Bayerisches Staatsministerium für
Unterricht und Kultus


# Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen

## So unterstützen Lehrkräfte in der Grundschule

# Vorwort

Gemäß den „Bayerischen Leitlinien für die Bildung und Erziehung von Kindern bis zum Ende der Grundschulzeit" wollen wir allen Kindern frühzeitig bestmögliche Bildung bieten. Das gilt auch für den Mathematikunterricht der Grundschule, der die Erfahrungen aus dem Elementarbereich erweitert, eine lebensnahe Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten bietet und grundlegende mathematische Fertigkeiten vermittelt.

Bernd Sibler

Bereits in der ersten Klasse wird durch eine alters- und fachgerechte Methodik der Erwerb wesentlicher mathematischer Kompetenzen ermöglicht. Manchen Kindern fällt es jedoch nicht leicht, mathematische Strukturen und Prinzipien zu erkennen sowie ein Verständnis für Zahlen, Rechenoperationen und -strategien aufzubauen. Hier ist es Aufgabe der Lehrkräfte, den besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen frühzeitig entgegenzuwirken.

Carolina Trautner

Die vorliegende Handreichung gibt konkrete Anregungen zur genauen Beobachtung und schrittweisen Begleitung des mathematischen Lernprozesses. Aktuelles Hintergrundwissen und Beispiele für passgenaue Lernangebote liefern wertvolle Hinweise für die Unterrichtspraxis.

Wir danken allen unseren Grundschullehrerinnen und Grundschullehrern für ihren besonderen Einsatz und hoffen, dass die hier zusammengestellten Informationen sie bei der Förderung ihrer Schülerinnen und Schüler unterstützen werden.

München, im März 2018

Bernd Sibler

Bayerischer Staatsminister
für Unterricht und Kultus

Carolina Trautner

Staatssekretärin im Bayerischen
Staatsministerium für Unterricht
und Kultus

# Vorbemerkung: Zum Umgang mit der Handreichung

Der Grundschule kommt die wichtige Aufgabe zu, alle Kinder in ihrem individuellen Lernprozess bestmöglich zu unterstützen.

Da gerade im Grundschulalter wesentliche mathematische Kompetenzen ausgebildet werden, aber auch erste Schwierigkeiten im Lernprozess zu beobachten sind, vermittelt die vorliegende Handreichung Grundschullehrkräften Handlungswissen zum Thema **Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen**.

*Seit einigen Wochen fällt auf, dass Marie (Schülerin der 3. Klasse) sowohl Additions- als auch Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 meist fehlerfrei lösen kann, dazu aber besonders beim Subtrahieren viel Zeit braucht. Im Zahlenraum bis 100 löst sie manche Aufgaben sehr souverän, andere gar nicht oder mit „unerklärlichen" Ergebnissen. Auch Platzhalteraufgaben kann sie im kleinen Zahlenraum bewältigen. Sachaufgaben dagegen sind für sie nahezu unlösbar.*

*Wo finden Lehrkräfte Informationen, wenn sie dieser oder ähnlichen Situationen im Mathematikunterricht begegnen?*

**Teil I (Grundlagen und Informationen)** informiert, wie Kinder Rechnen lernen, zeigt mögliche Schwierigkeiten im Lernprozess auf und erläutert deren Ursachen (Kapitel 1). Ergänzend werden Unterstützungssysteme (Kapitel 2) und rechtliche Vorgaben im Überblick beschrieben (Kapitel 3).

**Teil II (Lernstandserhebung und -analyse, Feststellung des Unterstützungsbedarfs, Lernangebote)** – der auch unabhängig von Teil I bearbeitet werden kann – formuliert praxisnahe Unterstützung für Lehrkräfte:

*Welche Hinweise auf Maries Lösungsstrategien können aus der Beobachtung im Unterricht gewonnen werden? Wie kann die Lehrkraft tiefer gehende Erkenntnisse über Maries Denkwege erhalten? Welche Aufgaben und Materialien unterstützen Marie in ihrem mathematischen Lernprozess?*

*Wie können Lehrkräfte handeln, wenn sie ihre Schülerinnen und Schüler individuell unterstützen wollen?*

Zunächst werden allgemeine Informationen zur individuellen Lernbeobachtung sowie konkrete Beobachtungshilfen für den Unterricht vorgestellt (Kapitel 4). Genau wie diese Beobachtungshilfen gliedern sich die daran anschließenden konkreten Lernangebote zum Aufbau mathematischer Kompetenzen (Kapitel 5) nach den grundlegenden mathematischen Inhaltsbereichen. Dabei richtet sich der Blick immer auf das einzelne Kind als Teil der gesamten Schulklasse.

Ein ausführliches Praxisbeispiel zur Einschulung und den ersten Schulwochen (Kapitel 6) beschreibt den Einsatz der Handreichung sowie eine mögliche Zusammenarbeit unterschiedlicher Helfersysteme. Es umfasst Informationen zu speziellen Lernangeboten sowie Materialien, welche sich gezielt für den Einsatz bereits ab der Schuleinschreibung eignen.

Eine besondere Rolle haben die Beratungslehrkräfte und Schulpsychologinnen bzw. Schulpsychologen inne: Einerseits sind sie selbst Lehrkräfte und unterrichten Schülerinnen und Schüler beim Erlernen des Rechnens. Darüber hinaus gehört auch die Beratung von Lehrkräften, Schülerinnen und Schülern sowie Erziehungsberechtigen zu ihren Aufgaben. Daher sind sie oftmals Ansprechpartner bei auftretenden Schwierigkeiten im Bereich Rechnen und in Teilbereiche der Diagnose, der Förderung bzw. den begleitenden Beratungsprozess mit eingebunden (Kapitel 7).

# Teil I: Grundlagen und Informationen

## 1. Wie lernen Kinder Rechnen und wie definieren sich Schwierigkeiten im Lernprozess?

Kinder verfügen bereits im Säuglingsalter über ein erstaunliches, genetisch bedingtes, mathematisches Verständnis. Die Entwicklung eines Zahlbegriffs beginnt erst im Alter von zwei bis drei Jahren.
Neuere Modelle zum Erwerb mathematischer Kompetenzen setzen daher gezielt im Vorschulalter an. Dazu finden sich in der Literatur diverse Stufenmodelle, aus denen sich für den Lernprozess relevante Vorläuferfähigkeiten ableiten lassen.

### 1.1 Frühe mathematische Kompetenzen als wesentliche Voraussetzung für späteres Rechnen

Die Vorstellung der mathematischen Kompetenzentwicklung orientiert sich am Modell von Fritz, Ricken und Gerlach (2007, S.15), das von fünf aufeinander aufbauenden Entwicklungsniveaus ausgeht.

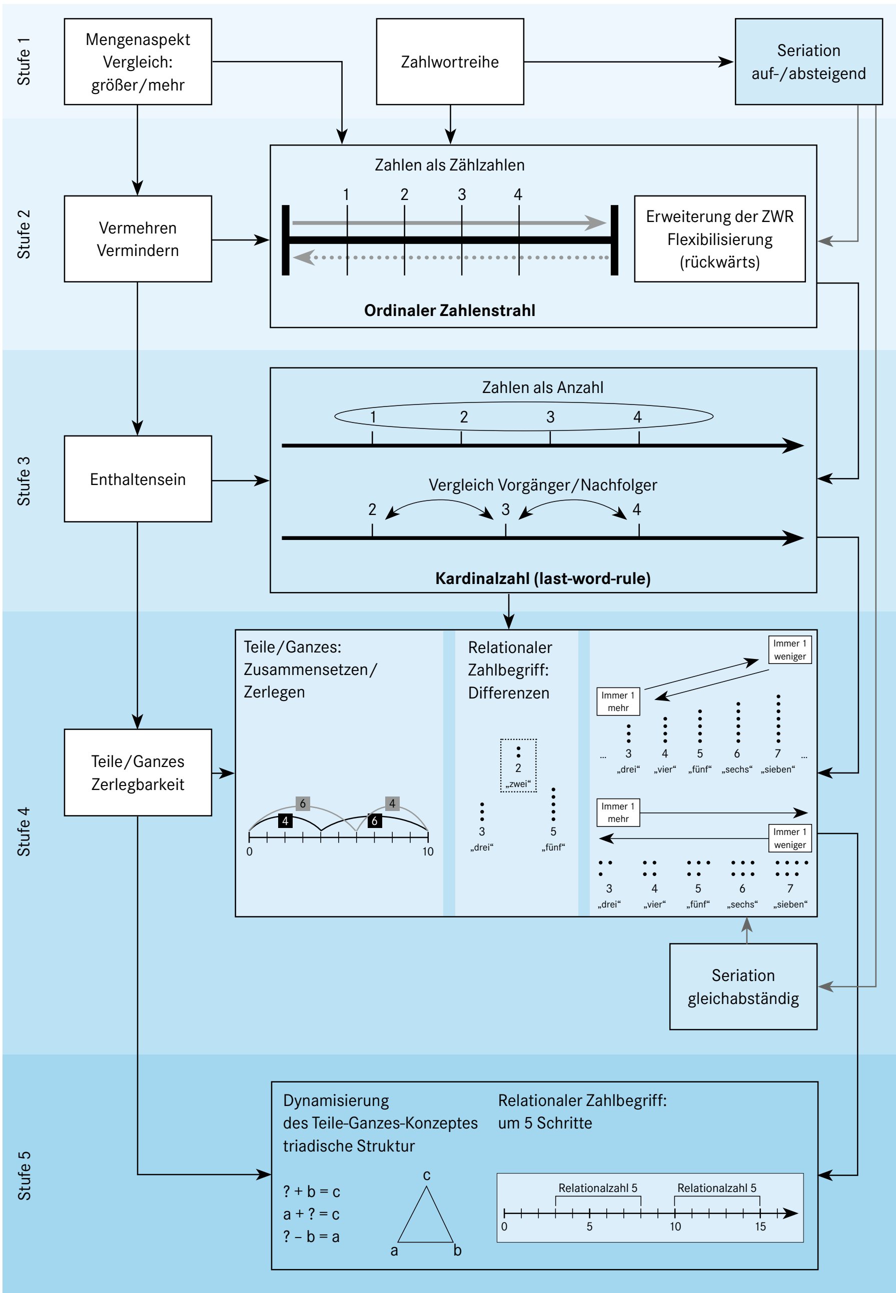



*Abb. 1: Mathematische Kompetenzentwicklung nach Fritz/Ricken/Gerlach (2007)*

Die meisten Kinder verfügen erfahrungsgemäß bereits deutlich vor der Einschulung über die in den ersten beiden Stufen aufgeführten Kompetenzen. Für einen gelingenden Einstieg in die Grundschule ist es günstig, wenn möglichst alle Schulanfänger diese Grundkompetenzen der Stufen 1 und 2 erworben haben.

### Stufe 1: Zahlwort- und Reihenbildung, Mengenvergleich

Auf dieser Stufe laufen kognitive Prozesse ab, welche die Erfassung von Zählprinzipien wie der Eins-zu-eins-Zuordnung vorbereiten. Abzählhandlungen gelingen jedoch noch nicht. Zahlworte werden mit Beginn des Sprechens zunächst ohne Mengenverständnis als Wortreihe verwendet (Sequenzwörter), kleine Mengen werden durch eine Eins-zu-eins-Zuordnung miteinander verglichen, ohne dieses Prinzip kognitiv zu durchdringen. Objekte können nach ihrer Größe angeordnet werden (Prinzip der Seriation). Mit der Zeit entsteht ein Verständnis, dass die Zahlworte in einer festgelegten Reihenfolge angeordnet sind.

### Stufe 2: Ordinaler Zahlenstrahl und zählendes Rechnen

Allmählich differenziert sich das Zahlenwissen. Das Zählen kann genutzt werden, um Objekte zu zählen, d. h., Sequenzwörter entwickeln sich zu Zählwörtern. Es entsteht auch die Einsicht, dass jede Zahl einen bestimmten Vorgänger bzw. Nachfolger hat, der kleiner bzw. größer ist, wobei mit dem Zählen bei Zählhandlungen immer bei 1 begonnen wird. Ebenso entwickeln sich die Fähigkeit der Eins-zu-eins-Zuordnung und auch der sog. mentale (innere) Zahlenstrahl. Zahlen werden nun aufgrund ihrer Position in der Zahlwortreihe miteinander verglichen (ordinales Zahlverständnis). Dabei wird diejenige Zahl als größer betrachtet, die später in der Reihe aufgesagt wird. Der Begriff der Mächtigkeit (kardinales Zahlverständnis) wird noch nicht beherrscht. Da Kinder das Vermehren und Vermindern von Mengen verstehen, können sie durch zählendes Rechnen einfache sachbezogene arithmetische Aufgaben lösen. Gesamtmengen werden mit dem letzten Zahlwort benannt.

### Stufe 3: Kardinale Mengenvorstellung

Zahlen können nicht mehr nur nach ihrer Position auf dem Zahlenstrahl betrachtet werden (ordinal), sondern repräsentieren nun auch die Anzahl der in ihnen enthaltenen Elemente (kardinal). Dabei gibt der Name einer Zahl zugleich die Anzahl der in einer Menge enthaltenen Elemente an. Durch den Erwerb des kognitiven Konzepts des Enthaltenseins wird die Entwicklung des kardinalen Zahlverständnisses nach Fritz/Ricken/Gerlach (2007) begünstigt:

*Beispiel: In der Anzahl 4 sind die Elemente 1, 2, 3 und 4 enthalten.*
*Fehlerquelle: Bei dieser Einsicht scheitern manche Kinder. Anstatt das letzte Wort der Zahlreihe als Angabe der Menge aller Elemente wahrzunehmen, wird es ausschließlich auf das letzte Objekt bezogen.*

Sobald diese Hürde überwunden ist, muss beim Rechnen nun nicht mehr bei 1 der Zahlenreihe begonnen werden (counting all), sondern kann von der ersten Menge aus weitergezählt werden (counting on).

*Beispiel: 4 + 3 = ? – Weiterzählen: 5; 6; 7 → 4 + 3 = 7*
*Fehlerquelle: Durch falsches Weiterzählen beginnen die Kinder beim Aufzählen nicht mit der nächsten Zahl, sondern mit der Ausgangszahl: 4 + 3 =? – falsches Weiterzählen: 4; 5; 6 → 4 + 3 = 6.*

Die Strategie des alles zählenden Rechnens (counting all) kann nun allmählich durch die qualitativ ausgereiftere Strategie des Weiterzählens (counting on) abgelöst werden.

### Stufe 4: Teil-Ganzes-Zerlegbarkeit

Auf dieser Stufe wird das Wissen über die Zahlwortreihe weiter differenziert: Es entsteht die Einsicht, dass die Mächtigkeit der Menge beim Zählen von einer Zahl zur Nachfolgerzahl jeweils um 1 zunimmt und dass jedes Zahlwort beim Weiterzählen einen Zählschritt darstellt, der selbst gezählt werden kann.

*Beispiel: 4 + 3 = ? – Weiterzählen: 5 (1); 6 (2); 7 (3) → 4 + 3 = 7*

Die Einsicht, dass zum Beispiel drei Zählschritte unabhängig von einer Ausgangszahl addiert werden können (… *hat zwei, drei, vier etc. Bonbons und bekommt noch drei dazu*) führt allmählich zum relationalen Zahlbegriff. Dieser bezeichnet zum Beispiel für die Relationszahl 3 einen festen Abschnitt auf dem Zahlenstrahl (*3 – 6* oder *2 – 5* oder *4 – 7* usw.). Auch der ordinale und der kardinale Zahlaspekt werden weiter vertieft. Hier geht es um die Aufteilung eines Ganzen in Teile und umgekehrt.

*Beispiel: Eine Pizza, die in eine bestimmte Anzahl von gleichgroßen Stücken geteilt wurde, kann wieder zur Gesamtmenge oder in Teilmengen zusammengesetzt werden.*

Es entsteht das Verständnis, dass Teilmengen Teile einer Gesamtmenge darstellen, dass Zahlen mengenmäßig ihre Vorgängerzahlen einschließen, dass zum Beispiel die Menge „3" in der Menge „8" enthalten ist.

### Stufe 5: Relationaler Zahlbegriff, Teilmengenverständnis

Langsam festigt sich das kognitive Schema von Teil-Ganzes-Beziehungen, also die Einsicht, dass Zahlen als Teilmengen in anderen Zahlen enthalten sein können, dass sie in Teilmengen zerlegt werden können, ohne dass die Mächtigkeit verändert wird. Hier kommen Strategien wie das Kommutativgesetz oder die effektive Zahlzerlegung ins Spiel. Die Subtraktion kann als Unterschied zwischen dem Ganzen und den Teilmengen gesehen werden. Sind die Gesamtmenge und eine Teilmenge bekannt, kann die zweite Teilmenge berechnet werden, da auch sie als Teilmenge in der Gesamtmenge enthalten ist.

*Beispiel: 8 – ? = 5 → 8 – 3 = 5*

Nun gelingt auch die Unterscheidung von Mächtigkeiten vorgegebener Mengen im Sinne von *„größer als / kleiner als"*. Die vollständige Verinnerlichung des kognitiven Schemas der Teil-Ganzes-Beziehung beansprucht einen längeren Zeitraum, der bis ins zweite Schuljahr reichen kann.

*Beispiel: Sven hat 5 Sticker mehr als sein Freund, der nur 4 besitzt. Wie viele Sticker hat Sven?*

### Zusammenfassung

Mathematische Kompetenzen werden sukzessive erworben. In der Erwerbsphase kommt es immer wieder zur Verwendung von Strategien, die eigentlich bereits „überholt" sind. Entwicklungsmodelle wie das von Fritz/Ricken/Gerlach (2007) erleichtern es, subjektive Lösungsstrategien von Kindern nachzuvollziehen und über sogenannte diagnostische Aufgabensätze (siehe Kapitel 4.2, S. 20) passende Fördermöglichkeiten abzuleiten (siehe z. B. Ganser 2014).

## 1.2 Besondere Schwierigkeiten beim Rechnenlernen

Die Forschung zu auftretenden Schwierigkeiten im Rechnen ist noch relativ jung, wenngleich seit einigen Jahren verstärkte Anstrengungen zu verzeichnen sind. Daran beteiligt sind die Kognitionspsychologie, Neuropsychologie, Entwicklungspsychologie, Medizin und die Mathematikdidaktik.

Kinder unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Lernvoraussetzungen und ihres Arbeitstempos bei der Lösung mathematischer Problemstellungen. Besondere Schwächen in diesem Bereich werden mit unterschiedlichen Begriffen umschrieben: Dyskalkulie, Arithmastenie, Rechenstörungen, Rechenschwäche, Akalkulie etc.

Die Problematik all dieser Bezeichnungen liegt darin, dass Betroffene damit häufig vorschnell etikettiert und als neurologisch oder anderweitig organisch krank benannt werden. Diese Sichtweise greift jedoch zu kurz.

Für auftretende besondere Schwierigkeiten beim Rechnenlernen können vielschichtige Ursachen als Auslöser verantwortlich sein, die sich gegenseitig in ihrer Wirkung verstärken oder abschwächen können:

- fachliche Defizite, wie z. B. fehlende Einsicht in den Zusammenhang zwischen Zahlwort und Menge, verfestigtes zählendes Rechnen, mangelndes Stellenwert- und Operationsverständnis,
- emotionale Defizite, wie z. B. zu geringes Zutrauen in mathematische Fähigkeiten und damit verbundene Versagensängste,
- mangelnde Förderung,
- Probleme bei der Entwicklung des Gehirns,
- mangelnde visuelle oder auditive Wahrnehmungsfähigkeit.

Bis heute konnte sich die Wissenschaft nicht auf eine einheitliche Definition für Schwierigkeiten beim Rechnenlernen einigen. Der Grund dafür dürfte wohl in den vielfältigen Erscheinungsformen und in den noch geringen repräsentativen Längsschnittuntersuchungen zur Entstehung von Lernschwierigkeiten in Mathematik liegen.

Die meisten Definitionsversuche sind defizitorientiert, d. h. sie stellen auf abstraktem Niveau heraus, was Kinder mit Mathematikschwierigkeiten nicht können. Kompetenzorientierte Definitionen dagegen setzen zunächst einmal eine intensivere Auseinandersetzung mit der Frage voraus, wie Kinder überhaupt rechnen lernen, d. h., welche Voraussetzungen für einen erfolgreichen Erwerb mathematischer Grundlagen beim Kind erforderlich sind und über welche mathematischen Fähigkeiten es bereits verfügt. Auch bei Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens laufen kognitive Prozesse in Richtung einer Lösung der gestellten Aufgaben ab. Es werden mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten aktiviert, sogenannte subjektive Lösungsstrategien, mit denen das mathematische Problem allerdings nicht bzw. nicht zufriedenstellend gelöst werden kann.

Bislang besteht in der Forschung allgemeiner Konsens (vgl. Aster/Lorenz 2013), dass kein für alle Betroffenen gültiges homogenes Erscheinungsbild der besonderen Rechenschwierigkeiten existiert. So lassen sich verschiedenste Listen mit möglichen unspezifischen und bereichsspezifischen Erscheinungsformen des Phänomens Rechenstörungen finden. Beim Umgang mit solchen Zusammenstellungen sollte berücksichtigt werden, dass einzelne Phänomene auch bei Kindern auftreten können, die bezüglich Mathematik normal begabt sind.

Solche Zusammenstellungen können jedoch keinesfalls sämtliche mögliche Auffälligkeiten erfassen und ebenso wenig eine individuelle Förderdiagnose ersetzen. Sie sind allenfalls geeignet, um einen Anfangsverdacht zu erhärten oder um eine gewisse Sensibilität für das Problem zu schaffen. Beispiele für diverse Erscheinungsformen sind im Teil II unter Kapitel 4.1.1 (S. 17) als Beobachtungsschwerpunkte aufgeführt.

# 2. Wer unterstützt Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen?

## 2.1 Schulische Unterstützungssysteme

### 2.1.1 Lehrkräfte

Gerade in der Grundschule ermöglicht das Klassenlehrerprinzip, dass die Lehrkraft jedes Kind in seiner Gesamtheit sieht, neben Stärken auch Förderschwerpunkte schnell erkennt und gezielt Unterstützung und Hilfe anbieten und/oder vermitteln kann.

Dabei bewährt sich eine schülerorientierte und achtsame Vorgehensweise mit dem Ziel, die Denkwege der Kinder wahrzunehmen, zu verstehen und als Ausgangspunkt für Weiterentwicklung anzunehmen.

Nach Sundermann/Selter (2008, S. 31) erleichtern folgende Leitlinien die fachlich differenzierte Beobachtung:

- **Zurückhaltung:** Der Erklärungsanteil der Lehrkraft sollte möglichst gering sein.
- **Geduld:** Auch in Gesprächspausen sind Kinder häufig in irgendeiner Form geistig aktiv.
- **Kompetenzorientierung:** Ein aktuell falsches Resultat kann durchaus der Weg zum richtigen Ergebnis sein; zudem spiegelt es bei genauer Betrachtung immer den momentanen Entwicklungsstand des Kindes.

Im Lerngespräch ist der Blick von Kind und Lehrkraft gemeinsam auf den Lernprozess und die konkrete Leistung gerichtet. So beinhaltet eine wertschätzende Rückmeldung neben einer sachlichen Lernstandsanalyse immer auch ermutigende Hilfen für den weiteren Lernprozess des Kindes.

Am Beispiel der mündlichen Rückmeldung kann das wie folgt aussehen:
*Lena fragt ihre Lehrerin, ob die Rechnung $15 \cdot 7 = 75$ (weil $10 \cdot 7 = 70$ und $70 + 5 = 75$) richtig sei.*
*Die möglichen Antworten oder Rückfragen können vielfältig sein:*

- *Versuche es nochmal.*
- *Wie hast du gerechnet?*
- *Denkst du, dass es richtig ist?*
- *Nein!*
- *Wie viel ist $10 \cdot 7$ und wie viel ist $5 \cdot 7$?*

Die verschiedenen Reaktionen der Lehrkraft können dabei nicht nur die Motivation, sondern auch das weitere Schülerverhalten sowie den gewünschten Lernprozess ganz unterschiedlich beeinflussen.

