein geeignetes Arbeitsmittel muss auf jeden Fall eine Fünfer- und Zehnerstruktur aufweisen, um den Kindern quasisimultane Mengenerfassung zu ermöglichen. Kennen die Kinder die Strukturen am Zwanzigerfeld, können sie sich die Sechs im Zwanzigerfeld auch ohne sie zu legen vorstellen („eins mehr als fünf“), sie können dann in einer mentalen Handlung drei dazulegen, um schließlich an einem inneren Bild die Neun („eins weniger als zehn“) zu sehen. Ein erneutes gedankliches Vorstellen dieses Lösungswegs ermöglicht es den Kindern, die Rechnung zu notieren, ohne dass sie dabei zählen müssen.

Gelingt es Kindern nicht, solche mentalen Vorstellungsbilder aufzubauen, stellt dies einen mathematikdidaktischen Risikofaktor für die Entstehung von Lernschwierigkeiten beim Rechnen dar. In der Regel sind es ungeeignete Arbeitsmittel, die diesen Aufbau mentaler Vorstellungsbilder verhindern. Bei der Aufgabe $6 + 3$ wird es wohl kaum möglich sein, sich sechs Plättchen oder auch die neun Ergebnisplättchen vorzustellen, wenn gedanklich kein Rückgriff auf eine Fünferstruktur erfolgen kann. Diese Struktur kann in Konsequenz dann auch bei der mentalen Handlung nicht mitgedacht werden. Die Aufgabe ist für das Kind deshalb nur am konkreten Material lösbar – in der Regel durch Zählen. Als problematisch wird es

infolgedessen angesehen, wenn Kinder zu früh genötigt werden, auf Arbeitsmittel zu verzichten. Arbeitsmittel werden von den Kindern so lange benötigt, bis sie die inneren Bilder aufgebaut haben oder eine geeignete Strategie entwickelt haben, die ihnen erlaubt, auf Arbeitsmittel zu verzichten – was sie dann in der Regel von sich aus tun.

Früherkennung von beginnenden Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

Es gibt einige Anzeichen, die bereits früh darauf hinweisen, dass Kinder jetzt oder zu einem späteren Zeitpunkt gefährdet sind, Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zu bekommen. Können Kinder am Übergang vom Kindergarten zur Grundschule z. B. noch nicht richtig zählen (z. B. Zahlwortreihe; Eins-zu-eins-Zuordnung von Zahlwort und zu zählendem Objekt) oder haben sie Probleme bei der Erfassung kleinerer unstrukturierter oder größerer strukturierter Mengen, so können daraus später größere Schwierigkeiten erwachsen (Dornheim 2008).

Im Laufe der Grundschulzeit zeigen sich Lernschwierigkeiten in Mathematik in einem oder mehreren der folgenden drei Hauptsymptome (Schipper/Wartha/Schroeders 2011, S. 15 ff.):

- verfestigtes zählendes Rechnen,
- eingeschränktes Stellenwertverständnis und unzureichende Orientierung im Zahlenraum,
- unzureichende Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen und mangelnde Größenvorstellungen.

Um diese Symptome allerdings wahrnehmen zu können, brauchen Lehrkräfte ein breites fachdidaktisches Hintergrundwissen und ausgeprägte förderdiagnostische Fähigkeiten.

Förderdiagnostik

Der Anspruch, alle Kinder mit Lernschwierigkeiten in Mathematik bestmöglich zu fördern, erfordert eine umfassende Diagnostik. Diese Diagnostik soll nicht dazu dienen, Kinder einzuteilen in „mit bzw. ohne Rechenstörungen“, sondern sie soll „handlungsleitend“ (Wollring 2006) oder förderdiagnostisch sein. Konkret heißt das, dass Lehrkräfte aufgrund ihres „fachlichen und fachdidaktischen Wissens Aufgaben entwickeln oder einsetzen, mit welchen die Lernprozesse und Kompetenzen ihrer Schülerinnen und Schüler erfasst, beobachtet und überprüft werden können.“ (Moser Opitz 2006, S. 23) Ziel dieses Handelns ist eine adäquate Förderung. Damit diese gelingen kann, muss bis in die Tiefe analysiert werden, was Kinder noch verstehen und ab welchem Bereich Lücken ersichtlich sind. Das Bild einer Säule mag hier hilfreich sein. Um zu verhindern, dass eine Säule einstürzt, muss man sich frühzeitig auf die Suche nach Rissen machen – im Zweifelsfall bis zum Fundament –, denn eine standfeste Säule kann nur auf einem soliden Grundstein erbaut werden.