Des Weiteren sollten folgende allgemeine Grundsätze das Vorgehen der Lehrkräfte begleiten:

- **Produktiver Umgang mit Fehlern:** Fehler der Schülerinnen und Schüler müssen ernst genommen werden. Sie geben Anhaltspunkte für den individuellen Lernstand und die Entwicklung von Vorstellungen.
- **Systematische Einführung und Begleitung im Umgang mit Materialien:** Lehrkräfte unterstützen die Schülerinnen und Schüler individuell, indem sie geeignetes Material anbieten.

Zusätzlich sind die folgenden Aspekte für Kinder mit Rechenschwierigkeiten hilfreich (vgl. Bundesverband Legasthenie und Dyskalkulie 2013):

- Die Übungs- und Hausaufgaben orientieren sich hinsichtlich Anforderungsniveau und Umfang an der individuell vorliegenden Lernausgangslage. Dabei sind auch mündlich zu bearbeitende Aufgaben zur Automatisierung (etwa Einspluseins und Einmaleins) sinnvoll.
- Insbesondere für die Jahrgangsstufe 1 ist der Einsatz von Materialien zur Veranschaulichung von Teil-Ganzes-Beziehungen wichtig. Durch das Verständnis von Zahlen als zerlegbare Einheiten und ein sicheres Faktenwissen zur Zerlegung, Verdopplung und Halbierung von Zahlen besonders im Zahlenraum bis 10 wird der Zehnerübergang sicher vorbereitet. Auch in höheren Jahrgangsstufen kann es immer wieder sinnvoll sein, Übungsaufgaben in kleineren Zahlenräumen zu stellen (Grundwissen).
- Das Anschauungsmaterial ist so gewählt, dass es unangemessene Rechenstrategien nicht unterstützt.

- Die Aufgabenstellungen bei Übungsaufgaben und bei Leistungserhebungen sind gut lesbar und übersichtlich gestaltet (Vorschlag: guter Kontrast durch schwarze Schrift auf weißes Papier; Schriftgröße mindestens 12 Punkt, Zeilenabstand 1,5).
- Bei der Einübung schriftlicher Rechenverfahren (prozedurales Wissen) kann durch Einspluseins- bzw. Einmaleinstabellen noch nicht hinreichend automatisiertes Faktenwissen unterstützt werden.
- Soweit nötig kann mit Zwischenschritten gerechnet werden. Kopfrechenaufgaben können in Übungssituationen auch schriftlich erfolgen.

### 2.1.2 Förderlehrkräfte

Zur zusätzlichen Förderung der Schülerinnen und Schüler kommen an Grundschulen, Mittelschulen und Förderschulen Förderlehrkräfte zum Einsatz, die Klassen und Gruppen als kooperative Lernbegleitung unterstützen.

Die Förderlehrkraft
- wirkt im Unterricht im Rahmen einer direkten oder indirekten Kooperation mit,
- übernimmt selbstständig und eigenverantwortlich Unterricht, z. B. im Bereich Deutsch als Zweitsprache oder zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderem Förderbedarf,
- gestaltet selbstständig unterrichtliche Aufgaben auf der Grundlage von Lernstandsanalysen der Kooperationslehrkraft und daraus entwickelten Förderplänen,
- steht ggf. gemeinsam mit der Kooperationslehrkraft den Erziehungsberechtigten für die Beratung zur Verfügung.

Die Förderlehrkraft orientiert sich am Lernstand der Schülerinnen und Schüler und an den für die jeweilige Jahrgangsstufe ausgewiesenen Kompetenzerwartungen und Inhalten.

Beim Einsatz der Förderlehrkraft kommt der Kooperationslehrkraft besondere Bedeutung zu, da sie für deren Einsatz in ihrer Klasse verantwortlich ist. Gemeinsam werden Ziel und Form der Zusammenarbeit festgelegt. In Fragen der Notengebung bleibt die Verantwortung bei der unterrichtenden Lehrkraft.

Der Unterstützung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen kommt ein hoher Stellenwert zu. Die Förderlehrkraft kann durch die Möglichkeit einer Förderung in kleineren Gruppen in besonderem Maße auf die Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler eingehen.

Bei Schwierigkeiten beim Rechnenlernen unterstützt die Förderlehrkraft die Schülerinnen und Schüler in verschiedenen Bereichen:
- Wenn Kinder auf der Stufe des zählenden Rechnens bleiben, unterstützt sie den Ablösungsprozess, indem sie mit den Schülerinnen und Schülern den richtigen Umgang mit strukturierten Materialien (z. B. Rechenrahmen, Dienes-Material, Rechenschiff) trainiert. Das Material dient hierbei nicht nur der Ergebnisermittlung, sondern vor allem auch der Veranschaulichung von Rechenwegen. Bei fehlerhaften Denkwegen fungiert es als Beweismittel. Die Förderlehrkraft unterstützt die Schülerinnen und Schüler dabei, mentale Vorstellungen aufzubauen und sich dadurch vom Material zu lösen. Als besonders effektiv für den Ablösungsprozess hat sich das Vierphasenmodell von Wartha und Schulz (siehe Kapitel 5.1.2, S. 32) erwiesen. Zusätzlich hilft die Förderlehrkraft den Kindern beim Verstehen und Trainieren vorteilhafter Rechenstrategien, indem schwierigere Aufgaben von Verdopplungsaufgaben, Tauschaufgaben und Nachbaraufgaben abgeleitet werden. Eine weitere Chance bietet das Nutzen der Zehnernähe. Durch das Trainieren von Rechenstrategien verhilft die Förderlehrkraft den Kindern zu flexiblerem Rechnen und schult gleichzeitig den Zahlenblick. Um die Inhalte schnell abrufen zu können, müssen diese automatisierend geübt werden. In der Praxis haben sich folgende Übungen bewährt: Arbeit mit dem Karteikasten, Blitzrechnen und Partnerübungen.
- Um davon ausgehen zu können, dass Kinder ein gesichertes Operationsverständnis haben, überprüft die Förderlehrkraft, ob sie Bilder mit Rechnungen, Geschichten und Handlungen verknüpfen können. Der Wechsel zwischen den Darstellungsebenen ist hierbei fundamental. Dafür bieten sich mehrere Möglichkeiten an. Einerseits können die Kinder zu einem vorgegebenen Bild Rechnungen schreiben, Geschichten erzählen und Handlungen durchführen, andererseits bietet das Korrigieren fehlerhafter Darstellungen eine große Chance, das Operationsverständnis zu festigen.
- Wenn Schülerinnen und Schüler kein gesichertes Stellenwertverständnis haben, kann die Förderlehrkraft wie folgt unterstützen: Um den kardinalen Zahlaspekt zu sichern, werden Einer zu Zehnern, Zehner zu Hundertern und Hunderter zu Tausendern usw. gebündelt und entbündelt. Hierfür bietet sich der Einsatz des Dienes-Materials an. Um das Stellenwertverständnis zu festigen, ist es wichtig die Zahlen unterschiedlich darzustellen. Dazu lässt die Förderlehrkraft

eine konkrete Zahl mit dem Dienes-Material, dem Rechenrahmen und der Zahlenbaustelle legen. Danach wird die Zahl in die Stellenwerttabelle eingetragen. Durch das Festhalten in unterschiedlichen Notationsformen wird das Verständnis für Stellenwerte gesichert.

### 2.1.3 Förder- und Beratungsstellen für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten im Lernen von Mathematik

Seit dem Schuljahr 2017/2018 bieten bayernweit 23 Förder- und Beratungsstellen an Staatlichen Schulämtern Kindern mit besonderen Schwierigkeiten im Lernen von Mathematik Unterstützung. Sie ergänzen die unterrichtliche Förderung durch die Lehrkräfte und die Förderlehrkräfte und beraten Eltern und Lehrkräfte, wenn bei Kindern gravierende Probleme beim Rechnenlernen festgestellt worden sind.


*Abb. 2: Standorte der Förder- und Beratungsstellen im Schuljahr 2017/2018*
*(Details abrufbar über www.km.bayern.de/foerderstellen_mathematik)*

Die an den Förder- und Beratungsstellen tätigen Grundschullehrkräfte, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen bzw. Förderlehrkräfte

- führen Diagnosegespräche zur Feststellung des konkreten Unterstützungsbedarfs,
- fördern Schülerinnen und Schüler außerhalb der Unterrichtszeit und im Rahmen einer wöchentlichen (Einzel-) Förderung in einem Zeitraum von mindestens drei Monaten,
- beraten Eltern und Lehrkräfte.

### 2.1.4 Beratungslehrkräfte, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen

Beratungslehrkräfte, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen haben durch ihre Ausbildung, ihre Erfahrung und die ihnen zugewiesenen Tätigkeitsbereiche die Aufgabe, Schülerinnen und Schülern zu helfen, zu einer ihren erkennbaren Fähigkeiten entsprechenden schulischen Bildung und Förderung zu gelangen.

Die Beratungslehrkräfte, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen folgen den Prinzipien

- der Freiwilligkeit der Ratsuchenden,
- der Neutralität bzw. Allparteilichkeit,
- der Vertraulichkeit und
- der Verschwiegenheit.

Letzteres auf der Basis unterschiedlicher rechtlicher Rahmenbedingungen (siehe Bekanntmachung zur Schulberatung in Bayern vom 29.10.2001).

Bei Fragen zum Thema **Besondere Schwierigkeiten im Rechnenlernen** fallen folgende Tätigkeiten an, die dem Aufgabenspektrum der Beratungslehrkräfte und Schulpsychologen zugeordnet werden können:

- Ansprech- und Kooperationspartner für Lehrkräfte
- Mithilfe bei der Feststellung eines Förderbedarfs
- Unterstützung der Schulleitung bei Vorgehensweisen und Entscheidungen
- Information von Erziehungsberechtigten, z. B. zur Einschulung, zum Übertritt, zur Durchlässigkeit im Hinblick auf Abschlüsse
- Vernetzung mit Fachdiensten
- weiterführende Beratung

Zur Erfüllung dieser Aufgaben werden mit Einverständnis der Erziehungsberechtigten oftmals Verfahren der psychologischen Diagnostik sowie weitere pädagogische und psychologische Methoden und Maßnahmen angewandt. Insbesondere Schulpsychologinnen und Schulpsychologen verfügen aufgrund ihrer Ausbildung über eine hohe Diagnose-, Interventions- und Beratungskompetenz. Hierdurch ist eine begründete Auswahl aussagekräftiger diagnostischer Instrumente sichergestellt. Die angestrebten Ziele sollen innerhalb des Beratungsprozesses formuliert werden, empfohlene Interventionen sollen auf die jeweilige Schülerin bzw. den jeweiligen Schüler und auf die Diagnose bezogen und realisierbar sein.

Bei den betroffenen Schülerinnen und Schülern ist häufig ein allgemeiner Motivationsverlust zu beobachten. Auch Erziehungsschwierigkeiten, sowohl zu Hause als auch in der Schule, treten bei Problemen in Lernbereichen immer wieder begleitend auf. Nicht selten sind Selbstwertprobleme offensichtlich und das schulische Selbstkonzept, insbesondere das mathematische Selbstkonzept, ist beschädigt. Sogenannte Teufelskreise aus enttäuschten Erwartungen, gestellten Anforderungen und Angst vor dem Versagen blockieren das Leistungsvermögen. All dies ist bei der Beratung und Intervention durch Beratungslehrkräfte, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen zu berücksichtigen.

Die jeweilige Zuständigkeit von Beratungslehrkräften, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen ist nicht trennscharf vorgegeben. Es sollen vor Ort Vereinbarungen hierzu getroffen werden, die die vorhandenen Ressourcen berücksichtigen und sinnvoll einsetzen. Dabei ist zu beachten, dass Beratungslehrkräfte eine pädagogische, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen eine psychologische Dienstleistung erbringen.

Insbesondere wenn Kinder mit Mehrfachdiagnosen oder Begleitstörungen, sogenannten Komorbiditäten, vorgestellt werden, liegt die Zuständigkeit bei den Schulpsychologinnen und Schulpsychologen.

### 2.1.5 Mobile Sonderpädagogische Dienste (MSD)

Führen massive Schwierigkeiten im Fach Mathematik zu einem umfassenden Leistungsversagen beim Kind oder wird ein sonderpädagogischer Förderbedarf vermutet, so können die Lehrkräfte für Sonderpädagogik im mobilen Dienst zugezogen werden.

Diese können in folgenden Aufgabenbereichen Unterstützung geben:

- Beratung und Information von Lehrkräften
- Feststellen eines sonderpädagogischen Förderbedarfs
- Feststellen möglicher Ursachen (mit dem Kind, mit der Familie und im Unterricht)
- Mitwirken bei der Förderplanung (hinsichtlich unterrichtlicher und häuslicher Maßnahmen)
- Koordinieren einer sonderpädagogischen Zusatzförderung

## 2.2 Zusammenarbeit mit Erziehungsberechtigten

Nicht nur Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten in Mathematik brauchen Hilfe, sondern auch deren Erziehungsberechtigte, damit diese ihre Kinder im häuslichen Bereich richtig unterstützen können.

Oft bringen Grundschulkinder neben den fachlichen Anforderungen und Aufgaben auch Reaktionen wie Enttäuschung, Wut, Frustration, Schuld- oder Schamgefühl mit nach Hause, da schulisches Leistungsversagen die Ganzheitlichkeit des Kindes betrifft. Deshalb sollten Erziehungsberechtigte frühzeitig in die kooperative Zusammenarbeit mit der Schule einbezogen werden.
Folgende Möglichkeiten der Kooperation sind wünschenswert und zielführend:

- regelmäßige Information der Lehrkräfte an die Erziehungsberechtigten über aktuelle Lerninhalte der Klasse, den individuellen Lernstand, aber auch über die emotionale Befindlichkeit des Kindes
- Einbeziehung der Erziehungsberechtigten beim Erstellen und Auswerten von Lernplänen und Fördermaßnahmen
- Absprachen über schulisches und häusliches Üben, Vereinbarungen zu Motivation, Lob, Bestätigung und weitere geeignete Maßnahmen
- Empfehlung von Materialien; fachliche und pädagogische Anleitung der Erziehungsberechtigten

Vermehrtes Üben im Sinne der Erhöhung der Aufgabenzahl bringt in den meisten Fällen wenig. Deshalb muss eine kompetente Unterstützung der Erziehungsberechtigten neben einer Information über den individuellen Lernentwicklungsstand des Kindes sowie der Beratung zu weiteren Mitwirkungsmöglichkeiten sinnvollerweise auch eine grundlegende Information über den Erwerb elementarer mathematischer Konzepte mit einschließen.

Zusätzlich dazu ist es empfehlenswert, wenn die Schule unabhängig vom konkreten Fall z. B. auf Elternabenden oder Informationsveranstaltungen über Inhalte und Anforderungen des Mathematikunterrichts informiert sowie schulische Förderung und häusliche Übungsmöglichkeiten benennt.

Reichen die schulischen Mittel und Möglichkeiten der Förderung und Unterstützung nicht aus, sollten die Erziehungsberechtigten über weiterführende außerschulische Einrichtungen informiert werden. Es ist Aufgabe der Lehrkraft, der Beratungslehrkraft, der Schulpsychologin oder des Schulpsychologen, hier gezielt Kontakte zu vermitteln.

## 2.3 Außerschulische Hilfen

Neben den schulischen Unterstützungs- und Fördermaßnahmen können Erziehungsberechtigte im Einzelfall außerschulische Therapie- und Hilfemaßnahmen für ihr Kind initiieren.

Dazu bieten vielerorts Lerninstitute und niedergelassene Therapeuten mathematische Förderung und Therapie bei Rechenstörungen an. Darüber hinaus gibt es Maßnahmen, welche bezogen auf das Rechnen inhaltsunspezifisch die Motivation sowie die Lernvoraussetzungen schulen, wie z. B. Lerntherapie, Ergotherapie u. v. m.

Die Frage der Finanzierung sollte vor Beginn einer Maßnahme geklärt sein (vgl. auch Möglichkeiten der Eingliederungshilfe durch die Kinder- und Jugendhilfe, Kap. 3.3, S. 16).

# 3. Welche Vorgaben und Rechtsvorschriften sind zu beachten?

## 3.1 Individuelle Unterstützung

Individuelle Unterstützung gemäß § 32 BaySchO gehört zu der breiten Palette der pädagogischen, didaktisch-methodischen und schulorganisatorischen Maßnahmen, einschließlich der Verwendung technischer Hilfsmittel, die die Schulen bzw. die Lehrkräfte zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Beeinträchtigung in Bezug auf schulische Fertigkeiten **außerhalb** der Leistungsfeststellung, d. h. insbesondere im Unterricht einsetzen können. Die allgemein für alle Schülerinnen und Schüler geltenden Leistungsanforderungen werden durch die Maßnahmen der individuellen Unterstützung nicht verändert.

Maßnahmen der individuellen Unterstützung sind im Sinne der individuellen Förderung ein Grundprinzip des Unterrichtens. Dabei kann auf die Besonderheiten der Schülerinnen und Schüler mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen in spezieller Weise eingegangen werden. In der Grundschule sind insbesondere z. B. folgende Maßnahmen hilfreich:

- Verwendung zusätzlichen Anschauungsmaterials (Hinweise für geeignete didaktische Materialien siehe Kapitel 5.1.1)
- didaktisch-methodische Unterstützungsmaßnahmen, z. B. farbige Kennzeichnung von Zahlen oder Rechenzeichen, feste Symbole zur Visualisierung
- Aufbau metakognitiver Strategien – vom konkreten zum gedanklichen Handeln (vgl. Kapitel 5.1.2)
- Sprachsensibles Unterrichten (zur Bedeutung der Sprache siehe Kapitel 5.1.3)
- Hilfreiche Aufgaben stellen, um die Denkweise des Kindes kennen zu lernen (Anregungen siehe Kapitel 4.2)
- Strukturierung der Aufgaben (konkrete Lern- und Übungsangebote siehe Kapitel 5.2)
- individuelle Erläuterungen der Arbeitsanweisungen
- Gewährung zusätzlicher Pausen
- differenzierte Hausaufgaben

Da die Aufzählung nicht abschließend ist, sind weitere angemessene Unterstützungsmaßnahmen außerhalb von Leistungserhebungen möglich. Es ist im konkreten Einzelfall zu entscheiden, welche Maßnahme erforderlich und geeignet ist. Ein Rechtsanspruch auf den Einsatz einer bestimmten Maßnahme lässt sich aus den Vorschriften der BaySchO nicht ableiten; vielmehr handelt es sich um eine pädagogische Ermessensentscheidung durch die Lehrkraft, die die personellen, räumlichen und sachlichen Verhältnisse zugrunde legen muss.

Über diese im Unterricht von den Lehrkräften eingesetzten Maßnahmen hinaus erhalten die Erziehungsberechtigten auch Anregungen für das häusliche Lernen und Hinweise zu Übungs- und Fördermöglichkeiten. Ergänzend können insbesondere Schulpsychologinnen und Schulpsychologen sowie Beratungslehrkräfte über die Möglichkeiten der Förderung beraten.

## 3.2 Leistungserhebung und –bewertung

Lehrkräfte unterrichten nicht nur, sie erheben in regelmäßigen Abständen auch die Leistungen der Kinder und bewerten diese. Die Beobachtung und Dokumentation der individuellen Lernfortschritte ist dabei ebenso wichtig wie die Variation der Leistungserhebung, welche nach objektiven Standards das Erreichen (oder Nicht-Erreichen) vorgegebener Kompetenzerwartungen abbilden (vgl. Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung 2017).

Die Leistungserhebungen werden ab dem zweiten Halbjahr der Jahrgangsstufe 2 benotet.

Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen erhalten keinen Notenschutz. Für diese Kinder mit Rechenstörung sind auch keine Regelungen für einen Nachteilsausgleich vorgesehen. Alle Fragen des Nachteilsausgleichs oder Notenschutzes aus anderen Gründen, z. B. für hörgeschädigte, körperbehinderte und sehgeschädigte Schülerinnen und Schüler, bleiben davon unberührt.

Die Anerkennung einer Rechenstörung im Sinne der Gewährung eines Nachteilsausgleichs oder Notenschutzes – wie es beispielsweise bei der Lese-Rechtschreib-Störung vorgesehen ist – ist nicht möglich. Denn im Gegensatz zur Lese-Rechtschreib-Störung, die nur einen Teilbereich des Faches Deutsch und der Fremdsprachen betrifft, wirkt sich die Rechenstörung aufgrund der komplexen Erscheinungsformen und der im Einzelfall nach Art, Verlauf und Stärke sehr unterschiedlichen Ausprägung auf den wesentlichen Teil bzw. das Fundament des Faches Mathematik als Ganzes und auch auf andere Fächer aus: Die vier Grundrechenarten sind ebenso betroffen wie das sachstrukturelle Rechnen. Bei einer zur Lese-Rechtschreib-

Störung analogen Berücksichtigung der Rechenstörung wäre die Notengebung im Fach Mathematik nicht mehr möglich. Damit würden die Grundsätze der gleichen Leistungsfeststellung und der gleichen Leistungsbewertung verletzt.

Es gibt jedoch Prinzipien pädagogischer Leistungserhebung und -bewertung, welche die Lehrkraft grundsätzlich bei jedem Kind anwenden sollte. Insbesondere sind dies:

- Entkoppeln der Lern- und Leistungssituation
- Gestalten einer angstfreien Prüfungssituation: Kinder, die schnell aufgeben, erfahren ermutigenden Zuspruch.
- Die Aufgabenformate in der Leistungserhebung beziehen sich auf den Lehrplan und schöpfen die Bandbreite der dort ausgewiesenen Kompetenzbereiche aus: Es kann nur das geprüft werden, was vorher Gegenstand schulischen Lernens und Übens war.
- Klare und eindeutige Formulierung von Aufgaben- und Fragenstellung: Die Präsentation von Prüfungsaufgaben mit bildhaften Darstellungen ist inhaltlich korrekt und ästhetisch ansprechend, die Aufgabenfolge im Schwierigkeitsgrad transparent und sukzessive ansteigend.
- Bereitstellen von Übungsmaterial
- Transparenz bezüglich der Anforderungskriterien
- individuelle Rückmeldung zu einzelnen erworbenen Kompetenzen innerhalb der Gesamtbewertung
- Rückmeldung zum individuellen Lernfortschritt

Das Einüben von Prüfungssituationen kann helfen, den Stress im Umgang mit Prüfsituationen zu verringern. Leistungserhebungen beziehen sich – auch bezüglich der Aufgabenformate und der Stufung der Anforderungen – auf den vorhergehenden Unterricht (summative Leistungserfassung). Grundlage für die Bewertung sind transparente Bewertungskriterien, die den Schülerinnen und Schülern bekannt sind. So werden Umfang und Ziele der tatsächlichen Probearbeit transparent.

Die rechtlichen Vorgaben setzen die Grenzen, innerhalb derer sich der Prozess der Leistungsbeurteilung bewegt.

Die GrSO legt fest aus: Bei Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf kann die Lehrerkonferenz mit Zustimmung der Erziehungsberechtigten entscheiden, dass Leistungsnachweise nicht durch Noten bewertet, sondern mit einer allgemeinen Bewertung versehen werden. Diese Bewertung geht insbesondere auf die individuellen Leistungen und die aktuelle Lernentwicklung der Schülerin oder des Schülers ein.

Ein *dauerhafter Verzicht* auf die Erteilung von Noten setzt zwingend die Feststellung eines sonderpädagogischen Förderbedarfs voraus. Darüber hinaus müssen die Erziehungsberechtigten dem Ersetzen von Noten durch eine allgemeine Bewertung zustimmen. Schwierigkeiten im Rechnenlernen alleine begründen einen sonderpädagogischen Förderbedarf nicht.

Bei einem Verzicht auf die Leistungsbewertung durch Noten im Fach Mathematik in Jahrgangsstufe 4 kann die Eignung für den Besuch einer Realschule oder eines Gymnasiums nicht festgestellt werden.

## 3.3 Möglichkeiten der Eingliederungshilfe durch die Kinder- und Jugendhilfe

(Harald Britze, Zentrum Bayern Familie und Soziales – Bayerisches Landesjugendamt)

Nicht jede Teilleistungsstörung löst einen Anspruch auf eine Eingliederungshilfe gemäß § 35a SGB VIII durch das Jugendamt aus. Zunächst sind Schule und Elternhaus verantwortlich dafür, zu üben und geeignete Förderangebote zur Verfügung zu stellen. Wenn das nicht ausreichend ist, muss geprüft werden, ob ein Krankheitsbild dahinter steht, welches unter der Kostenverantwortung der Krankenkassen zu behandeln wäre. Erst wenn auch dies nicht gegeben ist, kommt die Kinder- und Jugendhilfe als Rehabilitationsträger in Betracht.

Eine Therapie bei Rechenstörung wird in der Kinder- und Jugendhilfe ausschließlich im Rahmen einer Eingliederungshilfe durchgeführt, d. h., bei dem Kind liegt eine seelische Behinderung vor oder es ist von einer solchen bedroht. Hierfür müssen kumulativ folgende Voraussetzungen erfüllt sein:

- Das Abweichen von der seelischen Gesundheit (Feststellung durch medizinisches Gutachten) **und**
- eine Beeinträchtigung der Teilhabe am Leben (Feststellung durch Jugendamt).

Ein Antrags- bzw. Prüfungsverfahren auf Gewährung einer Eingliederungshilfemaßnahme löst folgende Verfahrensschritte im Jugendamt aus:

1. Klärung der sachlichen (§ 14 SGB IX) und örtlichen Zuständigkeit. Anspruchsberechtigt ist der junge Mensch selbst. Bei Kindern besteht jedoch ein Antragserfordernis durch die Personensorgeberechtigten.
2. Einladung der Personensorgeberechtigten zu Gesprächen (allgemeine Klärung).
3. Kontaktaufnahme zum jungen Menschen (abhängig vom Alter und Entwicklungsstand).
4. Möglicherweise erfolgt ein Hausbesuch in der Familie zur
   a. Abklärung der persönlichen, familiären und sozialräumlichen Ressourcen,
   b. Erarbeitung der Zielperspektiven mit den Beteiligten,
   c. Konkretisierung des Bedarfs an Eingliederungshilfe,
   d. Information über rechtliche Möglichkeiten,
   e. sozialpädagogischen Diagnose zur Abgrenzung von Hilfen zur Erziehung.
5. Feststellung der Tatbestandsvoraussetzungen
   a. Anforderung eines kinder-/jugendpsychiatrischen bzw. /-psychotherapeutischen Gutachtens zur Abklärung des Abweichens von der seelischen Gesundheit,
   b. sozialpädagogische Klärung der Teilhabebeeinträchtigung (Achse 5 und 6 gemäß ICD-10) durch das Jugendamt,
   c. abschließende Feststellung einer vorliegenden oder drohenden seelischen Behinderung durch das Jugendamt.
6. Weitere Gespräche mit (beratungsrelevanten) Personen und/oder Institutionen. Eine schulische Stellungnahme (bisher ergriffene schulische Maßnahmen, ggf. Stellungnahme des Schulpsychologen, des MSD, schulischer Förderplan …) ist erforderlich. Eine Einwilligung der Erziehungsberechtigten zur Datenweitergabe ist ebenfalls erforderlich.
7. Durchführen einer Fallkonferenz (insbesondere Erörtern der Hilfemöglichkeiten und angemessenen Maßnahmen). Das Jugendamt entscheidet über die Form der angemessenen Eingliederungshilfe in Abstimmung mit den Erziehungsberechtigten (Wunsch- und Wahlrecht).
8. Erstellen eines Leistungsbescheides. Eine Kostenübernahme ist frühestens ab Bewilligung des zuständigen Jugendamtes möglich.
9. Eintritt in das Hilfeplanverfahren zur Steuerung und Begleitung der Hilfe. Nach einem halben Jahr sollten Veränderungen, Erfolge und die Eignung der Hilfe überprüft werden.

Die Entscheidung über Art und Ausgestaltung einer Hilfe nach § 35a SGB VIII liegt ausschließlich in der Verantwortung des jeweiligen örtlich zuständigen Jugendamtes. Die Entscheidung über Beauftragung und Feststellung der Eignung von Leistungserbringern erfolgt ebenfalls ausschließlich durch das Jugendamt, bezogen auf den jeweiligen Einzelfall in Abstimmung mit den Erziehungsberechtigten. Die örtlichen Jugendämter kennen ihre Kooperationspartner und wissen im Regelfall, wer die geeignete Hilfestellung erbringen kann.[1] Erziehungsberechtigte können sich auch vorab im Jugendamt oder bei einer Erziehungsberatungsstelle beraten lassen.

*1 Von den leistungserbringenden Fachkräften sind, neben der beruflichen Grundqualifikation, Nachweise über ihre Eignung und Aus-, Weiter- bzw. Fortbildungen in zwei Bereichen zu erbringen: Zum einen ist die Eignung für die Behandlung der Beeinträchtigung der alterstypischen seelischen Gesundheit notwendig, zum anderen die Eignung für eine Behandlung eines deutlichen sozialen Integrationsrisikos.*

# Teil II: Lernstandserhebung und -analyse, Feststellen des Unterstützungsbedarfs, Lernangebote

## 4. Wie erheben Lehrkräfte den Lernstand und legen Schwerpunkte der pädagogischen Förderung fest?

### 4.1 Beobachtungen im Unterricht

Das Feststellen der Lernvoraussetzungen über das Beobachten der Lernprozesse stellt im Unterricht der Grundschule die umfassendste und pädagogisch wirksamste Form einer prozess- und kompetenzorientierten pädagogischen Diagnose dar (vgl. Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München 2008) und ist damit Grundlage der individuellen Förderung.

Entstehende bzw. vorhandene Lernschwierigkeiten können im Klassenunterricht erkannt werden. Darauf aufbauend gilt es, Fördermaßnahmen einzuleiten und im Rahmen der inneren Differenzierung bzw. einer Kleingruppen- oder Einzelförderung durchzuführen.

*Die Lehrkraft beobachtet bei Marie, dass sie kleine Aufgaben oft richtig löst, ihre Ergebnisse allerdings manchmal um 1 vom richtigen Ergebnis abweichen. So rechnet sie z. B. 24 + 9 = 34 oder auch 12 – 5 = 8.*
*Bei einer genauen Beobachtung von Marie beim Rechnen fällt auf, dass sie immer ihren Kopf auf beide Hände stützt, wenn sie eine Aufgabe löst. Dabei hat sie die Finger eingeklappt an den Wangen liegen und bewegt diese ganz leicht, wenn sie rechnet.*
*Marie löst also alle Aufgaben zählend, was auch den Geschwindigkeitsunterschied bei der Lösung von Additions- und Subtraktionsaufgaben erklärt. Vorwärts zählt Marie viel schneller. Im Zahlbereich bis 100 verliert Marie oft den Überblick, da ihre Finger nicht ausreichen und sie nicht weiß, wie viele sie schon gezählt hat.*

*Es stellen sich damit die Fragen: Über welchen Zahlbegriff verfügt Marie? Hat sie nur einen ordinalen Zahlbegriff, der Zahlen als eine festgelegte Reihung versteht? Kann sie Zahlen auch als Anzahlen begreifen, die sich aus Teilen zusammensetzen, hat sie also auch einen kardinalen Zahlbegriff?*

#### 4.1.1 Lernbeobachtung als Grundlage individueller Förderung

Folgende Beobachtungen können Hinweise auf besondere Schwierigkeiten im mathematischen Lernprozess geben:

**Beobachtungsschwerpunkte in Jahrgangsstufe 1:**

Kinder
- haben Probleme beim Aufsagen der Zahlwortreihe, beim Vor- und Rückwärtszählen.
- sind unsicher bei der Eins-zu-eins-Zuordnung.
- haben Schwierigkeiten bei der Quasi-Simultanerfassung von Mengen über 5.
- können sich die Zahlzerlegungen bis 10 nicht einprägen.
- erkennen Zahlbeziehungen (Vorgänger, Nachfolger, die Hälfte, das Doppelte) nicht und wenden diese nicht an.
- lösen Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10 weitgehend zählend.
- können zu Zahlensätzen keine bzw. keine passenden Rechengeschichten erzählen oder Bildergeschichten zeichnen.
- verwechseln mathematische Symbole (+, –) und erkennen keinen Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion.
- verstehen den Zahlaufbau bis 20 nicht.

**Beobachtungsschwerpunkte in Jahrgangsstufe 2:**

Kinder

- haben Probleme beim Aufsagen der Zahlwortreihe, beim Vor- und Rückwärtszählen im Zahlenraum bis 100.
- haben anhaltende Probleme beim Schreiben und Lesen von Zahlen: Zehner und Einer werden vertauscht, zweistellige Zahlen werden sprechbegleitend geschrieben – erst E, dann Z.
- lassen Zahl- und Stellenwertverständnis vermissen.
- können sich im Zahlenraum bis 100 nicht orientieren: Zahlen können am Zahlenstrahl nicht eingeordnet werden, Nachbarzahlen/Nachbarzehner können nicht angegeben werden, es kann nicht schrittweise auf 100 ergänzt werden, die Orientierung an der Hundertertafel ist nicht möglich.
- haben Probleme bei einfachen Additions- und Subtraktionsaufgaben, die durch Analogiebildung lösbar sind.
- lösen Aufgaben mit Zehnerüberschreitung im Zahlenraum bis 100 weitgehend zählend.
- haben Probleme bei der Arbeit mit Größen und deren Repräsentanten.
- haben fehlende oder unzureichende Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen.

**Beobachtungsschwerpunkte in Jahrgangsstufe 3 und 4:**

Kinder

- haben das Einmaleins und einfache Divisionssätze nicht automatisiert.
- zeigen Probleme beim Schreiben und Lesen von Zahlen: Stellenwerte werden vertauscht.
- lassen ein mangelndes Zahl- und Stellenwertverständnis erkennen: keine Vorstellung von Bündelung und Stellenwert, keine Vorstellung von der Mächtigkeit einer Zahl.
- können sich im Zahlenraum bis 1000 / bis zur Million nicht orientieren: Zahlen können am Zahlenstrahl nicht eingeordnet werden, Nachbarzahlen/Nachbarzehner/Nachbarhunderter nicht angegeben werden, es kann nicht schrittweise auf 1000 ergänzt werden.
- machen Stellenwertfehler beim Rechnen (*300 + 40 = 700, 360 + 280 = 514,* da *3 + 2 = 5* und *6 + 8 = 14*) oder (*400 + 3000 = 7000, 2360 + 3280 = 5514*, da *2 + 3 = 5, 3 + 2 = 5* und *6 + 8 = 14*).
- sind unsicher bei der Hunderter- bzw. Tausenderüber-/-unterschreitung (*599 + 1 = 699, 600 – 1 = 500, 5999 + 1 = 6999* oder *6000 – 10 = 500*).
- haben Schwierigkeiten beim Rechnen mit großen Zahlen, da Analogien nicht genutzt werden können oder immer noch zählend gerechnet wird.
- zeigen Probleme beim Malnehmen mit 10 und mit Vielfachen von 10 (und Umkehrung).
- machen Fehler beim schriftlichen Addieren (falsches Untereinanderschreiben, Start mit größtem Stellenwert, Übertragsfehler, Nullfehler …).
- machen Fehler beim schriftlichen Subtrahieren (Verstöße gegen die Rechenrichtung, Verwechslungen mit der Addition, Übertragsfehler, Nullfehler …).
- haben Schwierigkeiten mit der schriftlichen Multiplikation (Verfahren nicht verstanden, Einmaleins nicht automatisiert, Kopfrechenprobleme beim Übertrag, Nullfehler …).
- haben Schwierigkeiten beim schriftlichen Dividieren (Verfahren nicht verstanden, Fehler beim Schätzen oder bei den Umkehraufgaben zum kleinen Einmaleins).
- verfügen über keine ausreichende Größenvorstellung.
- rechnen Größen fehlerhaft um.

### 4.1.2 Qualitative Fehleranalyse

„Aufgabe der Fehleranalyse ist es, die Gründe, die zu Fehlern geführt haben, herauszufinden und daraus Konsequenzen zu ziehen – beides nach Möglichkeit gemeinsam mit dem Kind. Die Konsequenzen können im Sinne einer präventiven Didaktik den gesamten Unterricht betreffen. Zugleich beziehen sie sich auf das Kind im Rahmen seines persönlichen Hintergrundes und seiner Entwicklung." (Jost u. a., 1992 , S. 33, 35)

In erster Linie geht es also darum, fehlerhafte oder unvorteilhafte Lösungsstrategien aufzuspüren und eine Grundlage für einen individualisierenden und förderorientierten Unterricht zu schaffen.

*Über welche Voraussetzungen verfügt das Kind? Welche grundlegenden Einsichten fehlen? Welche Prozesse laufen beim Lösen von Aufgaben ab?*

*Die Lehrkraft beobachtet, dass Marie alle Aufgaben zählend löst. Sie hat klar verknüpft, dass Addieren ein Weiterzählen, Subtrahieren ein Rückwärtszählen nach sich zieht.*
*Dieses Operationskonzept ist für Aufgaben im zweistelligen Bereich aber nicht tragfähig.*
*Es müsste nun festgestellt werden, ob Marie zweistellige Zahlen mit dem dekadischen Material (Zehnerstangen/Einerwürfel) darstellen kann und Addieren auch mit einer Handlung des Dazulegens, Subtrahieren mit einer Handlung des Wegnehmens verbinden kann.*

Rechenfehler entstehen nicht zufällig. Fehllösungen der Schülerin bzw. des Schülers beruhen in der Regel auf individuellen und für die Schülerinnen und Schüler schlüssig erscheinenden Regeln und Lösungsstrategien. Sie treten bei ähnlichen Aufgaben meistens in gleicher Form auf. Fehler bieten eine Möglichkeit zu erfahren, wie die Schülerinnen und Schüler denken, welche Strategien sie verfolgen, welche Rechenwege sie sich angeeignet haben. Die Lehrkraft kann dann

- mögliche Ursachen für die Fehlleistungen herausfinden,
- die falschen Strategien der Schülerin bzw. des Schülers erkennen,
- individuelle Hilfen für die Schülerin bzw. den Schüler suchen,
- ihr methodisch-didaktisches Vorgehen überdenken.

Hilfen bei der Fehleranalyse:

- Analyse schriftlich vorliegender Arbeiten (z. B.: Hausaufgaben, Probearbeiten, Lerntagebücher, Portfolioeinträge) zur Herausarbeitung möglicher individueller Fehlerschwerpunkte
- Zusammenstellen von pädagogisch-diagnostischen Aufgabensätzen zur vermuteten Schwierigkeit (Aufgaben mit gleicher mathematischer Struktur oder sukzessive aufsteigendem Schwierigkeitsgrad, siehe Kapitel 4.2, S. 20) zur differenzierteren Einsicht in den individuellen Leistungsstand (Stärken-Schwächen-Analyse)
- Interviews mit der Schülerin bzw. dem Schüler, um die aus der Analyse der Schülerdokumente abgeleiteten Vermutungen zu überprüfen: Gleiche Fehlermuster können auf verschiedene Weise zustande kommen, richtigen Lösungen kann eine falsche Strategie zugrunde liegen. Die Schülerin bzw. der Schüler erklärt seinen Lösungsweg, rechnet eine strukturgleiche Aufgabe laut vor (lautes Denken). Die Lehrkraft beobachtet die Schülerin bzw. den Schüler beim Lösen der Aufgabe.
- Erklärungen des Kindes mithilfe didaktischer Materialien (vgl. 5.1.1, S. 29) verdeutlichen, welche Verstehensprobleme vorliegen.

Im Anschluss an diese individuelle Fehleranalyse erhalten die Schülerinnen und Schüler passgenaue Lernangebote, die ihren individuellen Lernprozess positiv begleiten.

Beispiele für Schwierigkeiten im Lernprozess und Fehllösungen:

| | |
|---|---|
| • verfestigtes zählendes Rechnen | Hinweise auf zählendes Rechnen sind +1/–1 Fehler, da die Kinder die Finger falsch verwenden. |
| $13 - 5 = 9$<br>$9 + 6 = 14$ | $13 - 5 = 9$ (*13* mitgezählt)<br>$9 + 6 = 14$ (*9* mitgezählt) |
| • Probleme beim Stellenwertverständnis | |
| $50 + 3 = 80$<br>$60 - 1 = 50$<br>$49 + 1 = 59$ | *50 + 3, 60 – 1, 49 + 1* (Es wird zum falschen Stellenwert addiert bzw. vom falschen Stellenwert subtrahiert.) |
| $45 = 54$ | $45 = 54$ (Zahlen werden als gleich groß angesehen, da beide aus den Ziffern *4* und *5* gebildet sind, Stellenwert wird nicht beachtet.) |
| $79 > 80$ | $79 > 80$ (in der Zahl *79* steckt die *9*, $9 > 8$, also $79 > 80$) |

| | |
|---|---|
| *46 – 28 = 22* | *46 – 28* (*4* Zehner – *2* Zehner = *2* Zehner und<br>*8* Einer – *6* Einer = *2* Einer)<br>oder: *46 – 20 – 6 + 2 = 22* (da *8 = 6 + 2*)<br><br>Dieses Beispiel zeigt, wie wichtig es ist, Schülerdokumente und Erklärungen des Kindes zu kombinieren. |
| • fehlende Grundvorstellungen zu Rechenoperationen | |
| *15 · 7 = 75*<br>*8 : 2 = 44* | *10 · 7 = 70* → *70 + 5 = 75*<br>Erläuterung: keine Operationsvorstellung zur Division; es wird zerlegt, nicht dividiert, also *8* zerlegt in *4* und *4* |
| *50 : 10 = 32*<br>*16 : 4 = 33*<br>*72 : 9 = 52* | *50 : 5* wird zerlegt in *3* und *2*<br>*16* und *72*: es wird jeweils nur eine Stelle ausgewählt und zerlegt, *6* in *3* und *3*, *7* in *5* und *2* |

## 4.2 Aufgabenstellungen und Beobachtungshinweise zu den grundlegenden Inhaltsbereichen

Fällt ein Kind im Mathematikunterricht auf, so wird nach ersten Beobachtungen eine gezielte pädagogische Diagnose durchgeführt. Ziel ist es, den individuellen Stand mathematischer Kompetenzen zu erfassen, die Denkprozesse des Kindes kennenzulernen und etwaige Fehlvorstellungen zu erkennen. Dabei gehen pädagogische Diagnose und Förderung immer Hand in Hand und lassen sich nicht klar voneinander trennen. So sehen auch Kaufmann/Wessolowski (2006) den Diagnoseprozess mit einem einmaligen Test nicht als abgeschlossen an: „Vielmehr ist der Prozess der Diagnose nicht von der Förderung zu trennen. Einerseits treten auch durch die Förderung weitere Probleme zu Tage und andererseits ist das Denken und Vorgehen der Kinder häufig nicht so stabil, dass sie heute immer genauso rechnen wie morgen. Außerdem soll mit der Diagnostik der Lernweg der Kinder begleitet werden, um im Sinne einer Prozessdiagnose den jeweils aktuellen Förderbedarf zu ermitteln.“ (ebd. S. 26)

In diesem Zusammenhang sind die nachfolgenden Aufgabenstellungen als Werkzeuge zu sehen, die einen momentanen Entwicklungsstand des Kindes wiedergeben können. Gleichzeitig bieten die in Kapitel 5 (S. 29) vorgestellten Förderaufgaben vielfältige Möglichkeiten, auch differenzierte Informationen über das mathematische Denken und Vorgehen von Kindern zu bekommen.

Während des Gesprächs mit der Schülerin bzw. dem Schüler ist es wichtig, Denk- und Rechenwege des beobachteten Kindes zu notieren, behutsam nachzufragen und Impulse zu geben, sodass das Kind seine mathematischen Gedanken versprachlichen oder verschriftlichen kann. Dabei kommt der wohlüberlegten Nachfrage eine große Bedeutung zu, damit das Kind nicht schon durch die Fragestellung an sich zu zweifeln beginnt.

*Zunächst wird geprüft, ob Marie einen kardinalen Zahlbegriff hat. Dazu soll sie zunächst verschiedene Anzahlen mit den Fingern zeigen. Hier zeigt sich, dass sie auf einen Blick z. B. 8 zeigen kann als 5 + 3, sie muss die 8 also nicht zählen.*

*Nun wird Marie gebeten, mit den Fingern zu zeigen, wie viel 8 – 5 ist. Als Lösung klappt Marie nacheinander den 8., 7., 6., 5. und 4. Finger wieder ein und verkündet stolz: „3“.*

*Marie hat damit die Aufgabe nicht nur zählend gelöst, sondern sie hat auch gezeigt, dass sie die 8 als Reihe wahrnimmt, die nur „von hinten her“ verringert werden kann.*

*Ziel wäre es nun, dass Marie die 8 auch als 5 + 3 wahrnimmt, was sie ja zeigt und dann die 5 als Gesamtheit wegnehmen kann. Diese Strategie kann dann auf Aufgaben wie 12 – 5 (eine ganze Hand muss weg, eine Hand und 2 Finger bleiben übrig) ebenso übertragen werden, wie auf Darstellungen der Zahl 46 mit 4 Zehnerstangen und 6 Einerwürfeln, von der dann z. B. 20 (als 2 Zehnerstangen) weggenommen werden können.*

*Bei dieser Tätigkeit fällt zudem auf, dass Marie nur eine unklare Vorstellung von Addition und Subtraktion hat. Sie versteht diese als Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen, was sehr genau zu ihrem*

*Lösungsweg passt. Addieren als Hinzufügen oder Vereinigen von Mengen ist ihr nicht geläufig, ebenso wie Subtrahieren als Wegnehmen oder Verringern einer Menge. Hier müssen Handlungsschemata zum Addieren und Subtrahieren aufgebaut werden, die dann auch die Möglichkeit eröffnen, Sachsituationen entsprechend zu interpretieren und in Rechnungen zu übersetzen.*

*Bei Rechnungen im Zahlenraum bis 100 fällt auf, dass Marie erlernte Lösungswege nicht konsequent verfolgt. So subtrahiert sie z. B. 62 – 37, indem sie rechnet 60 – 30 = 30 und 7 – 2 = 5, also 62 – 37 = 35. Wird sie aufgefordert, die Aufgabe mit Zehnerstangen und Einerwürfeln zu lösen, so legt sie korrekt, kommt aber an der Stelle nicht weiter, wo sie 7 Einer wegnehmen soll, aber nur 2 Einerwürfel vorhanden sind.*

*Zusammenfassend kann festgestellt werden:*

*Marie kann*
- *bis 100 sicher vorwärts und rückwärts zählen.*
- *zweistellige Zahlen sicher lesen und schreiben.*
- *zwischen Zehnern und Einern sicher unterscheiden.*

*Förderansätze für Marie:*
- *Aufbau eines kardinalen Zahlbegriffs*
- *Ablösen vom zählenden Rechnen, Aufbau flexibler Zahlvorstellungen*
- *Sicherung eines Operationsverständnisses, das an Handlungen geknüpft ist (Verständnis, dass der Lösungsweg Zehner minus Zehner und Einer minus Einer bei Subtraktionsaufgaben mit Zehnerübergang im Zahlenraum bis 100 nicht zielführend ist)*
- *Aufbau von Grundvorstellungen zu Addition und Subtraktion, die mentales Operieren erlauben*
- *Sicherung des Stellenwertverständnisses*

### 4.2.1 Zählen und Mengenverständnis

#### Zählen

**Aufgaben:**
- *Zähle von 1 weg bis ich „Stopp“ sage.*
- *Zähle ab 34 weiter, bis ich „Stopp“ sage.*
- *Zähle rückwärts ab 20 (74).*
- *Zähle in Zweierschritten ab der 2 (ab der 21): 2, 4, 6 … (bzw. 21, 23, 25 …).*
- *Zähle in Zehnerschritten ab der 10 (ab der 26): 10, 20, 30 … (bzw. 26, 36, 46 …).*

Was kann beobachtet werden?
- Kann das Kind fehlerlos zählen?
- Kann das Kind von beliebiger Stelle aus weiterzählen?
- Kann das Kind besonders kritische Zählstellen rund um den vollen Zehner bzw. Zahlen mit gleichen Ziffern an Einer- und Zehnerstelle meistern?
- Kann das Kind rückwärts zählen? Zählt es flüssig oder mit langen Pausen?
- Kann das Kind in Schritten vorwärts und rückwärts zählen?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 36

## Anzahlen bestimmen

**Aufgaben:**

- *Zeige mit deinen Fingern 4 (8, 2, 6, 10, 7, 12).*
- *Wie viele Plättchen sind das? (15 Plättchen liegen auf dem Tisch.)*
- *Bilde mit diesen Plättchen Fünfer-/Zehnermengen.*
- *Zeige mir 14 (23, 71, 45) am Rechenrahmen.*
- *Ich zeige dir eine Anzahl am Rechenrahmen. Wie viele sind es?*
- *Wie viele Zehnerstangen brauchst du für die Zahl 35?*

Was kann beobachtet werden?