Zentrale Bausteine für einen erfolgreichen Erwerb von Rechenfähigkeiten und -fertigkeiten sind:

- Zählen (u. a. Zahlwortreihe; Eins-zu-eins-Zuordnung; verstehen, wie mithilfe des Zählens die Anzahl einer Menge bestimmt werden kann; Anordnung der Elemente oder der Reihenfolge, in der gezählt wird, als für das Zählergebnis irrelevant erkennen)
- Mengenerfassung (u. a. Zahl- und Mengenbegriff; Erkennen und Nutzen von Strukturen; Teil-Ganzes-Verständnis)
- Rechnen (u. a. Grundvorstellungen zu verschiedenen Operationen; Nutzen von Strategien und einfachen Rechengesetzen; Kennen von Stützpunktaufgaben)
- Verständnis für das dezimale Stellenwertsystem (Bündelungsprinzip; Stellenwertprinzip; Zahldarstellung).

Diese Bausteine sind eng vernetzt bzw. bauen aufeinander auf (ausführlichere fachdidaktische Hintergrundinformationen dazu finden sich z. B. in Hanseemann/Gasteiger 2014 oder in Padberg/Benz 2011). Um einen Einblick in die Denkweisen des Kindes bekommen zu können, kann eine genaue Fehleranalyse schriftlicher Arbeitsproben erste Ansatzpunkte liefern. Die für die Förderung wertvollsten Hinweise gewinnt man allerdings, wenn es gelingt, Kinder dazu zu bringen, ihre Vorgehensweisen und die damit verbundenen Gedankengänge mitzuteilen. Fragen wie z. B. „Kannst du mir das erklären?“ oder „Wie bist du denn darauf gekommen?“ können dabei hilfreich sein.

Resümee

Aus der Sicht der Mathematikdidaktik erfordert der Umgang mit dem Thema „Lernschwierigkeiten in Mathematik“ in jedem Fall, alle Kinder in den Blick zu nehmen, ihre Leistungen mit einer kompetenzorientierten statt einer defizitorientierten Herangehensweise zu analysieren und alle diagnostischen Bemühungen als zentrale Grundlage für eine adäquate Förderung zu begreifen. Sowohl eine zielgerichtete Diagnostik als auch die passgenaue Förderung erfordert ein hohes Maß an mathematikdidaktischer Fachkompetenz von den Lehrkräften. Es ist also unabdingbar, Lehrkräfte in diesem Themenbereich

zu professionalisieren. Hierfür braucht es entsprechende fachdidaktisch fundierte Angebote in der Aus- und Weiterbildung, damit Lehrkräfte eine Chance haben, die Expertise zu entwickeln, die sie für die Herausforderung „Lernschwierigkeiten in Mathematik“ in ihrem Lehrerberuf benötigen. Auf dieser Basis kann es gelingen, Mathematikunterricht so zu gestalten, dass dieser präventiv wirkt und massive Schwierigkeiten beim Rechnenlernen gar nicht erst entstehen.

Literatur

- Dornheim, D. (2008). Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten. Berlin: Logos.
- Editorial (2013). Developmental dyscalculia: Fresh perspectives. *Trends in Neuroscience and Education* 2, 33–37.
- Ehlert, A., Schoeders, U. & Fritz, A. (2012). Kritik am Diskrepanzkriterium in der Diagnostik von Legasthenie und Dyskalkulie. *Lernen und Lernstörungen*, 1 (3), 169–184.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(4), 4–15.
- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.
- ICD-10-GM (2015). Internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme. 10. Revision, German Modification. <https://www.dimdi.de/static/de/klklass/icd-10-gm/>. (aufgerufen am 13. Juli 2015)
- Kaufmann, S. & Wessolowski, S. (2006). *Rechenstörungen. Diagnose und Förderbausteine*. Seelze: Kallmeyer.
- Krajewski, K., Küspert, P. & Schneider, W. (2002). *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)*. Göttingen: Hogrefe.
- Landerl, K., Bevan, A. & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9-year-old students. *Cognition* 93, 99–125.
- Lorenz, J.-H. & Radatz, H. (1993). *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht*. Hannover: Schroedel.
- Moser Opitz, E. (2006). Förderdiagnostik: Entstehung – Ziele – Leitlinien – Beispiele. In M. Grübing & A. Peter-Koop (Hrsg.). *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren* (S. 10–28). Offenburg: Mildenerger.
- Padberg, F. & Benz, Ch. (2011). *Didaktik der Arithmetik für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung*. 4. erweiterte, stark überarbeitete Aufl. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Schipper, W., Wartha, S. & von Schroeders, N. (2011). *BIRTE 2. Bielefelder Rechentest für das zweite Schuljahr. Handbuch zur Diagnostik und Förderung*. Braunschweig: Schroedel.
- Wollring, B. (2006). Welche Zeit zeigt deine Uhr? Handlungsleitende Diagnostik für den Mathematikunterricht der Grundschule. *Friedrich Jahresheft*, 24, 64–67.