- Zeigt das Kind Anzahlen mit den Fingern korrekt?
- Kann das Kind die Anzahl mit den Fingern simultan zeigen?
- Erkennt das Kind, dass Anzahlen über 10 nicht mit den Fingern auf einmal gezeigt werden können?
- Zählt das Kind mit einer sicheren Eins-zu-eins-Zuordnung auch Mengen größer als 10 korrekt?
- Zählt das Kind in Einerschritten / in Zweierschritten?
- Kann das Kind eine sich wiederholende Bündelung zur Anzahlbestimmung nutzen?
- Erkennt das Kind Zehner und Einer, nutzt es die Struktur des Rechenrahmens und stellt Zehner auf einmal ein?
- Nutzt das Kind die Fünfer- bzw. Fünfzigerstruktur und ermittelt die Anzahl der Zehner und Einer auf einen Blick?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 36

## Zahlbeziehungen

**Aufgaben:**

- *Zeige mit deinen Fingern 8. Nimm 5 weg.*
- *Jeder von uns würfelt mit einem Würfel. Wer hat mehr Augen geworfen?*
- *Jeder von uns würfelt mit einem Würfel. Wer hat mehr Augen geworfen? Um wie viel hast du mehr als ich?*
- *Welche Zahl ist größer: 74 oder 56? Erkläre warum.*

Was kann beobachtet werden?

- Nutzt das Kind die Teilmengen in der Anzahl 8 (*5 + 3*), die sich bei den Fingerbildern ergeben und nimmt die volle Hand weg?
- Kann das Kind kleine Zahlen vergleichen?
- Kennt das Kind den Unterschied zwischen zwei Zahlen?
- Vergleicht das Kind größere Zahlen, indem es von den Stellenwerten her argumentiert?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 40

## Lineare Darstellung von Zahlen (am vorgegebenen Zahlenstrahl)

**Aufgaben:**

- *Lege die Zahlenkarten in die richtige Reihenfolge.*
- *Lege eine Zahlenkarte an den Zahlenstrahl.*
- *Wie heißt die Zahl vor 3 (nach 3, vor 7, nach 7, vor 11, nach 11 …)?*
- *Wo liegt die Zahl 2 auf einem Zahlenstrahl, in dem 0, 5 und 10 markiert sind? Begründe.*
- *Zwischen welchen Zehnern würdest du die 46 am Zahlenstrahl suchen?*

Was kann beobachtet werden?

- Zeigt das Kind Sicherheit in der Zahlwortreihe?
- Hat das Kind eine grobe Größenvorstellung, kann es z. B. die 2 näher an der 0 als an der 5 einordnen?
- Hat das Kind eine Ordnung der Zahlen bis 100 im Kopf und kann sich an den Zehnern orientieren?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 41

### 4.2.2 Bündelung und Stellenwertverständnis

#### Darstellen von großen Anzahlen

Aufgaben:

- *Wie viele sind das? (52 Holzwürfelchen oder anderes Material hinlegen.)*
- *Sortiere die Würfelchen so, dass man schnell zählen kann, wie viele es sind.*
- *Lege mit den Stangen und Würfeln die Zahlen 45, 43, 63, 84.*
- *Zeichne für jeden Zehner einen Strich, für jeden Einer einen Punkt: 21, 43, 36, 82.*

Was kann beobachtet werden?

- Strukturiert das Kind die Menge, ehe es zu zählen beginnt?
- Zählt das Kind einzelne Würfel oder in Schritten oder Gruppen?
- Bildet das Kind Zehnerhäufchen, um die Anzahl zu ermitteln?
- Unterscheidet das Kind klar zwischen Zehnern und Einern?
- Legt das Kind jede Zahl neu oder verändert es die vorhergehende Zahl sinnvoll?
- Kann das Kind Zehner und Einer unterschiedlich zeichnerisch darstellen?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 42

#### Bündeln und Wechseln

Aufgaben:

- *Lege 4 Zehnerstangen und 23 Einerwürfel. Wie viele sind das zusammen?*
- *Ich gebe dir 4 Zehnerstangen und 5 Einerwürfel. Wie viele hast du? Wenn du nun bei mir eine Zehnerstange in Einer eintauschst, wie viele hast du dann, mehr oder weniger?*

Was kann beobachtet werden?

- Erkennt das Kind, dass es 10 Einerwürfel in eine Zehnerstange eintauschen kann, um die Anzahl vorteilhaft zu bestimmen?
- Erkennt das Kind, dass eine Zehnerstange den gleichen Wert hat wie 10 Einerwürfel?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 42

#### Verändern von Anzahlen

Aufgaben:

- *Lege 36 mit Stangen und Würfeln. Lege nun 20 dazu.*
- *Lege 56 mit Stangen und Würfeln. Lege nun 3 dazu.*
- *Lege 59 mit Stangen und Würfeln. Lege nun 5 dazu.*
- *Lege 59 mit Stangen und Würfeln. Nimm nun 10 weg.*
- *Lege 49 mit Stangen und Würfeln. Nimm nun 5 weg.*
- *Lege 44 mit Stangen und Würfeln. Nimm 6 weg.*

Was kann beobachtet werden?

- Kann das Kind große Anzahlen gezielt verändern und dabei klar Zehner und Einer unterscheiden?
- Legt das Kind Zehner als Ganzes dazu?
- Erkennt das Kind, dass 10 Einer in einen Zehner gewechselt werden müssen, wenn die Zahl der Einerwürfel größer als 10 ist?
- Nimmt das Kind Zehner als Ganzes weg?
- Erkennt das Kind, dass es bei Zehnerunterschreitung eine Zehnerstange in 10 Einer wechseln kann?

➪ Aufgaben zur Förderung siehe S. 45

### 4.2.3 Operationsverständnis

#### Addition – Operationsverständnis

**Aufgaben:**

- *Hier liegen 3 blaue und 4 rote Plättchen. Wie viele Plättchen sind es zusammen? Formuliere dazu eine Rechnung.*
- *Lege mit Plättchen die Aufgabe 5 + 3.*
- *Verändere die Aufgabe nun so, dass 5 + 4 daliegt.*
- *In einem Bus sitzen 6 Fahrgäste. An der nächsten Haltestelle steigen noch 2 Personen ein. Wie viele Menschen sitzen im Bus? Nenne mir eine Rechnung, die zur Geschichte passt.*
- *Erzähle mir diese Geschichte nun so, dass sie zur Rechnung 7 + 3 passt.*

Was kann beobachtet werden?

- Kann das Kind einen Sachverhalt in eine mathematische Gleichung umsetzen?
- Kann das Kind die passende Rechnung *(3 + 4 = 7)* zur Rechengeschichte formulieren?
- Löst das Kind die Sachsituation mit einer Rechnung?
- Kann das Kind eine Sachsituation so verändern, dass sie zu einer vorgegebenen Rechnung passt?

➪ Aufgaben zur Förderung siehe S. 47

#### Addition – Strategien

**Aufgaben:**

- *5 + 5 = 10. Das weißt du. Kannst du mir erklären, wie viel dann 5 + 6 sein muss?*
- *8 + 5. Erkläre deinen Rechenweg.*
- *Schau dir die beiden Aufgaben 8 + 3 und 3 + 8 an. Welche findest du leichter? Begründe. Rechne die leichtere Aufgabe aus. Was ist das Ergebnis der anderen Aufgabe?*
- *Die Aufgaben 3 + 6 und 43 + 6 haben Gemeinsamkeiten. Erkläre. Berechne die Aufgabe 3 + 6. Hilft dir die kleine Aufgabe beim Lösen der großen Aufgabe?*

Was kann beobachtet werden?

- Erkennt das Kind die Veränderung der Aufgabe und deren Auswirkung auf das Ergebnis?
- Sieht das Kind auf einen Blick, wie viele bis zur 10 fehlen?
- Zerlegt das Kind den zweiten Summanden sicher?
- Erkennt das Kind die Tauschaufgabe?
- Wie rechnet das Kind über den Zehner? Zählt es oder zerlegt es den zweiten Summanden?
- Sieht das Kind die dekadische Analogie und nutzt diese zum Rechnen?

➪ Aufgaben zur Förderung siehe S. 48

### Addition – größere Zahlen

**Aufgaben:**
- *Rechne die Aufgabe 36 + 27. Schreibe alle deine Rechenschritte auf.*
- *Lege mir die eben gerechnete Aufgabe mit dem Material. (Stangen/Würfel)*
- *Erkläre mit dem Material, wie du gerechnet hast.*

Was kann beobachtet werden?
- Kennt das Kind ein Verfahren zum Lösen von Additionsaufgaben zweistelliger Zahlen?
- Fasst das Kind stellengerecht zusammen?
- Berücksichtigt das Kind den zusätzlichen Zehner, der bei *6 + 7* entsteht, im Ergebnis?
- Geht das Kind vom ganzen ersten Summanden aus oder trennt es beide Summanden in Zehner und Einer?
- Kann das Kind seine Rechenschritte versprachlichen und erklären oder wendet es ein automatisiertes Verfahren an?
- Kann das Kind anhand des Materials seinen eigenen Rechenweg nachlegen und erklären?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 49

### Subtraktion – Operationsverständnis

**Aufgaben:**
- *Hier liegen 9 Plättchen im Zwanzigerfeld. Ich nehme 3 Plättchen weg. (Die Plättchen deutlich aus dem Zwanzigerfeld schieben, aber in Sichtweite des Kindes lassen.) Wie viele sind es jetzt noch? Formuliere dazu eine Rechnung.*
- *Lege mit Plättchen die Aufgabe 7 – 3.*
- *Verändere die Aufgabe nun so, dass 7 – 4 daliegt.*
- *In einem Bus sitzen 6 Fahrgäste. An der nächsten Haltestelle steigen 2 Personen aus. Wie viele Menschen sitzen jetzt noch im Bus? Nenne mir eine Rechnung, die zur Geschichte passt.*
- *Erzähle mir diese Geschichte nun so, dass sie zur Rechnung 10 – 5 passt.*
- *Maria hat 4 Murmeln, Lars 9. Wie viele Murmeln braucht Maria noch, damit sie genauso viele Murmeln hat wie Lars?*
- *Maria hat 5 Murmeln, Lars 8. Um wie viele Murmeln hat Lars mehr als Maria?*

Was kann beobachtet werden?
- Kann das Kind einen Sachverhalt in eine mathematische Gleichung umsetzen?
- Kann das Kind die passende Rechnung zur Rechengeschichte *(9 – 3 = 6)* formulieren?
- Löst das Kind die Sachsituation mit einer Rechnung?
- Kann das Kind eine Sachsituation so verändern, dass sie zu einer vorgegebenen Rechnung passt?
- Kann das Kind ergänzen?
- Kann das Kind den Unterschied zweier Zahlen ermitteln?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 50

### Subtraktion – Strategien

**Aufgaben:**
- *9 – 3 = 6. Das weißt du. Kannst du mir erklären, wie viel dann 9 – 4 sein muss?*
- *12 – 5. Erkläre deinen Rechenweg.*
- *Die Aufgaben 6 – 2 und 56 – 2 haben Gemeinsamkeiten. Erkläre. Berechne die Aufgabe 6 – 2. Hilft dir die kleine Aufgabe beim Lösen der großen Aufgabe?*

Was kann beobachtet werden?

- Erkennt das Kind die Veränderung der Aufgabe und deren Auswirkung auf das Ergebnis?
- Sieht das Kind auf einen Blick, wie viele es bis zur 10 wegnehmen muss?
- Zerlegt das Kind den zweiten Subtrahenden sicher?
- Wie rechnet das Kind über den Zehner? Zählt es oder zerlegt es den Subtrahenden?
- Sieht das Kind die dekadische Analogie und nutzt diese zum Rechnen?
- Benutzt das Kind weitere Strategien, wie z. B. die Halbierung (*12 – 6 = 6,* dann ist *12 – 5 = 7*)?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 51

### Subtraktion – größere Zahlen

**Aufgaben:**

- *Rechne die Aufgabe 42 – 25. Schreibe alle deine Rechenschritte auf.*
- *Lege mir die eben gerechnete Aufgabe mit dem Material. (Stangen/Würfel)*
- *Erkläre mit dem Material, wie du gerechnet hast.*

Was kann beobachtet werden?

- Kennt das Kind ein Verfahren zum Lösen von Subtraktionsaufgaben zweistelliger Zahlen?
- Fasst das Kind stellengerecht zusammen?
- Berücksichtigt das Kind, dass „gewechselt“ werden muss, um die 5 Einer wegnehmen zu können?
- Trennt das Kind nach Stellenwerten? Wie geht es dann mit dem Übergang um?
- Geht das Kind schrittweise vor und subtrahiert erst die Zehner, dann die Einer oder umgekehrt?
- Kann das Kind seine Rechenschritte versprachlichen und erklären oder wendet es ein automatisiertes Verfahren an?
- Kann das Kind anhand des Materials seinen eigenen Rechenweg nachlegen und erklären?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 52

### Multiplikation – Operationsverständnis

**Aufgaben:**

- *Hier liegen Plättchen. (Es werden 4 Häufchen mit jeweils 3 Plättchen gelegt.) Wie viele Plättchen sind es? Formuliere dazu eine Rechnung.*
- *Lege mit Plättchen die Aufgabe 3 · 5.*
- *Verändere die Aufgabe nun so, dass 3 · 6 daliegt.*
- *Verändere die Aufgabe nun so, dass 4 · 6 daliegt.*
- *In einer Klasse sind 6 Gruppentische. An jedem Tisch sitzen 4 Kinder. Wie viele Kinder sind im Klassenzimmer? Nenne mir eine Rechnung, die zur Geschichte passt.*
- *Erzähle mir die Geschichte nun so, dass sie zur Rechnung 5 · 4 passt.*
- *Ich gehe viermal in den Keller und hole jedes Mal 2 Flaschen Saft. Wie viele Flaschen habe ich am Ende? Nenne mir eine Rechnung, die zur Geschichte passt.*

Was kann beobachtet werden?

- Zählt das Kind in Schritten bzw. addiert schrittweise?
- Kann das Kind die passende Rechnung *(4 · 3 = 12)* formulieren?
- Kann das Kind die Plättchen passend zu einer Rechnung verändern und unterscheidet dabei klar zwischen Multiplikator und Multiplikand?
- Kann das Kind einen Sachverhalt in eine mathematische Gleichung umsetzen?
- Löst das Kind die Sachsituation mit einer Rechnung?
- Kann das Kind eine Sachsituation so verändern, dass sie zu einer vorgegebenen Rechnung passt?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 53

### Multiplikation – Zusammenhänge

Aufgaben:
- *Zeige mir am Hundertpunktefeld die Aufgabe 4 · 5. Wie ist das Ergebnis?*
- *In diesem Feld stecken weitere Malaufgaben. Nenne und zeige diese.*
- *Zeige die Aufgabe 5 · 5 am Hundertpunktefeld. Wie heißt das Ergebnis?*
- *Verändere die Aufgabe so, dass man 6 · 5 sieht. Was ist passiert? Erkläre und nenne das Ergebnis.*
- *Ich habe hier ein Feld mit 5 · 2 Punkten und hier ein Feld mit 2 · 2 Punkten. (Material zeigen) Wie viele Punkte sind es in jedem Feld?*
- *Wenn ich diese beiden Felder jetzt zusammenschiebe, welche Malaufgabe entsteht nun?*
- *Lege und sage die passende Rechnung.*
- *Hier siehst du die Aufgabe 7 · 4 auf dem Hundertpunktefeld. Zerlege diese Aufgabe in zwei Aufgaben, die du schon gut rechnen kannst.*

Was kann beobachtet werden?
- Sieht das Kind in der Aufgabe *4 · 5* auch die Tauschaufgabe *5 · 4*?
- Kann das Kind Aufgaben durch Verschieben verändern und die Veränderung in Zahlen *„5 kommen dazu"* angeben?
- Kann das Kind aus zwei Kernaufgaben eine neue Aufgabe bilden, sie benennen und das Ergebnis, z. B. aus den beiden Teilergebnissen der Kernaufgaben, ermitteln?
- Kann das Kind Aufgaben in Teilaufgaben zerlegen?
- Erkennt es bekannte Kernaufgaben, die helfen können?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 53

### Division – Operationsverständnis

Aufgaben:
- *Hier liegen 12 Plättchen. (Material auslegen) Deine Rechnung heißt 12 : 3.*
- *Wie kannst du das mit den Plättchen lösen?*
- *Wieder nehmen wir die 12 Plättchen. Diesmal heißt unsere Aufgabe 12 : 4. Was ist jetzt anders? Erkläre, handle und sage das Ergebnis.*
- *Ich lege nun 1 Plättchen dazu. Wie viele Plättchen liegen nun in der Mitte?*
- *Stell dir vor, die Plättchen sind Bonbons und du sollst sie auf 4 Kinder verteilen. Überlege, was wohl geschehen wird? Erkläre.*
- *Nenne mir die Rechnung zur Geschichte.*

Was kann beobachtet werden?
- Kann das Kind die Aufgabe interpretieren und durch Verteilen an drei Personen oder Aufteilen in Dreiergruppen die Aufgabe handelnd lösen?
- Kann das Kind die unterschiedliche Situation beschreiben und die Aufgabe analog bearbeiten?
- Hat das Kind eine Vorstellung, was passieren könnte? Kann es diese äußern?
- Gelingt dem Kind die Interpretation des Restes in der Sachsituation?

⇨ Aufgaben zur Förderung siehe S. 54

## 4.3 Weiterführende Diagnostik

Ergänzend zu den oben aufgelisteten Aufgabenstellungen können Lehrkräfte bestehende Diagnoseinstrumente einsetzen, um einen Überblick über die Kompetenzen und den bestehenden Lernbedarf eines Kindes zu gewinnen.

Folgende Verfahren haben sich für eine vertiefte Diagnostik durch Beratungslehrkräfte, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen bewährt, zudem stehen sie überwiegend kostengünstig oder kostenfrei zum Download zur Verfügung:

| Verfahren | Beschreibung | Bezug |
|---|---|---|
| BESMath<br>Screening zum Erfassen von Schülerinnen und Schülern mit schwachen Mathematikleistungen | Es stehen jeweils für die Jahrgangsstufen 1, 2 und 3 Manual, Protokollbogen und Testheft zur Verfügung<br>Zu beachten: Vor dem Einsatz müssen die Aufgaben mit Rappen und/oder Franken und deren Abbildungen angepasst werden. Ebenso muss die deutsche Rechtschreibung berücksichtigt werden. | Erziehungsdirektion Kanton Bern<br>*www.erz.be.ch*<br>(kostenfrei) |
| Darauf aufbauend:<br>BASIS-MATH 4–8<br>Basisdiagnostik Mathematik für die Klassen 4–8 | Zentrale Kenntnisse der Grundschulmathematik (mathematischer Basisstoff); überprüft auch Rechenwege bzw. Vorgehensweisen, Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems, Zählkompetenz, Operationsverständnis, Mathematisierungsfähigkeit | Testzentrale Hogrefe Verlag |
| BIRTE 2<br>Bielefelder Rechentest | Ein computergestütztes Testverfahren, das die arithmetischen Kompetenzen von Kindern in der Mitte des zweiten Schuljahrs untersucht. Der Test prüft, in welchem Maße die Kinder diejenigen arithmetischen Kompetenzen erworben haben, die eine erfolgreiche Teilnahme am weiteren Mathematikunterricht ermöglichen | Handbuch mit CD (Einzelnutzerlizenz):<br>Schroedel-Verlag<br>ISBN: 978-3-507-34066-4 |
| Checklisten für Diagnostik und Förderung | Zählentwicklung und Zahlverständnis, Checklisten zur Zählentwicklung, Checklisten zu Zahlbeziehungen | *www.regierung.oberbayern.bayern.de/aufgaben/schulen/foerder/aktuell/index.php* |
| JRT<br>Jenaer Rechentest | Verfahren zur detaillierten Erfassung des individuellen zahlenmathematischen Lernstands. Mit dem Test kann das subjektive Verständnis der arithmetischen Logik und ihrer Grundlagen detailliert erfasst werden. Der JRT ist ein Einzeltestverfahren in vier Stufen entsprechend den Klassenstufen 1 bis 4. | *www.ztr-rechenschwaeche.de/jenaer-rechentest* |
| ZTR<br>Förderdiagnostische Rechentests | Symptomfragebogen für Eltern<br>Symptomorientierter Kriterienkatalog für Lehrkräfte<br>Test zum Schuleingang<br>Zahlbegriffstest 1–6<br>Zahlbegriffstest 1–10<br>Rechentest Klassen 2, 3 und 4 | Zentrum zur Therapie der Rechenschwäche<br>*www.ztr-rechenschwaeche.de* |

# 5. Wie erstellen Lehrkräfte passgenaue Lernangebote für den Mathematikunterricht?

## 5.1 Entwicklung von Grundvorstellungen

### 5.1.1 Geeignete didaktische Materialien

*Die Grundidee beim Aufbau von Grundvorstellungen ist, dass konkrete Handlungen an geeigneten Materialien zu gedanklichen Operationen umgebaut werden.*
Rudolf vom Hofe

Lernschwierigkeiten in Mathematik werden nicht durch ein vermehrtes Üben beseitigt. Zielführender ist es, wenn sich die Förderung auf grundlegende Kompetenzerwartungen und Inhalte (siehe Kapitel 4, S. 17) und sorgfältig darauf abgestimmte didaktische Materialien beschränkt. Diese sind nicht nur Lernhilfe, sondern beinhalten immer auch Lernaufgaben für die Kinder. „Sparsamkeit ist insbesondere für schwächere Schülerinnen und Schüler hilfreich, da jedes neue Lernmaterial eine eigene Fremdsprache darstellt, in die arithmetische Operationen hineingelesen werden müssen. Materialvielfalt ist eher ein Ausdruck von Hilflosigkeit, bestenfalls einer theoretischen Hoffnung." (Lorenz 2000, S. 19 - 22)

Der Lernerfolg steigt somit nicht mit der Anzahl der verwendeten Materialien, sondern mit der Intensität der Schüleraktivität und der richtigen Handhabung des Materials.

Folgende Kriterien sind (nach Krauthausen/Scherer 2008, S. 232 und Wartha/Schulz 2012, S. 79) bei der Auswahl von didaktischen Materialien leitend:

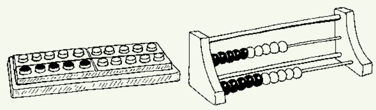
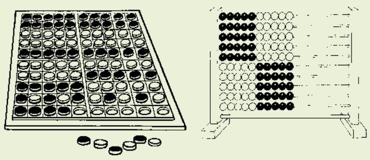
- Werden die mathematischen Grundideen möglichst gut und adäquat verkörpert (z. B. 5-er- / 10er-Struktur) und kann der Lerninhalt mithilfe des Materials handelnd umgesetzt werden?
- Kann die Materialhandlung auch im Kopf durchgeführt werden?
- Ermöglicht das Material eine strukturgleiche Fortsetzung über die Schuljahre hinweg?
- Erlaubt das Material Handlungen, die dem Kind helfen, operative Strategien des Rechnens zu entwickeln?
- Wird die Ablösung vom zählenden und der Übergang zum denkenden Rechnen begünstigend unterstützt?

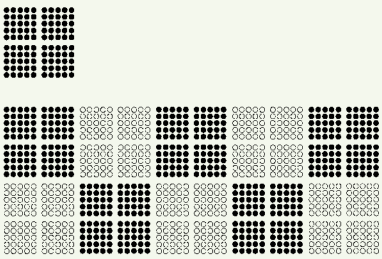
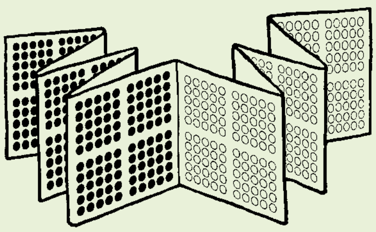
*Um Marie vom Zählen abzulösen, braucht es Materialien, die sehr klar die Fünfer- und Zehnerstruktur aufzeigen und den kardinalen Zahlbegriff stützen. Dazu bieten sich bis 10 die Finger an, bei denen auf simultanes Auf- und Wegklappen der Finger geachtet werden muss. Darüber hinaus könnte mit dem Rechenrahmen bis 100 gearbeitet werden, der es erlaubt, Zehner, aber auch Anzahlen bis 10 auf einen Blick zu „schieben". Außerdem bietet der Rechenrahmen die Möglichkeit, die fehlenden Elemente bis zur nächsten Zehnerzahl zu sehen.*

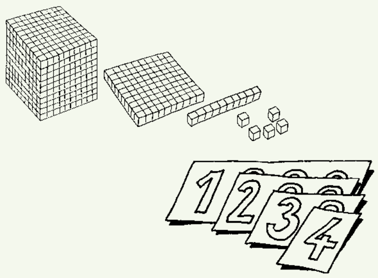
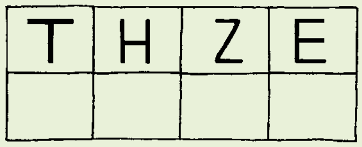
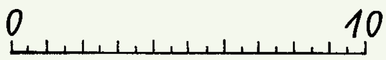
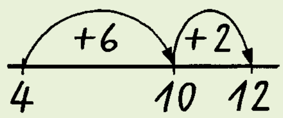
*Zur Sicherung des Operationsverständnisses könnte ebenfalls mit dem Rechenrahmen gearbeitet werden. (Es kommt etwas dazu: plus, es wird etwas weggeschoben/verdeckt: minus).*

*Wenn zu einem späteren Zeitpunkt vertieft auf Addition und Subtraktion zweistelliger Zahlen eingegangen werden soll, empfiehlt sich ein Wechsel im Material zum dekadischen Material. Hier können besser Zehner hinzugelegt bzw. weggenommen werden bzw. nochmals auf die Stellenwerte und das Eintauschen von 10 Einern in eine Zehnerstange hingewiesen werden.*

Die nachfolgende genannten Materialien sind aus didaktischer Sicht für den Aufbau von Grundvorstellungen hilfreich (in Anlehnung an Schmassmann/Diener 2014):

| Material | Funktion und Einsatz | Stolpersteine/Grenzen |
|---|---|---|
| *Rechenschiffchen/Rechenrahmen*<br> | • strukturierte Darstellung von Anzahlen (Kraft der 5 und der 10 erkennen)<br>• Durchführung von Zahlzerlegungen (Zwanzigerfeld)<br>• Darstellung von Additions- und Subtraktionsstrategien im Zahlenraum bis 20 (v. a. das schrittweise Rechnen über die 10)<br>• Betonen des kardinalen Zahlaspekts | Die Darstellung des ordinalen Zahlaspekts wird nicht unterstützt, da aus dem Material keine feste Reihenfolge ablesbar ist.<br><br>Das Rechenschiffchen begünstigt zählendes Rechnen. |
| *Hunderterrahmen/Rechenrahmen*<br> | • strukturierte Darstellung von Anzahlen (Kraft der 5 und der 10 erkennen)<br>• Darstellung von Additions- und Subtraktionsstrategien im Zahlenraum bis 100: Z +/– Z, Z/E +/– E ohne Überschreitung, Z/E +/– E mit Überschreitung (schrittweises Rechnen über die 10)<br>• Betonen des kardinalen Zahlaspekts | Die Darstellung der Rechenstrategien zu folgenden Aufgabentypen ist ungünstig: ZE +/- Z, ZE +/- ZE mit Überschreitung.<br><br>Der Rechenrahmen begünstigt zählendes Rechnen. |

| Material | Funktion und Einsatz | Stolpersteine/Grenzen |
|---|---|---|
| *Hunderterfeld/Tausenderfeld*<br> | • strukturiertes Erfassen von Anzahlen (augenfällige Wiedergabe der Zehnerbündelung und der Kraft der 5)<br>• Entwicklung der Anzahlvorstellung im Zahlenraum bis 100<br>• Ergänzen auf 100/1000<br>• Zerlegung von 100/1000<br>• Felddarstellung für die Multiplikation am Hunderterfeld<br>• Betonen des kardinalen Zahlaspekts | Es sind keine flexiblen Rechenstrategien möglich.<br><br>Da durch die Punkte Anzahlen repräsentiert werden, ist ein Benennen einzelner Zahlen nicht möglich. |
| *Hundertertafel/Tausenderleporello*<br> | • Verdeutlichen des analogen Aufbaus von Zehnern/Hundertern (Zehner-Struktur des Hunderters gut erkennbar)<br>• Orientierung im Zahlenraum bis 100 und 1000<br>• Betonen des ordinalen Zahlaspekts | Die Darstellung kann zum zählenden Rechnen verleiten und die Entwicklung heuristischer Strategien behindern.<br><br>Der Aufbau von Größenvorstellungen ist nicht möglich. |

| Material | Funktion und Einsatz | Stolpersteine/Grenzen |
|---|---|---|
| *Mehrsystemblöcke/Stellenwertkarten*<br> | • Aufbau einer Zahlvorstellung durch Bündeln und Entbündeln<br>• Darstellung der Zahlen als dezimale, hierarchische Einheiten (anschauliche Trennung von T/H/Z/E)<br>• Zahlschreibweise und Aufbau über die Stellenwertkarten verstehen (v. a. auch die Bedeutung der 0)<br>• Betonen des kardinalen Zahlaspekts | Das Aufzeigen der Beziehung zur nächstgrößeren Einheit ist schwer möglich, z. B. ist die Verortung von 188 im Tausenderwürfel nicht sichtbar. |
| *Stellenwerttabelle*<br> | • Darstellung von Anzahlen (durch z. B. Plättchen in die Spalten legen, Zahlen notieren)<br>• Verdeutlichung der Stellenwerte (v. a. auch der 0)<br>• Betonen des Stellenwertes und der Stellenwertschreibweise | Einsichten in die hierarchische Struktur von Zahlenräumen werden nicht ermöglicht, Größenbeziehungen zwischen T/H/Z/E werden nicht veranschaulicht. |
| *Zahlenstrahl*<br> | • Betonen der Zahlenreihe<br>• Größenvergleich durch lineare Anordnung<br>• Zählen in Schritten<br>• Einordnen und Ablesen von Zahlen<br>• Vergleich von Zahlen<br>• Erkennen von Zahlbeziehungen (Vorgänger/Nachfolger)<br>• Betonen des ordinalen Zahlaspekts | Der kleine Zahlenstrahl begünstigt zählendes Rechnen und kann den Aufbau heuristischer Strategien behindern.<br><br>Der Aufbau von exakten Größenvorstellungen ist nicht möglich.<br><br>Die Analogiebildung wird erschwert. |
| *Rechenstrich*<br> | • ungefähre Verortung von Zahlen (v. a. „Ankerzahlen“: glatte Zehner/Hunderter, 5er- und 50er-Zahlen)<br>• Darstellen von Rechenwegen<br>• Betonen des ordinalen Zahlaspekts | Der Aufbau von exakten Größenvorstellungen ist nicht möglich. |

### 5.1.2 Vom konkreten zum gedanklichen Handeln

*Gedanken ohne Inhalte sind leer,*
*Anschauungen ohne Begriffe sind blind.*
Immanuel Kant

Häufig lassen sich Schwächen im mathematischen Lernen mit einer fehlenden Zahlvorstellung oder mangelhaften Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen erklären. Wir wissen heute, dass der solide Aufbau von Grundvorstellungen ein wichtiger Faktor für die Prävention von Lernschwierigkeiten ist.

Mathematik ist eine Sache des Denkens, des *Be-Greifens* und so muss auch dem Verinnerlichen ein *Be-Greifen* vorausgehen, nicht nur ein Zusehen. So sind Handlungen die Grundlage für die Entwicklung innerer Bilder. Erst die innere Anschauung macht das Erkennen von Größenordnungen oder Stellenwerten verfügbar. Der Aufbau innerer Bilder ist jedoch ein konstruktiver Prozess, in dem der Lernende selbst die wichtigste Rolle spielt. Jedes Material entwickelt seine Kraft erst durch die Handlungen, die das Kind damit ausführt, um so interne Bilder (verinnerlichte Handlungen) aufzubauen und mit dem bisherigen Wissen zu verknüpfen. Im günstigsten Fall entstehen auf diese Weise „Vorstellungsbilder, die wesentliche Aspekte der jeweiligen mathematischen Ideen erfassen helfen und so bei der Lösung verschiedener Aufgabentypen herangezogen werden können.“ (Floer 1995, S. 21)

Hierzu werden geeignete Lernmaterialien benötigt, die beim Aufbau strukturierter Vorstellungsbilder helfen. Diese haben aus der Sicht des Kindes jedoch nicht von vornherein eine eindeutig bestimmte, mathematische Struktur. „Die mathematische Struktur muss durch einen geistigen Akt in die konkrete Situation hineingelesen werden.“ (Lorenz 1995, S. 21) Gute Arbeitsmittel und Veranschaulichungen verkörpern mathematische Grundideen, aus denen über die Handlung „prototypische Vorstellungsbilder gebildet werden können. Weitergehen und Zurückgehen, Hinzufügen und Wegnehmen, Aufdecken und Abdecken werden verinnerlicht zum Addieren und Subtrahieren. So helfen die Materialien sowohl beim Schritt vom konkreten zum mentalen Operieren und dann weiter zum formalen Rechnen als auch auf dem Weg in umgekehrter Richtung.“ (Floer 1995, S. 21)

### Ebenen mathematischen Verständnisses

Bekanntlich können mathematische Sachverhalte in unterschiedlichen Darstellungsformen repräsentiert werden:

- durch **Handlung** (mit Alltagsmaterialien oder didaktischem Material)
- durch **bildliche Situationen** (Darstellung von lebensweltlichen Situationen oder (Eigen-)Ikonisierungen didaktischen Materials)
- durch **symbolische Darstellungen** in der Umgangssprache (Rechengeschichten) oder der formalen Sprache (Zahlensätze, z. B.: *3 + 5 = 8*)

| |
|---|
| abstraktes mathematisches Verständnis |
| an Anschauung gebundenes mathematisches Verständnis |
| an Handeln und Erfahrung gebundenes mathematisches Verständnis |

Alle Darstellungsformen beziehen sich wechselseitig aufeinander und sind, je nach vorhandenen Kompetenzen des Kindes, zu verschiedenen Zeitpunkten im Lernprozess geeignete Repräsentationsmöglichkeiten mathematischer Sachverhalte. Das methodisch-didaktische Vorgehen im Unterricht muss eine systematische Vernetzung der Darstellungsformen im ständigen Wechsel initiieren.

Dieser Prozess verläuft individuell und gelingt bei vielen Kindern ohne besondere Unterstützung. Leistungsschwächere Kinder können zwar am Material Handlungen konkret durchführen, scheitern jedoch oft daran, dass sie ihre Handlungen nicht beschreiben oder gar aus der Vorstellung heraus durchführen können. Die Verknüpfung der unterschiedlichen Darstellungsebenen (intermodaler Transfer) gelingt ihnen somit nicht.

### Vier-Phasen-Modell: Vom konkreten zum gedanklichen Handeln

Zum Aufbau mentaler Vorstellungen auf der Grundlage konkreter Handlungen hat sich das Vorgehen nach dem Vier-Phasen-Modell (vgl. Schipper/Wartha/Schroeders 2011) bewährt. Es zeigt auf, wie konkretes Handeln am Material in mentales Handeln aus der Vorstellung heraus überführt werden kann.

Für alle Phasen gilt: Zentral ist das Versprachlichen der Handlung und der mathematischen Symbole. Ebenso muss dem Kind der Umgang mit dem verwendeten Material geläufig sein. Im nachfolgend beschriebenen Beispiel wird gezeigt, wie Grundvorstellungen zu Rechenstrategien für das zehnerüberschreitende Rechnen im Zahlenraum bis 100 aufgebaut werden können. Das Konzept lässt sich auf weitere Grundvorstellungen übertragen.

- **Phase 1: Handeln am geeigneten Material**

  Die mathematische Bedeutung der Handlung wird beschrieben.

  *Aufgabe: 23 + 8 =*

  1. Schritt: 23 zügig (Z/E) am Rechenrahmen einstellen
  2. Schritt: 7 E dazu schieben (Zwischenergebnis 30)
  3. Schritt: 1 E dazu schieben (Ergebnis 31)

- **Phase 2: Beschreiben der Materialhandlung**
  Das Kind erläutert die Materialhandlung zu *23 + 8* mit Sicht auf das Material. Es handelt jedoch nicht mehr selbst, sondern diktiert einem Partner die Handlung und kontrolliert den Handlungsprozess durch Beobachten.

- **Phase 3: Beschreiben der Materialhandlung in der Vorstellung**
  Zwischen Material und Kind wird ein Sichtschirm, z. B. ein gefalteter Fotokarton, gestellt. Für die Beschreibung der Handlung ist es darauf angewiesen, sich den Prozess am Material vorzustellen.

- **Phase 4: Arbeit auf der symbolischen Ebene**
  Üben und Automatisieren von Aufgaben des gleichen Typs (hier ZE +/– E mit Zehnerüberschreitung)

*Marie hat sehr schnell verstanden, dass Minusrechnen am Rechenrahmen einfach geht. Sie kann auch gut verbalisieren, was die Förderlehrkraft für die Aufgabe 52 – 7 schieben muss (Phase 2 des obigen Vier-Phasen-Modells): „Wir brauchen 5 Zehner, das sind 50 und noch 2 Einer auf der nächsten Reihe. Dann nimmst du die 2 Einer unten wieder weg und noch 5 auf der nächsten Reihe. Dann sind es noch 45."*

*Der nun folgende Schritt ist elementar: Marie wird die Sicht auf den Rechenrahmen genommen, alles andere bleibt gleich.*

*Dabei fällt auf, dass Marie gedanklich immer wieder den Faden verliert. Sie beginnt wie oben, weiß dann aber nach dem Wegschieben der 2 Einer auf der unteren Reihe nicht, wie viele sie noch hat. Durch erneutes Verbalisieren des Schiebevorgangs für die 52 wird ihr bewusst gemacht, dass sie 50 geschoben hatte (und noch 2).*

*Auch fällt es Marie schwer zu wissen, wie viele Zehner nach dem Wegnehmen der 5 von der 50 noch vorhanden sind.*

*Ein Rückschritt in Phase 2 (mit Blick auf das Material) und eine bewusste Lenkung der Wahrnehmung auf den Schritt, dass ein Zehner „angegriffen" wird, also die Anzahl der ganzen Zehner um 1 kleiner wird, hilft ihr beim nächsten Versuch in Phase 3, sich den Rechenrahmen wirklich vorzustellen.*

*Es bedarf mehrerer Sitzungen, bis sich die Struktur des Rechenrahmens und der Umgang damit so in Maries Gedanken eingeprägt hat, dass sie mental damit umgehen kann.*

Für das Bereitstellen passgenauer Lernangebote ist es wichtig zu wissen, in welchen Phasen ein Kind bereits sicher arbeiten kann und in welchen Phasen es noch überfordert ist. Besonders bedeutsam für den Aufbau innerer Bilder sind die Phasen 2 und 3. Sollte ein Kind, das bereits auf der symbolischen Ebene arbeitet, wieder Unterstützung benötigen, sollte immer auf die vorausgegangene Phase zurückgegriffen werden und nicht automatisch auf die Phase 1.

### 5.1.3 Sprachkompetenz und Sprachförderung im Mathematikunterricht

#### Bedeutung der Sprache für mathematisches Lernen

Das Fach Mathematik zeichnet sich – wie alle Fächer – durch einen umfangreichen Fachwortschatz aus. Über Sprache werden beim Kind kognitive Prozesse befördert, Wissen (re-)organisiert, erweitert und vertieft sowie Lernleistungen erfasst. Um Verstehensprozesse über Materialhandlungen versprachlichen zu können, ist es wichtig, die Bildungssprache und die Fachsprache im Mathematikunterricht zu beherrschen. Darauf verweist auch der LehrplanPLUS in seinem Fachprofil: „Der Mathematikunterricht in der Grundschule leistet einen Beitrag zur sprachlichen Bildung, indem er thematische Satz- und Wortspeicher entwickelt sowie konsequent die prozessbezogenen Kompetenzen des Kommunizierens und Argumentierens aufgegriffen werden." (Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung 2013)

Besonders für Kinder mit Lernschwierigkeiten stellt die Beherrschung der Fach- und Bildungssprache mit ihren abstrakten Fachbegriffen und generalisierenden Ausdrucksweisen eine Herausforderung dar. Das verständliche Darstellen mathematischer Sachverhalte muss mit ihnen intensiv geübt werden. Nachfolgende Übersicht zeigt die sprachlichen Anforderungen des LehrplanPLUS im Fach Mathematik bis zum Ende der Jahrgangsstufe 4:

| | Ende der Jahrgangsstufe 2 | Ende der Jahrgangsstufe 4 |
|---|---|---|
| Zahlen und Operationen | ist kleiner als, ist größer als, ist gleich, mehr, weniger | |
| | plus, minus, mal, geteilt | addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren, Summe, Differenz |
| | <, >, =, +, −, ·, : | |
| Raum und Form | links/rechts, neben/zwischen, oben/unten, vor/hinter, über/unter, auf/unter, hinten/vorne | |
| | Dreieck, Kreis, Viereck, Quadrat, Rechteck | rechter Winkel |
| | | verkleinern, Verkleinerung, vergrößern, Vergrößerung, Maßstab |
| | Zylinder, Prisma, Quader, Würfel, Kegel, Pyramide, Kugel | |
| | Flächenform, Ecke, Seite, Körper, Seitenfläche, Kante | |
| | Umfang, Flächeninhalt | Rauminhalt |
| | achsensymmetrisch, Symmetrieachse | deckungsgleich |
| Größen und Messen | Länge, Zeitspanne, Zeitpunkt, Geldschein, Münze | |
| | Meter, Zentimeter, Stunde, Minute, Euro, Cent | Kilometer, Millimeter, Sekunde Kilogramm, Gramm, Liter, Milliliter |
| | m, cm, h, min, €, ct | km, mm, s, kg, g, l, ml |
| Daten und Zufall | sicher, möglich, unmöglich, wahrscheinlich, unwahrscheinlich | |
| | Tabelle, Strichliste | Diagramm |

*Abb. 3: Sprachlichen Anforderungen im Fach Mathematik bis zum Ende der Jahrgangsstufe 4 aus LehrplanPLUS*

Auch wenn Kinder in der Regel zunächst die Alltagssprache zum Verbalisieren von Verstehensprozessen verwenden, muss es ein Ziel sein, die Bildungs- und Fachsprache geläufig zu beherrschen und diese mit konkreten Vorstellungen und Inhalten verbinden zu können. Nur wenn Kinder auch präzise ausdrücken können, was sie gelernt haben, zeigen sie, dass sie auch wirklich verstanden haben.

### Bedeutungsinterferenzen zwischen Alltagssprache und Bildungssprache

Viele fachsprachliche Begriffe kommen aus der Alltagssprache und haben im mathematischen Kontext eine veränderte Bedeutung. Dies stellt eine zusätzliche Verstehenshürde dar. Hier einige Beispiele:

| Ausdruck | fachsprachliche Bedeutung | alltagssprachliche Deutung |
|---|---|---|
| *„Wie viele **Seiten** hat ein Dreieck?“* | Teil einer geometrischen Grundform | Buchseite, Straßenseite |
| *„4 ist eine **gerade** Zahl.“* | Zahleigenschaft (ohne Rest durch 2 teilbar) | Gegenteil von „schief“ |
| *„Wie heißt der **Vorgänger** von 100?“* | die Zahl, die in der Zahlenreihe links von 100 steht | vor, voraus, bedeutet weiter vorn, also „rechts“ von 100 |

### Aspekte eines sprachfördernden Mathematikunterrichts

Nach Verboom (2013) erweisen sich u. a. folgende sprachfördernden Maßnahmen als wirksam:

- **Wortschatzanalyse und Festlegung sprachlicher Lernziele vor der Vermittlung neuer Unterrichtsinhalte:**
  - Welchen Fachwortschatz benötigen die Kinder, um die mathematischen Objekte/Beziehungen oder Sachverhalte benennen und beschreiben zu können?
  - Müssen Bedeutungsinterferenzen berücksichtigt werden (s. o.)?
  - Gibt es Kommunikationssituationen in denen Kinder begründen müssen? Sind die notwendigen Satzmuster hierzu vorhanden? Z. B.: *„Das ist so, weil ... – deshalb, warum ...“*
  - Gibt es sprachliche Stolpersteine? Können Formulierungen sprachlich vereinfacht werden, ohne die Sache zu verfälschen (z. B: statt *„Die Zeile verläuft von ...“* einfacher *„Die Zeile geht von ...“*)?

| Sachsituation *(z. B. Drei Freunde planen einen gemeinsamen Kinobesuch)* | |
|---|---|
| **Wortschatzanalyse** | **Kommunikationssituationen** |
| Wortschatz:<br>*Addition: plus, ergänzen, zusammenzählen*<br>*Subtraktion: minus, abziehen, wegnehmen*<br>*Euro/Cent, Gesamtsumme, Geldwert/Geldbeträge*<br><br>Mögliche Bedeutungsinterferenzen:<br>*größer/kleiner, mehr/weniger* | Argumentieren: *weil .../da .../deshalb .../wenn-dann .../ je-desto ... ich vermute, dass .../das bedeutet ...*<br><br>Kommunizieren: wir haben herausgefunden, dass .../ zuerst .../dann .../danach .../zum Schluss ... |

- **Sprachsensible Unterrichtsaktionen:**

Die Lehrkraft sollte

- langsam und deutlich sprechen, Gestik und Mimik unterstützend einsetzen.
- kontinuierlich nachfragen, ob Begriffe verstanden/nicht verstanden wurden, sich ausreichend Zeit für Erklärungen nehmen.
- Aufgabenstellungen, Impulse und Fragen korrekt, eindeutig und verständlich formulieren, ggf. modellhaft.
- demonstrieren, was zu tun ist und dabei handlungsbegleitend sprechen.
- ausreichend Zeit zum Antworten geben, mehrfache Antwortversuche ermöglichen.
- geschlossene Fragen als Sprachvorbild anbieten: *„Um wie viel wird die erste Zahl immer größer?“*
- korrektives Feedback geben: die Aussage des Kindes sinngemäß wiederholen und dabei selbst die erwünschten Fachbegriffe und grammatisch richtige Strukturen verwenden.

- **Wort und Satzspeicher:**

  Die Arbeit mit einem Wort- oder Satzspeicher lässt sich relativ einfach in den Unterricht integrieren. Hierfür werden zu einem mathematischen Lernthema Fachbegriffe und Formulierungen für die Kinder sichtbar auf ein Plakat notiert. Der Wortspeicher wird während der gesamten Einheit gut sichtbar in der Klasse aufgehängt. Neben den Fachbegriffen werden auch Begriffe zur Beschreibung mathematischer Operationen bzw. Tätigkeiten gesammelt. Die Kinder erhalten konkrete Formulierungshilfen in Form von Satzbausteinen, wie z. B. *„wird immer um ... größer“* oder *„Wenn ich ... um 1 vergrößere, dann ...“* angeboten. Die Kinder sollen aktiv in das Erstellen des Wortspeichers einbezogen werden. Weitere Begriffe, die sich im Laufe des Unterrichtsgeschehens als bedeutsam erweisen, können ergänzt werden. Der Wortspeicher wächst somit immer weiter.

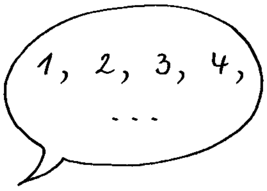
## 5.2 Pädagogische Förderung zu grundlegenden Inhaltsbereichen

Analog zu den diagnostischen Aufgabenstellungen und Beobachtungshilfen in Kapitel 4.2 (S. 20) folgt nun eine ausführliche Auflistung konkreter Lernangebote und Übungsaufgaben zum Aufbau und zur Förderung mathematischer Kompetenzen:

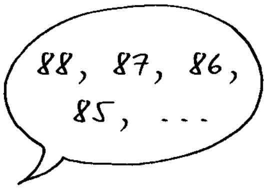
### 5.2.1 Zählen und Mengenverständnis

#### Zahlwortreihe

**Vorwärts und rückwärts zählen**

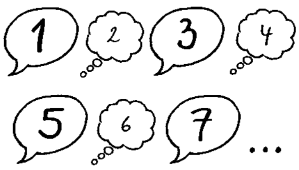



- Die Kinder zählen die Zahlwortreihe vorwärts so weit sie können.
  - ▶ Auf korrekte Reihenfolge und Aussprache achten!
- Die Kinder zählen die Zahlwortreihe rückwärts (Countdown) unter Einbeziehung der Null!
  - ▶ Auf korrekte Reihenfolge und Aussprache achten!

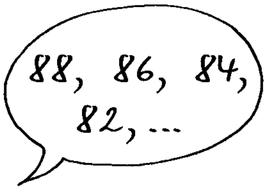



- Für ältere Kinder: Zählen ab einer bestimmten Zahl, vorwärts und rückwärts
  - ▶ Besonderes Augenmerk auf die Zehnerzahlen und die Übergänge legen.

**Zählen in Schritten**



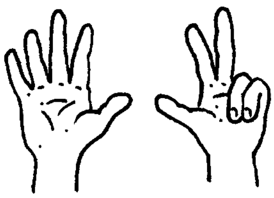

- Zählen im Kreis: Ein Kind zählt laut, das nächste leise.
- Steigerung: Ein Kind spricht, das nächste denkt seine Zahl nur (*1, ..., 3, ..., 5, ..., 7, ...*).
- Analog wird rückwärts gezählt.




- Für ältere Kinder: Zählen ab einer bestimmten Zahl in Zweier-, Dreier-, Fünfer-, Zehnerschritten, vorwärts und rückwärts
  - ▶ Besonderes Augenmerk auf die Zehnerzahlen und die Übergänge legen.

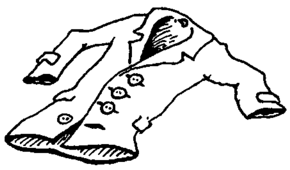
#### Anzahlen zählend bestimmen

**Finger zählen (Fünf Finger an jeder Hand)**

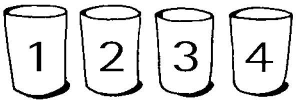


- Das Kind hebt die Finger einzeln hoch, es nennt die Gesamtanzahl.
- Bei Anzahlen bis 5: Übung an beiden Händen abwechselnd durchführen
- Bei größeren Anzahlen: 5 mit der linken und rechten Hand anzeigen
- Gezeigte Zahl an Fingern wird mit den Augen abgezählt
- Fingerzahl bis 20 erweitern: Kinder arbeiten in Partnerarbeit zusammen. Ein Kind spricht und gibt Anweisungen, was zu zeigen ist.
- Anzahl der weggeknickten Finger auch zählen lassen

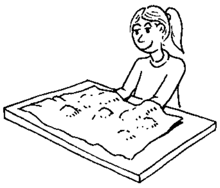
**Abzählen von Gegenständen (mit Wegschieben, mit Antippen, mit den Augen)**



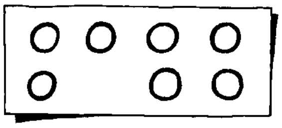
- Unterschiedliche Gegenstände zählen
  Als Themen eignen sich: Zählen am eigenen Körper, Zählen im Klassenzimmer, Zählen im Schulhaus
  - ▶ Strategien beobachten: Wegschieben, Antippen, mit den Augen zählen, Anzahlen auf einen Blick erfassen (bis max. 3 oder 4 möglich), Häufchen bilden (bei größeren Anzahlen)




- Gegenstände in vorgegebenen Mengen abzählen lassen, z. B. Becher mit Anzahlen vorgeben, die Kinder legen Gegenstände in der richtigen Anzahl hinein.



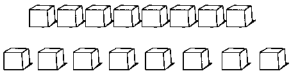
- Zählen von Gegenständen unter einem Tuch oder in der Fühlkiste



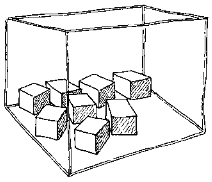
- Anzahlbilder mit den Augen abzählen
- Anzahlbilder kurz am Projektor zeigen, dann Aufgaben dazu bilden

Invarianzen wahrnehmen

- Die Kinder in der Klasse/Gruppe zählen.
- Die Kinder setzen sich um und gruppieren sich anders.
- Hat sich die Anzahl verändert? Die Kinder vermuten bzw. begründen und zählen erneut zur Überprüfung.



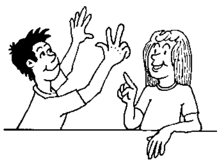
- Gegenstände werden gezählt, Lage verändern
- Hat sich die Anzahl verändert? Kinder vermuten bzw. begründen und zählen erneut zur Überprüfung



- Gegenstände in eine Schachtel hineinzählen, Schachtel schütteln
- Hat sich die Anzahl verändert? Kinder vermuten bzw. begründen und zählen erneut zur Überprüfung.

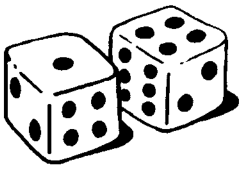
## Strukturiertes Erfassen von Anzahlen

Anzahlen mit Fingerbildern zeigen und erkennen



- Das Kind zeigt Finger in einer Bewegung, nennt Anzahl. Beide Hände mit einbeziehen. Begründen der gezeigten Anzahl (z. B. *„Es sind 8, weil es 5 und 3 sind.“*)
- Kind 1 zeigt eine Anzahl mit den Fingern.
  Kind 2 nennt die Anzahl und begründet.
- Kind 1 gibt Kind 2 die Anweisung, welche Finger es zu einer vorgegebenen Anzahl zu zeigen hat. (Z. B. *„Zeige mit der einen Hand alle Finger, also 5, mit der anderen Hand 2 Finger. Dann sind es 7.“*)

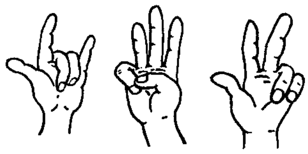
Anzahl auf Würfeln erfassen



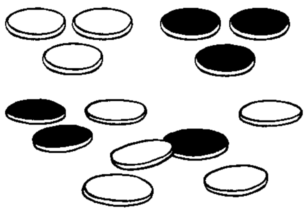
▶ Sicherstellen, dass zwischen dem Würfelbild und der tatsächlichen Anzahl ein Zusammenhang besteht

- Würfelbilder vergleichen bzw. ordnen

### Anzahlen unterschiedlich strukturieren

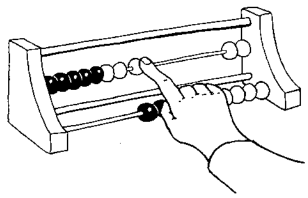


- Finger: gleiche Anzahl mit unterschiedlichen Fingern zeigen

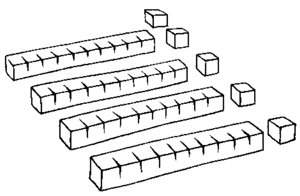


- Gegenstände unterschiedlich gruppieren, verschiedene Einteilungen benennen, Rechnungen dazu bilden
- Plättchen werfen: vorgegebene Anzahl von Wendeplättchen werfen, notieren, wie viele jeweils blau bzw. rot sind

### Anzahlen am Rechenrahmen einstellen, beschreiben und erkennen

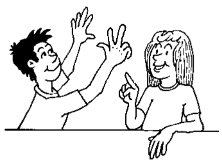


- Das Kind stellt die Anzahl am Rechenrahmen ein, nennt diese.
  Begründen der gezeigten Anzahl (z. B. *„Es sind 8, weil es 5 rote und 3 blaue Kugeln sind.“*)
- Kind 1 stellt eine Anzahl am Rechenrahmen ein.
  Kind 2 nennt die Anzahl und begründet.
- Kind 1 gibt Kind 2 die Anweisung, welche Kugeln geschoben werden müssen. (Z. B. *„Schiebe 5 rote und 2 blaue Kugeln. Dann sind es 7.“*)
- Erweiterung des Zahlenraums bis 100: Arbeit analog am Hunderterrahmen

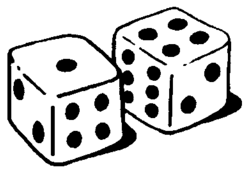


- Arbeit am dekadischen Material: Legen von zweistelligen Zahlen mit Zehnerstangen und Einerwürfeln

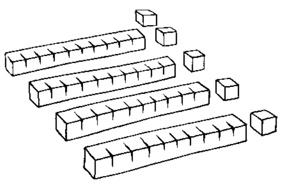
### Weiterzählen



- Zwei Kinder zeigen je eine Anzahl von Fingern mit einer Hand; gemeinsam wird die Gesamtanzahl ermittelt.
  - ▶ Welche Strategie verfolgen die Kinder? Zählen sie alle Finger oder zählen sie weiter? Nutzen sie die Strategie, mit der größeren Anzahl zu beginnen?

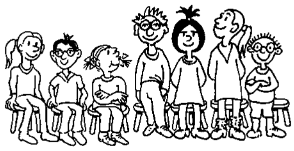


- Anzahl von Würfelpunkten auf zwei Würfeln erfassen
  - ▶ Welche Strategie verfolgt das Kind? Zählt es alle Punkte oder zählt es weiter? Nutzt es die Strategie, mit der größeren Anzahl zu beginnen?



- Für ältere Kinder: Jedes Kind legt eine Zahl mit dekadischem Material, gemeinsam wird die Gesamtanzahl ermittelt.
  - ▶ Welche Strategie verfolgen die Kinder? Achten sie auf die Stellenwerte? Zählen sie alle Stangen/Würfel oder zählen sie weiter? Nutzen sie die Strategie, mit der größeren Anzahl zu beginnen?

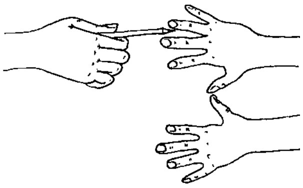
**Der Wievielte?**



- Übung in der Klasse: Sieben Kinder stellen sich in einer Reihe auf. Lehrkraft gibt Anweisungen. (Z. B. *„Das dritte Kind setzt sich hin.“* oder *„Drei Kinder setzen sich hin.“*) Die Kinder überlegen, ob die Anweisung eindeutig ist und was die unterschiedlichen Anweisungen bedeuten.
- Gleiche Aufgabenstellungen auch am Platz mit Plättchen etc.
  ▶ Hier auf den Unterschied zwischen ordinalem und kardinalem Zahlaspekt hinweisen.

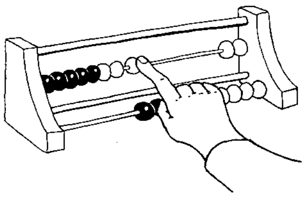
## Teil-Ganzes-Wahrnehmung

**Zerlegen von Anzahlen (Finger, Plättchen, Rechenrahmen)**

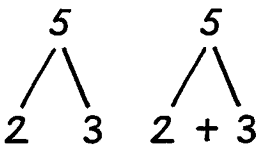


- Die Kinder zeigen mit den Fingern unterschiedliche Anzahlen in der Form 5 + _ (Fingerbilder); ein Kind legt einen Bleistift zwischen die Finger und nennt die Teilmengen. (Z. B. *„10 Finger sind 8 Finger und 2 Finger.“*)
- Kind 1 legt Bleistift und Zerlegung, Kind 2 beschreibt den Vorgang und benennt die Zerlegung.
- Kind 1 agiert hinter dem Sichtschirm, beschreibt den Vorgang, Kind 2 nennt die Zerlegung aus der Vorstellung.

- Die Kinder legen eine vorgegebene Anzahl von Plättchen und gliedern diese in zwei Teilmengen. Benennen von Zerlegungsaufgaben (z. B. *„5 = 2 + 3“*)
- Kind 1 legt eine Menge und benennt eine Teilmenge, Kind 2 nennt die zweite Teilmenge.
- Kind 1 agiert hinter dem Sichtschirm, benennt Menge und eine Teilmenge, Kind 2 benennt die zweite Teilmenge aus der Vorstellung.
- Wie oben, alle Zerlegungen zu einer Menge finden

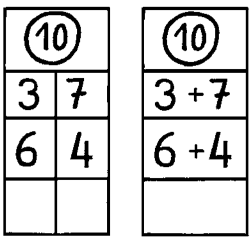


- Das Kind stellt eine Anzahl am Rechenrahmen ein, trennt mit dem Finger die Anzahl in zwei Teilmengen und nennt die Zerlegungsaufgabe.
- Kind 1 stellt eine Anzahl ein und benennt eine Teilmenge, Kind 2 nennt die zweite Teilmenge und die Zerlegungsaufgabe.
- Kind 1 agiert hinter dem Sichtschirm, benennt Menge und eine Teilmenge, Kind 2 benennt die zweite Teilmenge aus der Vorstellung.



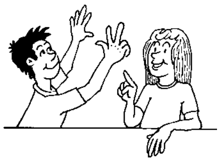

**Notationsformen**

- Zerlegung mit zwei Strichen, zunächst noch ohne Rechenzeichen, später mit. Alle Zerlegungen zu einer Zahl sollen gefunden, notiert und geordnet werden.



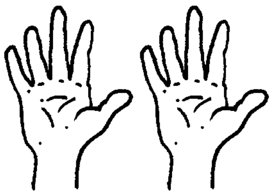

- Zerlegungshäuser in Tabellenform oder zum Notieren des Zerlegungsterms. Alle Zerlegungen zu einer Zahl sollen gefunden, notiert und geordnet werden.

### Kraft der 5 (Aufgaben 5 + _ )



- Die Lehrkraft zeigt Anzahlen in der Form 5 + _ (Fingerbilder), das Kind benennt die Anzahl und begründet über die Kraft der 5. (Z. B. *„Ich sehe 7, denn es sind 5 an einer Hand und 2 an der anderen Hand. 5 + 2 = 7.“*)
- Die Lehrkraft zeigt die Anzahlen sehr kurz, das Kind nennt die Anzahl und begründet die Aussage über die Wahrnehmung der Teilmengen. (Z. B. *„Es sind 7, weil es eine ganze Hand war und an der anderen Hand waren es 2.“*)

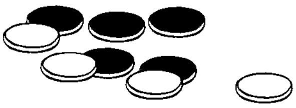
- Die Lehrkraft zeigt eine kleine Anzahl (*1 bis 5*) mit einer Hand. Das Kind nennt die Anzahl. Die andere Hand mit 5 Fingern wird dazu gezeigt. Das Kind nennt die Gesamtanzahl.
- Die Lehrkraft zeigt eine kleine Anzahl (*1 bis 5*) mit einer Hand. Das Kind nennt die Anzahl. Es stellt sich die andere volle Hand dazu vor und nennt die Gesamtzahl.
- Wie oben, jedoch kurzes Zeigen der Zahlen



- Die Lehrkraft zeigt eine große Anzahl (*6 bis 10*) mit zwei Händen. Das Kind nennt die Anzahl. Die Hand mit fünf Fingern wird weggenommen. Das Kind nennt den Rest.
- Die Lehrkraft zeigt eine große Anzahl (*6 bis 10*) mit zwei Händen. Das Kind nennt die Anzahl. Es stellt sich vor, dass die Hand mit fünf Fingern weggenommen wird und nennt den Rest.
- Wie oben, jedoch kurzes Zeigen der Zahlen

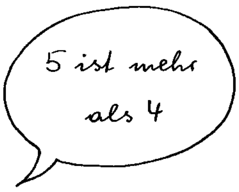
## Anzahlen vergleichen

### Einfache Mengen vergleichen



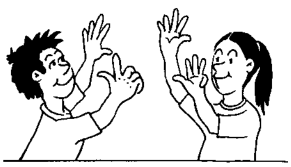
- Vergleich von zwei Mengen mit blauen bzw. roten Plättchen durch Eins-zu-eins-Zuordnung

- Vergleich von zwei Mengen mit blauen bzw. roten Plättchen durch Eins-zu-eins-Zuordnung in der linearen Darstellung

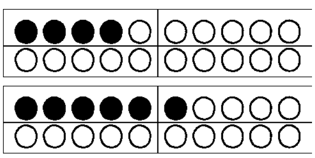



- Vergleich durch Abzählen und Zahlvergleich

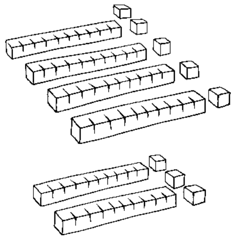
### Strukturierte Mengen vergleichen



- Fingerbilder: Zwei Kinder zeigen mit ihren Händen jeweils eine Zahl. (*„Wer zeigt mehr Finger?“*)

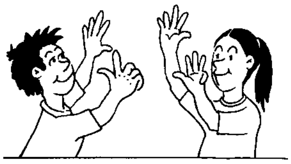


- Zahlenbilder: Zwei Kinder arbeiten zusammen. Jedes zieht ein Zahlenbild. (*„Wer hat die größere Anzahl? Begründe.“*)

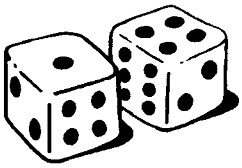


- Für ältere Kinder: Zwei Kinder arbeiten zusammen. Jedes Kind legt eine zweistellige Zahl mit Stangen und Würfeln. („*Wer hat die größere Anzahl? Begründe.*“)

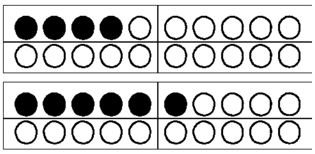
### Unterschied ermitteln



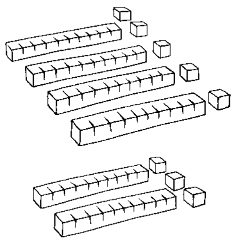
- Fingerbilder: Zwei Kinder zeigen mit ihren Händen jeweils eine Zahl. („*Wer zeigt mehr Finger?*“; „*Wie viele Finger sind es mehr?*“)



- Würfelbilder: Zwei Kinder arbeiten zusammen. Jeder bekommt einen Würfel. („*Wer hat die größere Anzahl geworfen?*“; „*Wie viele Augen sind es mehr?*“)

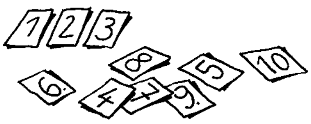


- Zahlenbilder: Zwei Kinder arbeiten zusammen. Jeder zieht ein Zahlenbild. („*Wer hat die größere Anzahl?*“; „*Wie viel hat er mehr?*“)

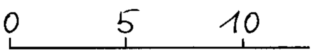


- Für ältere Kinder: Zwei Kinder arbeiten zusammen. Jedes Kind legt eine zweistellige Zahl mit Stangen und Würfeln. („*Wer hat die größere Anzahl?*“; „*Wie viel hat er mehr?*“)

### Lineare Darstellung von Zahlen

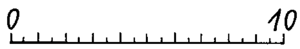


- Zahlen und Zahlenkarten ordnen: Die Kinder bringen Zahlenkarten und/oder Punktebilder in die lineare Reihenfolge.

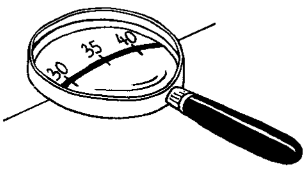



- Bestimmen der Mitte: An einem Zahlenseil werden an den Enden Zahlen festgelegt. („*Welche Zahlen liegen dazwischen?*“; „*Welche Zahl liegt genau in der Mitte?*“)

  ▶ Achten auf gleiche Abstände zwischen den Zahlen

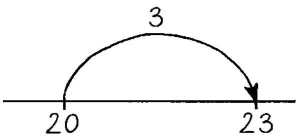



- Weiterzählen am Zahlenstrahl
- Zählen in Schritten am Zahlenstrahl
- Finden gleicher Abstände auf dem Zahlenstrahl (z. B. *1 – 3, aber auch 21 – 23, 26 – 28*)

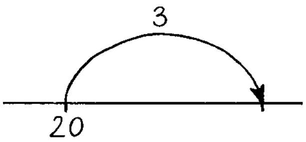



- Lernumgebung „Gleich weit weg“ (vgl. Hengartner/Hirth/Wätli 2006, S. 79 ff.): Finden von Zahlenpaaren, die von einer jeweils vorher festgelegten Mittelzahl gleich weit entfernt sind (z. B. *Mittelzahl 35, Zahlenpaar 30, 40* oder *28, 42*)

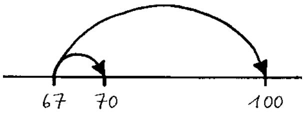
**Operative Übungen am Rechenstrich**




- Markieren von zwei Zahlen auf dem Rechenstrich; Unterschied aufschreiben
- Vorwärts und rückwärts arbeiten




- Markieren einer Zahl auf dem Rechenstrich (Z. B. *„Gehe drei Schritte vorwärts/rückwärts. Wo landest du?“*)

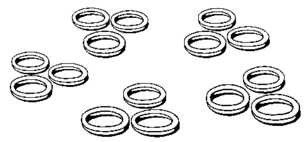



- Markieren einer Zahl (*„Wie heißt der nächste Zehner/ Hunderter?“; „Wie weit ist es bis dorthin?“*)

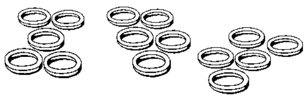
## 5.2.2 Bündelung und Stellenwertverständnis

### Gliedern großer Mengen bis 100

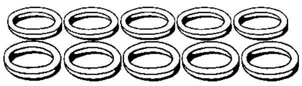
**Zähl- und Bündelungsstrategien für große Mengen (bis 100) entwickeln**



- Bündeln von Materialien unterschiedlicher Art zur Anzahlerfassung
  ▶ Verschiedene Bündelungen zulassen und besprechen

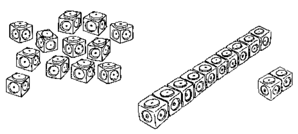


- Vorteile der Fünfer-/Zehnerbündelung erkennen: Zusammenfassen von zwei Fünfern zu einem Zehner (Die Kinder kreisen immer zwei Fünfergruppen ein und stellen damit Zehnerbündel her.)



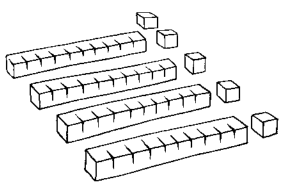
- Zählstrategien entwickeln: in Zehnerschritten zählen und damit Anzahlen ermitteln

**Zehner bündeln und entbündeln**



Legematerial:

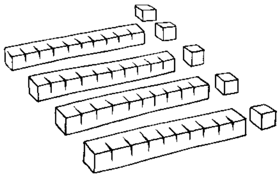
- Mit Steckwürfeln können Zehnerstangen zusammengesteckt werden, um die Zehnerbündelung zu verdeutlichen; die Zehnerstangen können aber auch wieder in einzelne Steckwürfel („Einer“) zerlegt werden.
- Andere Materialien: Perlen auffädeln, Eierschachteln füllen etc.



Dekadisches Material:

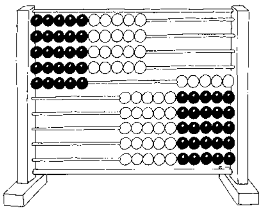
- Eine Zehnerstange und zehn Einerwürfel werden nebeneinander gelegt und miteinander verglichen.
- Von einer größere Menge Einerwürfel soll die Anzahl bestimmt werden: Zunächst geben die Kinder eine Schätzung ab. Dann tauschen die Kinder jeweils 10 Würfel in eine Zehnerstange um. Die Kinder begleiten den Prozess sprachlich. (Z. B. *„Ich tausche zehn Würfel in eine Zehnerstange. Dann tausche ich nochmal zehn Würfel in eine Zehnerstange. Jetzt habe ich zwei Zehnerstangen, das sind 20.“*)
- Zehnerstangen und Einerwürfel stellen zweistellige Zahlen dar. Die Zehnerstangen können in Einerwürfel getauscht werden, die Anzahl verändert sich nicht.

### Zahlen in Stellenwerte zerlegen



Dekadisches Material:

- Die Kinder legen Zehnerstangen und sprechen dazu. (Z. B. *„Ich lege vier Zehnerstangen, das sind 40.“*)
- Ebenso legen sie Einerwürfel und sprechen dazu. (Z. B. *„Ich lege fünf Würfel, das sind 5. Zusammen sind es 40 und 5, das sind 45.“*)
  - ▶ Hier muss ganz besonders auf die inverse Sprechweise der zweistelligen Zahlen im Deutschen eingegangen werden.



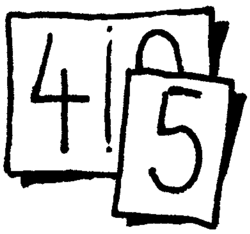
Rechenrahmen:

- Die Kinder stellen zweistellige Zahlen am Rechenrahmen ein. Begonnen wird oben, indem die vollen Zehner eingestellt werden. In einer weiteren Reihe werden die Einer dazugeschoben.
  - ▶ Vorteil des Rechenrahmens: Die Kinder können hier auch bei den Einern „nicht-zählend“ vorgehen, d. h. auf einen Blick z. B. 8 Einer schieben.

| Z | E |
|---|---|
| 4 | 5 |

Stellenwerttafel:

- Parallel zur Bündelung des Legematerials bzw. der Steckwürfel oder der Arbeit am Rechenrahmen sollte gleich das Bündelungsergebnis in die Stellenwerttafel eingetragen werden. (Z. B. *„Wir haben vier Zehnerbündel/vier Zehnerstangen und 5 bleiben übrig.“*)
- Umgekehrtes Arbeiten: Die Stellenwerttafel wird vorgegeben. Was bedeutet das? (*„Wie viele Stangen und Würfel muss ich legen?“; „Wie viele Steckwürfel brauche ich?“; „Wie stelle ich den Rechenrahmen ein?“*)

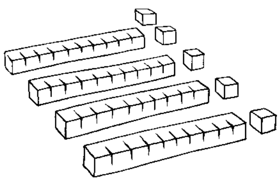


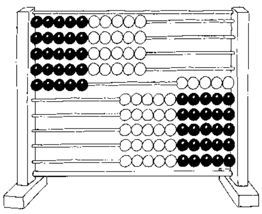
Stellenwertkarten:

- Parallel zum Legen des Materials oder bei der Arbeit mit dem Rechenrahmen und zum Eintragen in die Stellenwerttafel werden die passenden Karten gesucht, versprachlicht und zusammengelegt. (Z. B. *„Wir haben vier Zehnerstangen, das sind 40. Ich nehme die Zehnerkarte mit der 40. Wir haben fünf Einerwürfel. Ich nehme die Einerkarte mit der 5.“*)
- Umgekehrtes Arbeiten: Die Karten werden vorgegeben. Was bedeutet das? (*„Wie viele Stangen und Würfel muss ich legen?“; „Wie viele Steckwürfel brauche ich?“; „Wie stelle ich den Rechenrahmen ein?“*)
  - ▶ Mit dem Kartensatz gelingt es besonders gut, die Schreibweise der mehrstelligen Zahlen nachzuvollziehen.

## Zweistellige Zahlen lesen und darstellen

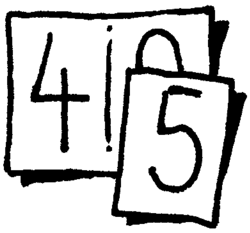
### Zahlen bis 100 darstellen



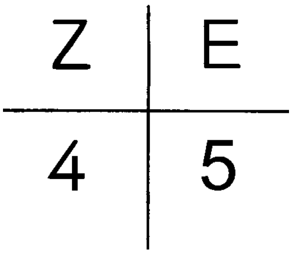


Zweistellige Zahlen in unterschiedlicher Weise darstellen:

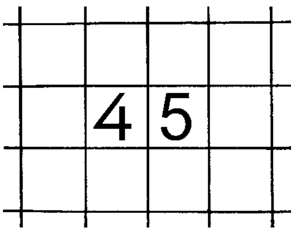
- Zu einer vorgegebenen Zahl wird die passende Anzahl von Stangen und Würfeln gelegt bzw. am Rechenrahmen eingestellt.
- Das Kind legt zu einer vorgegebenen Zahl nicht selbst die Stangen und Würfel bzw. schiebt am Rechenrahmen, sondern weist ein anderes Kind an, dies zu tun. (Z. B. *„Lege sechs Zehnerstangen und vier Einerwürfel. Das sind 64.“*)
- Das Kind weist ein anderes Kind an, die Stangen und Würfel zu einer vorgegebenen Zahl hinter einem Sichtschirm zu legen bzw. am Rechenrahmen einzustellen. Danach wird das Ergebnis überprüft.
- Parallel dazu werden die passenden Stellenwertkarten gelegt und die Stellenwerttafel ausgefüllt. Beide Tätigkeiten werden sprachlich unterstützt (s. o.).
- Zahlwort: Neben der optischen Repräsentation von Anzahlen bekommt auch das gesprochene Zahlwort eine wichtige Bedeutung.
  - ▶ Besonders zu beachten ist die inverse Sprechweise der zweistelligen Zahlen im Deutschen.

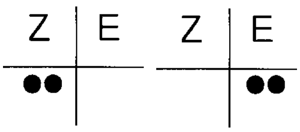



- „Zig-Zahlen hören“: Ein Kind sagt eine zweistellige Zahl, das Partnerkind nennt nur die darin enthaltene Zehnerzahl und notiert diese bzw. sucht die passende Zehnerkarte.




▶ Bei der Verschriftung der Zahl sollte darauf geachtet werden, dass die Kinder zuerst die Ziffer an der Zehnerstelle, danach die Ziffer an der Einerstelle notieren. Auch hier ist nochmals der Unterschied zwischen Schreib- und Sprechweise zu thematisieren und gegebenenfalls gezielt zu üben. (Z. B. *„fünf*und<u>*vierzig*</u>“, *45*)

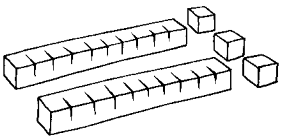




- Plättchen in der Stellenwerttafel:

  Die Kinder veranschaulichen unterschiedliche Zahlen, legen dazu Plättchen in die Stellenwerttafel und sprechen dazu. (Z. B. *„Ich lege zwei Plättchen an die Zehnerstelle. Die Zahl heißt 20.“; „Wenn ich die gleichen Plättchen an die Einerstelle lege, heißt die Zahl 2.“*)

  ▶ Die Darstellung gibt Anlass, sich darüber auszutauschen, dass sich der Wert eines Plättchens abhängig von seiner Stellung in der Stellenwerttafel verändert.

**Blitzlesen**



Dekadisches Material:

- Ein Kind legt hinter dem Sichtschirm eine Zahl mit Stangen und Würfeln. Das Partnerkind darf die Anzahl kurz sehen. Es beschreibt das Gesehene und nennt die Zahl. (Z. B. *„Es liegen zwei Stangen und drei Würfel da. Zwei Stangen sind 20 und drei Einerwürfel dazu, das sind 23.“*)

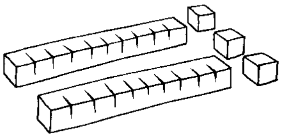
Rechenrahmen:

- Ein Kind stellt hinter dem Sichtschirm eine Zahl am Rechenrahmen ein. Das Partnerkind darf die Anzahl kurz sehen. Es beschreibt das Gesehene und nennt die Zahl. (Z. B. *„Es waren sieben ganze Zehnerreihen und in der letzten Reihe noch acht. Sieben Reihen sind 70 und 8 dazu, das sind 78.“*)


Zahlenkarten:

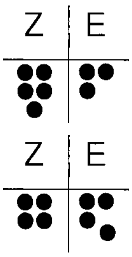
- Karten mit zweistelligen Zahlen werden kurz gezeigt. Das Partnerkind nennt die Zahl und die Zerlegung in Zehner und Einer in Verbindung mit dekadischem Material. (Z. B. *„Die Zahl heißt 91. Es sind neun Zehner und ein Einer.“*)

### Anzahlen verändern



Dekadisches Material:

- Ein Kind legt eine Zahl mit Stangen und Würfeln. Nun werden z. B. drei Stangen dazugelegt. Das Partnerkind beschreibt, was geschehen ist. (Z. B. *„Zuerst waren es 23. Es waren zwei Stangen da, drei Stangen sind dazugekommen. Nun sind es fünf Stangen. Die Zahl heißt 53.“*)
- Ebenso können auch Stangen oder Würfel entfernt werden.
- Kommen so viele Würfel dazu, dass es mehr als zehn Würfel sind, muss getauscht werden.
- Beim Wegnehmen muss eventuell eine Zehnerstange in Würfel eingetauscht werden.

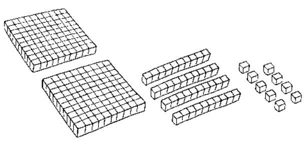



Plättchen in der Stellenwerttafel:

- Zu einer vorgegebenen Zahl (z. B. *43*) wird zunächst an der Zehnerstelle ein Plättchen dazugelegt. (*„Wenn ich das Plättchen an der Zehnerstelle dazulege, heißt die Zahl 53.“*)
- Nun wird das Plättchen an der Einerstelle hinzugefügt. (*„Wenn ich das Plättchen an der Einerstelle dazulege, heißt die Zahl 44.“*)

## Dreistellige Zahlen lesen und darstellen

### Zahlen in Stellenwerte zerlegen



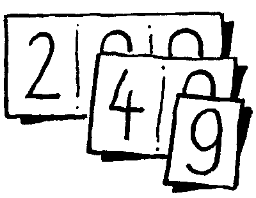
Dekadisches Material:

- Die Kinder legen Hunderterplatten und sprechen dazu. (Z. B. *„Ich lege zwei Hunderterplatten, das sind 200.“*)
- Ebenso legen sie Zehnerstangen und sprechen dazu. (Z. B. *„Ich lege vier Zehnerstangen, das sind 40.“*)
- Sie legen Einerwürfel und sprechen dazu. (Z. B. *„Ich lege neun Würfel, das sind 9. Zusammen sind es 200 und 40 und 9, sind 249.“*)
  - ▶ Hinweis: Hier muss ganz besonders auf die inverse Sprechweise der zweistelligen Zahlen im Deutschen eingegangen werden.

| H | Z | E |
|---|---|---|
| 2 | 4 | 9 |

Stellenwerttafel:

- Parallel zum Legen des dekadischen Materials wird gleich das Ergebnis in die Stellenwerttafel eingetragen. (Z. B. *„Wir haben zwei Hunderterplatten, vier Zehnerstangen und neun Einer.“*)
- Es wird auch umgekehrt gearbeitet: Die Stellenwerttafel wird vorgegeben. (*„Was bedeutet das? Wie viele Platten, Stangen und Würfel muss ich legen?“*)

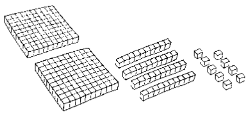


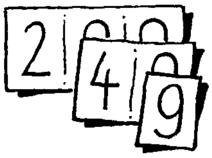
Stellenwertkarten:

- Parallel zum Legen des Materials und zum Eintragen in die Stellenwerttafel werden die passenden Karten gesucht, versprachlicht und zusammengelegt. (Z. B. *„Wir haben zwei Hunderterplatten, das sind 200. Ich nehme die Hunderterkarte mit der 200. Wir haben vier Zehnerstangen, das sind 40. Ich nehme die Zehnerkarte mit der 40. Wir haben neun Einerwürfel. Ich nehme die Einerkarte mit der 9.“*)

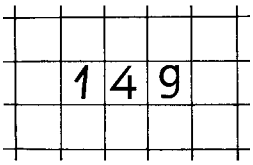
- Es wird auch umgekehrt gearbeitet: Die Karten werden vorgegeben. („*Was bedeutet das? Wie viele Platten, Stangen und Würfel muss ich legen?*“)
  - ▶ Mit dem Kartensatz gelingt es besonders gut, die Schreibweise der mehrstelligen Zahlen nachzuvollziehen.

### Zahlen bis 1000 darstellen





| H | Z | E |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 9 |


| H | Z | E |
|---|---|---|
| ●● | | |

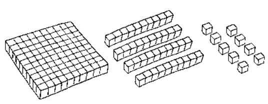
| H | Z | E |
|---|---|---|
| | ●● | |

Dreistellige Zahlen in unterschiedlicher Weise darstellen:

- Zu einer vorgegebenen Zahl wird die passende Anzahl von Platten, Stangen und Würfeln gelegt.
- Parallel dazu werden die passenden Stellenwertkarten gelegt und die Stellenwerttafel ausgefüllt. Beide Tätigkeiten werden sprachlich unterstützt.
- Zahlwort: Neben der optischen Repräsentation von Anzahlen bekommt auch das gesprochene Zahlwort eine wichtige Bedeutung.
  - ▶ Besonders zu beachten ist die inverse Sprechweise der zweistelligen Zahlen im Deutschen.
  - ▶ Bei der Verschriftung der Zahl sollte darauf geachtet werden, dass die Kinder die Ziffern von links nach rechts notieren. Auch hier ist nochmals der Unterschied zwischen Schreib- und Sprechweise zu thematisieren und gegebenenfalls gezielt zu üben („**hundert***neun*undvierzig, 149). (Mit den Farben des Legematerials arbeiten.)
  - ▶ Hinweis auf die Eingabe am Taschenrechner oder PC
- Das Kind legt zu einer vorgegebenen Zahl nicht selbst die Platten, Stangen und Würfel, sondern weist ein anderes Kind an, dies zu tun. (Z. B. „*Lege drei Hunderterplatten, sechs Zehnerstangen und vier Einerwürfel. Das sind 364.*“)
- Ebenso kann mit den Stellenwertkarten und der Stellenwerttafel umgegangen werden.
- Das Kind weist ein anderes Kind an, die Platten, Stangen und Würfel zu einer vorgegebenen Zahl hinter einem Sichtschirm zu legen. Danach wird das Ergebnis überprüft.
- Plättchen in der Stellenwerttafel:

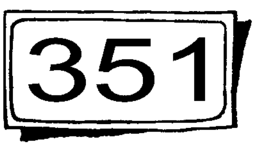
  Die Kinder legen unterschiedliche Zahlen und sprechen dazu. (Z. B. „*Ich lege zwei Plättchen an die Hunderterstelle. Die Zahl heißt 200. Wenn ich die gleichen Plättchen an die Zehnerstelle lege, heißt die Zahl 20.*“; „*Wenn ich ein Plättchen an die Hunderterstelle, das andere an die Einerstelle lege, heißt die Zahl 101.*“)
  - ▶ Die Darstellung gibt Anlass, sich darüber auszutauschen, dass sich der Wert eines Plättchens abhängig von seiner Stellung in der Stellenwerttafel verändert.

### Blitzlesen



Dekadisches Material:

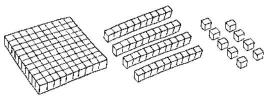
- Ein Kind legt hinter dem Sichtschirm eine Zahl mit Platten, Stangen und Würfeln. Das Partnerkind darf die Anzahl kurz sehen. Es beschreibt das Gesehene und nennt die Zahl. (Z. B. „*Es liegen eine Platte, vier Stangen und neun Würfel da. Eine Platte sind 100, vier Stangen sind 40 und neun Einerwürfel dazu, das sind 149.*“)




Zahlenkarten:

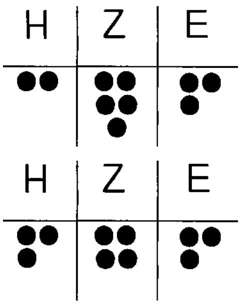
- Karten mit dreistelligen Zahlen werden kurz gezeigt. Das Partnerkind nennt die Zahl und die Zerlegung in Zehner und Einer. (Z. B. „*Die Zahl heißt 351. Es sind drei Hunderter, fünf Zehner und ein Einer.*“)

**Anzahlen verändern**



Dekadisches Material:

- Ein Kind legt eine Zahl mit Stangen und Würfeln. Nun werden z. B. zwei Platten dazugelegt. Das Partnerkind beschreibt, was geschehen ist. („*Zuerst waren es 149. Es waren eine Platte, vier Stangen und neun Würfel da, zwei Platten sind dazugekommen. Nun sind es drei Platten. Die Zahl heißt 349.*“)
- Ebenso können auch Platten, Stangen oder Würfel entfernt werden.
- Kommen so viele Würfel oder Stangen dazu, dass es mehr als zehn sind, muss getauscht werden.
- Beim Wegnehmen muss eventuell eine Hunderterplatte in Stangen oder eine Zehnerstange in Würfel eingetauscht werden.




Zahlenkarten:

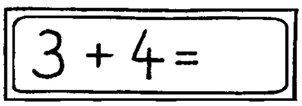
- Zu einer vorgegebenen Zahl (hier 243) wird zunächst an der Zehnerstelle ein Plättchen dazugelegt. („*Wenn ich das Plättchen an der Zehnerstelle dazulege, heißt die Zahl 253.*“)
- Nun wird das Plättchen an der Hunderterstelle hinzugefügt. („*Wenn ich das Plättchen an der Hunderterstelle dazulege, heißt die Zahl 343.*“)

### 5.2.3 Operationsverständnis

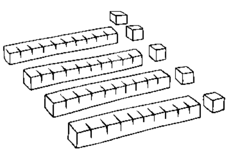
#### Addition

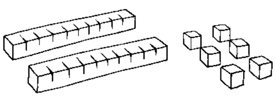
**Vereinigung von Mengen (statischer Additionsbegriff)**

- Auf dem Tisch liegen blaue und rote Plättchen. („*Wie viele sind es zusammen?*“)
  - ▶ Zählt das Kind jedes Element einzeln? Zählt das Kind weiter? Beginnt das Kind bei der größeren Teilmenge mit dem Weiterzählen? Bis zu welchen Anzahlen wird bereits gerechnet ohne zu zählen?
- Notieren einer passenden Rechnung, Verwendung des Rechenzeichens



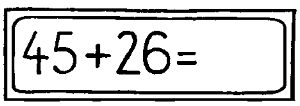

- Die Kinder veranschaulichen die vorgegebene Rechnung mit dem Material, benennen die Teilmengen und die Gesamtanzahl.
- Die Kinder erzählen eine Rechengeschichte zur Rechnung.





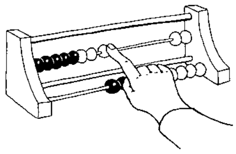
- Auf dem Tisch liegen Stangen und Würfel. („*Wie viele sind es zusammen?*“)
  - ▶ Fasst das Kinder stellengerecht zusammen? Zählt das Kind innerhalb des Stellenwerts oder rechnet es? Werden zehn Würfel in eine Stange gewechselt?
- Als Notation bietet sich hier die stellengerechte Addition an:

  $40 + 20 = 60$ oder $45 + 20 = 65$
  $5 + 6 = 11$ $65 + 6 = 71$
  $60 + 11 = 71$

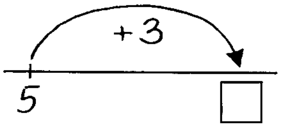



- Die Kinder veranschaulichen die vorgegebene Rechnung im Rechenrahmen, benennen die Teilmengen und die Gesamtanzahl.
- Die Kinder erzählen eine Rechengeschichte zur Rechnung.
- Mit Zahlen über 100 wird analog verfahren.

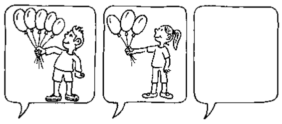
### Dazulegen (dynamischer Additionsbegriff)



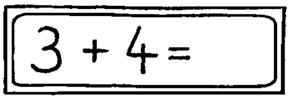
- Das Kind stellt eine Zahl am Rechenrahmen ein und schiebt die zweite Zahl dazu.
  - ▶ Wird die erste Zahl auf einen Blick erfasst? Wird der 2. Summand noch einzeln abgezählt? Wird die Summe auf einen Blick erfasst?
- Notieren der passenden Rechnung



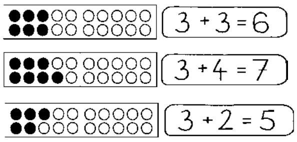

- Am Rechenstrich markieren die Kinder die Ausgangszahl, tragen den Rechenpfeil und den Operator ein und errechnen das Ergebnis.
  - ▶ Zählen die Kinder weiter? Ist die Operationsrichtung klar? Wie gehen die Kinder mit Zehnerübergängen um? Werden Analogien und Verdopplungsstrategien genutzt?



- Die Kinder erzählen 3-Bild-Geschichten und finden Operationen zu den Situationen.
  - ▶ Versteht das Kind die Situation, kann es diese mit eigenen Worten wiedergeben und zu Ende erzählen? Findet das Kind die passende Rechnung und notiert sie richtig?
- Die Kinder variieren die Aufgabe. (Z. B. *„Der Junge hat am Anfang fünf Luftballons und bekommt drei dazu.“*)

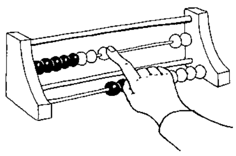



- Die Kinder erfinden zu einer vorgegebenen Rechnung eine kleine Rechengeschichte, schreiben oder malen diese.



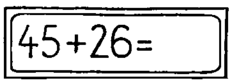

Nachbaraufgaben:

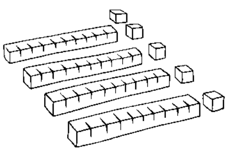
- Das Kind legt eine Verdopplungsaufgabe im Zwanzigerfeld in paariger Anordnung. Aufgabe wird notiert. Nun wird einer der Summanden um 1 vergrößert bzw. verkleinert. Die jeweils passende Rechnung wird notiert. Das Kind begründet. (Z. B. *„Es waren 3 + 3 = 6. Ich habe unten ein Plättchen weggenommen. Jetzt sind es noch fünf. Die Rechnung heißt 3 + 2 = 5.“*)
- Analog wird beim Dazulegen gesprochen.
- Nun weist das Kind einen Partner an zu handeln. (Z. B. *„Lege 4 + 4. Vier Plättchen oben und vier Plättchen unten. Das sind acht Plättchen. Nimm jetzt unten ein Plättchen weg. Dann sind es noch sieben Plättchen. Die Rechnung heißt 4 + 3 = 7.“*)
- Das Partnerkind handelt hinter dem Sichtschirm.
- Die Kinder lösen die Aufgaben rein symbolisch. Als Ausweitung kann zu einer gegebenen Nachbaraufgabe auch die Verdopplungsaufgabe gesucht werden, die jeweils hilft.



Addition von mehreren Summanden:

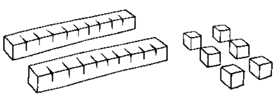
- Zu einer vorgegebenen Anzahl schiebt das Kind z. B. am Rechenrahmen zwei oder drei Anzahlen dazu. Zwischenergebnisse können notiert werden. Sichere Rechner werden sie nur im Kopf behalten.



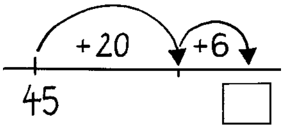
Sukzessives Addieren von Stellenwerten bei zwei- und mehrstelligen Zahlen:

- Das Kind legt zu einer vorgegebenen Aufgabe erst den ersten Summanden mit Stangen und Würfeln. Anschließend wird der zweite Summand sukzessive dazugelegt. Bei Überschreitungen muss gewechselt werden. (*„Wie viele sind es zusammen?“*)
  - ▶ Fasst das Kind stellengerecht zusammen? Zählt das Kind innerhalb des Stellenwerts oder rechnet es? Werden zehn Würfel in eine Stange gewechselt?



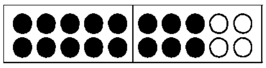
- Als Notation bietet sich hier die stellengerechte Addition an:

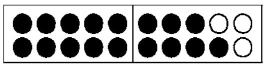
  *45 + 20 = 65*
  *65 +   6 = 71*




- Am Rechenstrich markieren die Kinder die Ausgangszahl, tragen die Rechenpfeile und Operatoren ein und berechnen das Ergebnis.
  - ▶ Zählen die Kinder weiter? Ist die Operationsrichtung klar? Wie gehen die Kinder mit Zehnerübergängen um? Werden Analogien und Verdopplungsstrategien genutzt?
- Mit Zahlen über 100 wird analog verfahren.

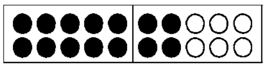
Über die Zehn





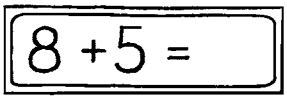
Nachbaraufgaben:

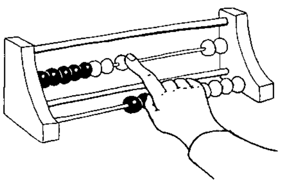
- Das Kind nutzt die bereits automatisierten Nachbaraufgaben auch beim Rechnen über die 10. Es begründet. (Z. B. *„8 + 8 = 16. Das weiß ich. Wenn ich 8 + 9 rechnen soll, ist es 1 mehr, also 17.“*)



Verdopplungsaufgaben nutzen:

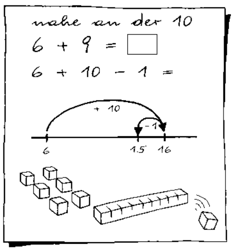
- Die parallele Darstellung der beiden Summanden im Zwanzigerfeld ermöglicht es den Kindern, die „Kraft der 5“ zu nutzen.
- Die Kinder sprechen. (Z. B. *„Ich sehe oben und unten jeweils 7. Links sehe ich 5 + 5, das sind 10. Rechts sind 4. 10 + 4 = 14. Deshalb sind 7 + 7 = 14.“*)
  - ▶ Die Verdopplungsaufgaben bis *10 + 10* müssen sich die Kinder zunächst auf diese Weise erarbeiten, dann automatisieren.



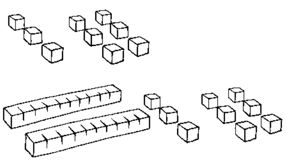
Schrittweise addieren:

- Das Kind löst die Aufgabe am Rechenrahmen. Dabei stellt es den ersten Summanden ein, füllt dann die Zehnerreihe auf und schiebt in der nächsten Reihe die fehlenden Kugeln.
  - ▶ Stellt das Kind den ersten Summanden mit einem Griff ein (simultane Anzahlerfassung)? Kennt das Kind die fehlende Anzahl bis 10 bereits auswendig? Kann das Kind den zweiten Summanden passend zerlegen?
  - ▶ Zunächst handelt das Kind selbst, erklärt dann die Handlung einem Partner, der zunächst offen, dann hinter einem Sichtschirm handelt.

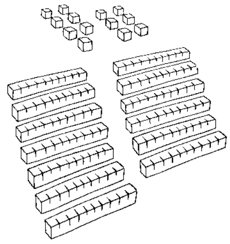



Zehnernähe nutzen

## Kleine Aufgabe – große Aufgabe (dekadische Analogien)



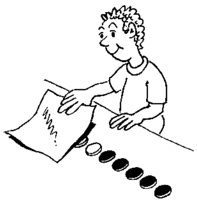
- Das Kind legt eine kleine Aufgabe (*3 + 6*) und löst diese. Danach werden zu einem Summanden Zehnerstangen dazugelegt. (Z. B. *„Ich habe zur ersten Zahl zwei Zehner dazugelegt. Es sind 20 mehr. Die Aufgabe heißt jetzt 23 + 6. An der Einerstelle hat sich nichts verändert. Das Ergebnis ist 29. Es ist um 20 größer geworden.“*)
- Diese Aufgabenstellung wird sukzessive erweitert, indem zum zweiten Summanden oder zu beiden Summanden Zehnerstangen dazugelegt werden.
- Bei älteren Kindern kann bis zu Additionen von dreistelligen Zahlen erweitert werden.



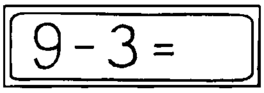
- Gewonnene Rechenfertigkeiten im kleinen Einspluseins werden auf höhere Stellenwerte übertragen. Die Aufgabe *7 + 6 = 13* ist vom Kind bereits erarbeitet und wird nun bei der Lösung der Aufgabe *70 + 60* genutzt. (Z. B. *„Ich weiß, dass 7 + 6 = 13. Dann sind 7 Zehner + 6 Zehner = 13 Zehner. Also sind 70 + 60 = 130.“*)
- Analog wird auf Hunderter etc. übertragen.

## Subtraktion

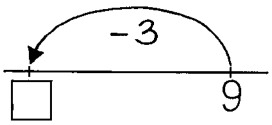
### Wegnehmen (dynamischer Subtraktionsbegriff)



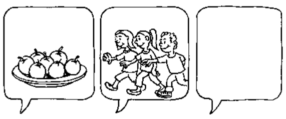
- Eine Anzahl Plättchen wird gelegt. Ein Teil der Plättchen wird weggeschoben oder zugedeckt. Das Kind spricht dazu. (Z. B. *„Es waren neun Plättchen. Drei wurden zugedeckt. Jetzt sieht man noch sechs Plättchen.“*)
  - ▶ Wird die Ausgangszahl auf einen Blick erfasst? Wird der Subtrahend einzeln abgezählt? Wird der Rest auf einen Blick erfasst?
- Notieren der passenden Rechnung



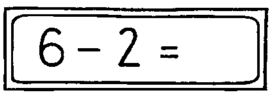

- Die Kinder operieren mit Material zu einer vorgegebenen Rechnung und versprachlichen ihre Handlung



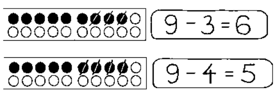

- Am Rechenstrich markieren die Kinder die Ausgangszahl, tragen den Rechenpfeil und den Operator ein und errechnen das Ergebnis.
  - ▶ Zählen die Kinder weiter? Ist die Operationsrichtung klar? Wie gehen die Kinder mit Zehnerunterschreitungen um? Werden Analogien genutzt?



- Das Kind erzählt 3-Bild-Geschichten und findet Operationen zu den Situationen.
  - Versteht das Kind die Situation, kann es diese mit eigenen Worten wiedergeben und zu Ende erzählen? Findet das Kind die passende Rechnung und notiert sie richtig?
- Kinder variieren die Aufgabe. (Z. B. *„Am Anfang waren sieben Äpfel auf dem Teller, dann kamen drei Kinder.“*)

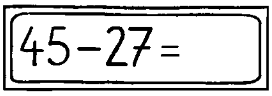


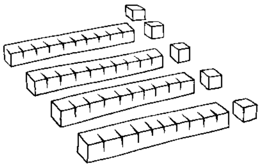

- Die Kinder erfinden zu einer vorgegebenen Rechnung eine kleine Rechengeschichte, schreiben oder malen diese.




Nachbaraufgaben:

- Das Kind legt eine Subtraktionsaufgabe im Zwanzigerfeld. Die Aufgabe wird notiert. Nun wird z. B. der Subtrahend um 1 vergrößert bzw. verkleinert. Die jeweils passende Rechnung wird notiert. Das Kind begründet. (Z. B. *„Es waren 9 – 3 = 6. Bei der nächsten Rechnung habe ich ein Plättchen mehr weggenommen. Die Rechnung heißt jetzt 9 – 4 = 5. Das Ergebnis ist um 1 kleiner geworden.“*)
- Analog wird die Veränderung des Minuenden versprachlicht.
- Nun weist das Kind einen Partner an, zu handeln. (Z. B. *„Lege sieben Plättchen. Nimm zwei Plättchen weg. Es bleiben fünf Plättchen übrig. Die Rechnung ist 7 – 2 = 5. Lege jetzt wieder sieben Plättchen, nimm aber diesmal drei Plättchen weg. Es bleiben nur noch vier Plättchen. Die Rechnung ist 7 – 3 = 4.“*)
- Das Partnerkind handelt hinter dem Sichtschirm.
- Die Kinder lösen die Aufgaben rein symbolisch.



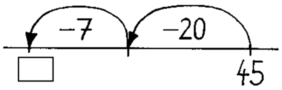
Sukzessives Subtrahieren von Stellenwerten bei zwei- und mehrstelligen Zahlen:

- Das Kind legt zu einer vorgegebenen Aufgabe die Ausgangszahl mit Stangen und Würfeln. Anschließend wird der Subtrahend sukzessive weggenommen. Bei Unterschreitungen muss gewechselt werden. Wie viele bleiben übrig?

  ▶ Kennt das Kind die Unterschiede zwischen den Stellen? Zählt das Kind innerhalb des Stellenwerts oder rechnet es? Bemerkt das Kind, wann ein Wechseln nötig ist?
- Mögliche Notation:

  *45 – 20 = 25*
  *25 –   7 = 18*

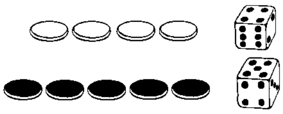
  ▶ Bei der Subtraktion von zweistelligen Zahlen mit Unterschreitung vertauschen viele Kinder, die stellenweise addieren und auch subtrahieren wollen, die Einerstelle von Minuend und Subtrahend, um die Unterschreitung des Zehners zu vermeiden. Deshalb ist es hier besonders wichtig, alle Phasen des Vier-Phasen-Modells (siehe Kap. 5.1.2, S. 32) konsequent zu durchschreiten und bei Schwierigkeiten in die jeweils vorhergehende Phase zurückzugehen.




- Am Rechenstrich markieren die Kinder die Ausgangszahl, tragen die Rechenpfeile und Operatoren ein und berechnen das Ergebnis.

  ▶ Zählen die Kinder weiter? Ist die Operationsrichtung klar? Wie gehen die Kinder mit Zehnerübergängen um? Werden Analogien und Verdopplungsstrategien genutzt?
- Mit Zahlen über 100 wird analog verfahren.

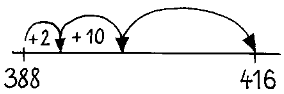
**Unterschied (statischer Subtraktionsbegriff bzw. Ergänzung)**



- Zwei Kinder spielen zusammen mit dem Würfel. Wer die größere Zahl hat, gewinnt. Zur Veranschaulichung werden die Plättchen wie in der Abbildung gelegt. Der Gewinner bekommt genauso viele Plättchen, wie der Unterschied zwischen den beiden Zahlen ist.
- Notation: *5 – 4 = 1* oder *4 + 1 = 5*

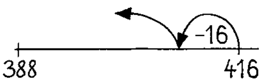
- Kinder vergleichen ihre Körpergrößen und berechnen den Unterschied auch hier wahlweise über die Subtraktion oder das Ergänzen.

Bei größeren Zahlen bietet sich der Rechenstrich an. Es gibt drei verschiedene Herangehensweisen:



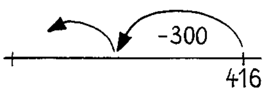

- Die beiden Zahlen werden auf dem Rechenstrich eingetragen. Die Kinder markieren, wie sie schrittweise von der kleineren zur größeren Zahl ergänzen.

  *388 + ___ = 416*




- Die beiden Zahlen werden auf dem Rechenstrich eingetragen. Die Kinder markieren, wie sie schrittweise von der größeren zur kleineren Zahl subtrahieren.

  *416 – ___ = 388*

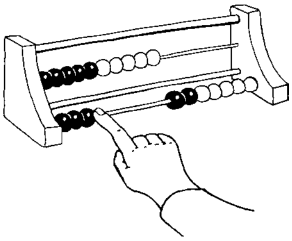



- Von der größeren Zahl wird die kleinere Zahl schrittweise subtrahiert.

  *416 – 388 = ___*

  ▶ Mit den Kindern besprechen, welche Herangehensweise sich wann anbietet

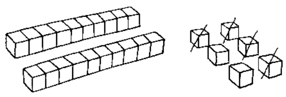
### Unter die Zehn



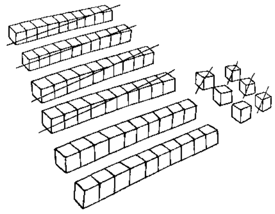
Schrittweise subtrahieren:

- Das Kind löst die Aufgabe mithilfe des Rechenrahmens. Dabei stellt es den Minuenden ein, schiebt dann beim Abziehen erst die Kugeln auf der unteren Stange weg und anschließend auf der oberen Stange die noch fehlenden Kugeln.
  - ▶ Stellt das Kind den Minuenden mit einem Griff ein (simultane Anzahlerfassung)? Kennt das Kind die Zerlegung des Subtrahenden bereits auswendig?
  - ▶ Zunächst handelt das Kind selbst, erklärt dann die Handlung einem Partner, der zunächst offen, dann hinter einem Sichtschirm handelt.

### Kleine Aufgabe – große Aufgabe (dekadische Analogien)

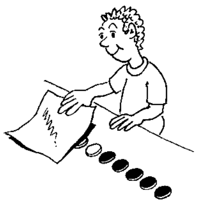


- Das Kind legt eine kleine Aufgabe (*6 – 4*) und löst diese. Danach werden Zehnerstangen dazugelegt. (Z. B. *„Ich habe zwei Zehner dazugelegt. Es sind 20 mehr. Die Aufgabe heißt jetzt 26 – 4. An der Einerstelle hat sich nichts verändert. Das Ergebnis ist 22. Es ist um 20 größer geworden.“*)



- Gewonnene Rechenfertigkeiten bei den Minusaufgaben im Zahlenraum bis 20 werden auf höhere Stellenwerte übertragen. Die Aufgabe *6 – 4 = 2* ist vom Kind bereits erarbeitet und wird nun bei der Lösung der Aufgabe *60 – 40* genutzt. (*„Ich weiß, dass 6 – 4 = 2. Dann sind 6 Zehner – 2 Zehner = 4 Zehner. Also sind 60 – 40 = 20.“*)
- Analog wird auf Hunderter etc. übertragen.

### Zusammenhang von Addition und Subtraktion erkennen



- Ein Teil einer Anzahl von Plättchen wird abgedeckt. Das Kind nennt die Rechnung. (Z. B. *„Es waren neun Plättchen. Drei werden abgedeckt. Ich sehe nur noch sechs Plättchen. 9 – 3 = 6.“*) Anschließend wird die Handlung rückgängig gemacht, d. h., die Plättchen werden wieder aufgedeckt. (*„Es waren sechs Plättchen zu sehen. Drei wurden wieder aufgedeckt. Jetzt sehe ich wieder alle neun Plättchen. 6 + 3 = 9.“*)
- Die Rechnungen werden untereinander notiert und jeweils die Operatoren eingekreist.
  - ▶ Der Begriff Umkehraufgabe sollte erst eingeführt werden, wenn die zugrunde liegenden Umkehrungen oft genug handelnd vollzogen wurden.


Drei Zahlen – vier Aufgaben:

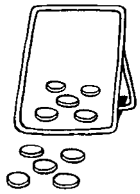
- Die Kinder suchen zu drei Zahlen die passenden vier Aufgaben.

  *2 + 4 = 6*   *6 – 4 = 2*
  *4 + 2 = 6*   *6 – 2 = 4*

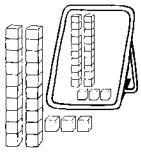
  Ergänzung: *„Suche drei Zahlen, zu denen es nur zwei Aufgaben gibt.“*
  - ▶ Folgende Struktur gilt es zu entdecken: Es gibt zwei Additions- und zwei Subtraktionsaufgaben. Bei den Additionsaufgaben tauschen die Summanden den Platz. Bei den Subtraktionsaufgaben tauschen Subtrahend und Rest den Platz. Die größte Zahl ist bei der Addition immer das Ergebnis, bei der Subtraktion immer die Ausgangszahl (Minuend).

## Verdoppeln/Halbieren

### Verdoppeln als Summe zweier gleicher Faktoren

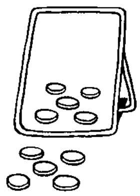


- Die Kinder legen Anzahlen und verdoppeln mit dem Spiegel. (Z. B. *„Das Doppelte von 5 ist 10, weil 5 + 5 = 10.“*)



- Die Kinder legen zwei- und dreistellige Zahlen mit dem dekadischen Material und spiegeln sie.
  - ▶ Verdopplungen von 15, 25, 35 und 45 können von den Kindern mit Material erarbeitet werden.

### Halbieren

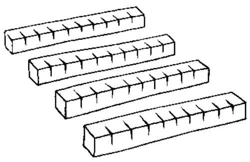


Umkehrung des Verdoppelns:

- Zu den gelegten Verdopplungsaufgaben (hier 5 + 5 = 10) formulieren die Kinder. (*„Die Hälfte von 10 ist 5, weil 5 + 5 = 10“*)

Zerlegen in zwei gleiche Teile:

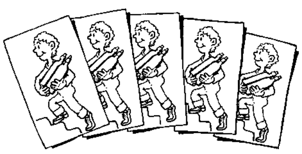
- Die Kinder ermitteln die Hälfte von acht Plättchen durch gleichmäßiges Verteilen an zwei Kinder.



- Bei größeren Zahlen muss beim Halbieren gegebenenfalls eingetauscht werden.
  - ▶ Ganz wichtig ist für die Kinder die Erkenntnis, dass auch eine ungerade Anzahl von Zehnern halbiert werden kann.
- Parallel zu den bereits verinnerlichten Verdoppelungen werden die dazugehörigen Halbierungen ebenfalls automatisiert.
- Mit Zahlen über 100 wird analog verfahren.

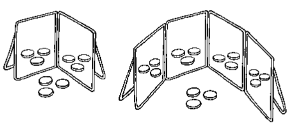
## Multiplikation

### Vielfache Addition immer gleich großer Mengen



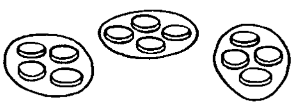
Zeitlich-sukzessive Multiplikation:

- Die Kinder spielen eine Situation nach, in der z. B. ein Kind 5 mal in den Keller geht und jedes Mal 2 Flaschen Apfelsaft holt.
- Notation: $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ oder verkürzt $5 \cdot 2 = 10$

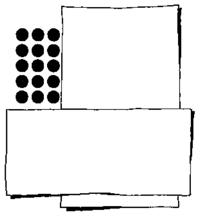


Räumlich-simultane Multiplikation:

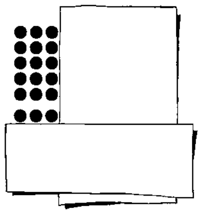
- Mit einem Klappspiegel und Plättchen experimentieren die Kinder und stellen so verschiedene Multiplikationsaufgaben her. Dazu sprechen sie und notieren Additions- und Multiplikationsaufgaben. (Z. B. *„Ich habe drei Plättchen gelegt. Der Spiegel steht so, dass ich jetzt dreimal drei Plättchen sehe. Das sind neun Plättchen.“*)



- Mit Mengenschleifen können die Kinder vorgegebene Multiplikationsaufgaben verbildlichen. Dazu sprechen die Kinder. (Z. B. *„3 mal 4. Ich zeichne drei Viererbündel. Zusammen sind es 12.“*)



- Die Kinder zeigen am Hundertpunktefeld mit dem Malwinkel Multiplikationsaufgaben bzw. nennen die passende Aufgabe zu einem Punktefeld. (Z. B. *„Ich sehe fünf Reihen mit jeweils drei Punkten. Es sind 5 · 3 Punkte. Das sind 15."* oder *„Ich sehe drei Spalten mit jeweils fünf Punkten. Es sind 3 · 5 Punkte. Das sind 15."*)
  - ▶ An diesem Material können die Kinder sofort den Zusammenhang zwischen Aufgabe und Tauschaufgabe erkennen.

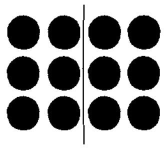


Kernaufgaben verändern: Nachbaraufgaben

- Durch Verschieben des Winkels können die Malaufgaben verändert werden und so der Zusammenhang zwischen Malaufgaben und deren Nachbaraufgaben gut visualisiert werden. (Z. B. *„Ich sehe 3 · 5 Punkte. Wenn ich den Winkel um eine Reihe nach unten schiebe, sind es 3 · 6 Punkte. Zuerst waren es 15 Punkte, jetzt sind es drei Punkte mehr, also 18 Punkte."*)

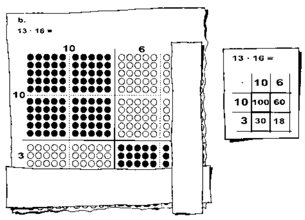
Kernaufgaben zusammenbauen:

- Die bereits automatisierten Kernaufgaben werden zu neuen Malaufgaben zusammengesetzt. (Z. B. *„2 · 3 = 6 und 5 · 3 = 15, das weiß ich schon. Wenn ich die Aufgaben aneinanderlege, entsteht ein Feld mit 7 · 3 Punkten. Das sind dann 21 Punkte."*)



Ein Ergebnis – viele Aufgaben:

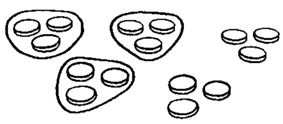
- Die Kinder finden zu einer Zahl verschiedene Malaufgaben. Dieser Prozess kann durch Einziehen von Strichen in Punktefeldern veranschaulicht werden, z. B. wird in das *3 · 4* Punktefeld ein senkrechter Strich eingezogen, sodass *2 · 6* entsteht (Verweis *1 · 12*).



Aufgaben am Vierhunderter-Feld:

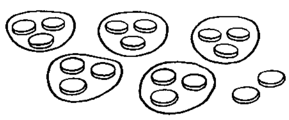
- Die Kinder erschließen sich große Malaufgaben durch Teilaufgaben am Vierhunderter-Feld. Zur Notation verwenden sie das Malkreuz, in das sie die Ergebnisse der jeweiligen Teilaufgaben eintragen. (Z. B. *„In der Aufgabe 13 · 16 stecken die Aufgaben 10 · 10 = 100, 10 · 6 = 60, 3 · 10 = 30 und 3 · 6 = 18. Ich zähle zusammen und erhalte 208."*)
- Durch Verschieben des Winkels lassen sich auch hier Nachbaraufgaben erzeugen.

## Division

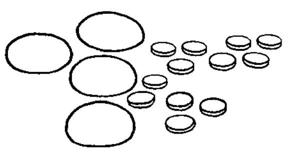


Aufteilen in gleiche Teilmengen:

- Die Kinder legen eine Anzahl von Plättchen und gruppieren diese in Teilmengen mit gleicher Anzahl. (Z. B. *„Ich habe 15 Plättchen. Ich lege immer Dreiergruppen. Es werden fünf Gruppen. 15 : 3 = 5."*)



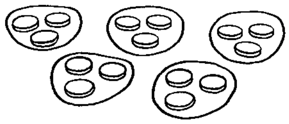
- Die Kinder legen Plättchen (z. B. *17*) und gruppieren immer drei Plättchen. (*„Ich habe 17 Plättchen. Ich lege immer Dreiergruppen. Es werden fünf Gruppen und zwei Plättchen bleiben übrig. Die Rechnung heißt 17 : 3 = 5 Rest 2."*)
- Die Kinder erzählen eine Rechengeschichte zur Rechnung und erklären, was in der Alltagssituation mit dem Rest geschieht.



Verteilen in eine bestimmte Anzahl von Teilmengen:

- Die Kinder legen eine Anzahl von Plättchen und verteilen diese in eine vorgegebene Anzahl von Teilmengen. Sie sprechen dazu. (Z. B. *„Ich habe zwölf Plättchen. Ich verteile sie an vier Kinder. Jedes Kind bekommt drei Plättchen. 12 : 4 = 3."*)
- Ebenso können Anzahlen mit Rest verteilt werden.

**Zusammenhang von Multiplikation und Division**



- An den gelegten Punktebildern können die Kinder sowohl die Divisionsaufgabe, als auch die Multiplikationsaufgabe sehen. (Z. B. *„15 : 3 = 5, weil 5 · 3 = 15“*)

Drei Zahlen – vier Aufgaben:

- Die Kinder suchen zu drei Zahlen die passenden vier Aufgaben.

  *3 · 5 = 15    15 : 5 = 3*

  *5 · 3 = 15    15 : 3 = 5*

  Ergänzung: *„Suche drei Zahlen, zu denen es nur zwei Aufgaben gibt.“*

  ▶ An diesen vier Aufgaben werden Beobachtungen zur Struktur vorgenommen. Es gibt zwei Multiplikations- und zwei Divisionsaufgaben. Bei den Multiplikationsaufgaben tauschen die Faktoren den Platz. Bei den Divisionsaufgaben tauschen Divisor und Quotient den Platz. Die größte Zahl ist bei der Multiplikation immer das Ergebnis, bei der Division immer die Ausgangszahl (Dividend).

## 5.3 Beziehungsreiches Üben und Automatisieren

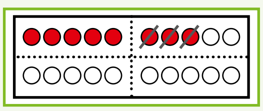
Auch für Kinder mit Rechenschwierigkeiten ist es unverzichtbar, bestimmte mathematische Inhalte, wie z.B. das kleine Einspluseins und das kleine Einmaleins mit Umkehrungen zu automatisieren. Aufgaben aus den genannten Bereichen sollen jederzeit aus dem Gedächtnis abrufbar sein. Ansonsten sind weiterführende mathematische Inhalte nur schwer zu bewältigen. Erfolgreich automatisiert werden kann aber nur, was vorher durch handlungsorientiertes Lernen erworben und auch verstanden wurde. Einsicht erleichtert und beschleunigt das Automatisieren von Grundaufgaben. Ohne Einsicht ist es für rechenschwache Kinder kaum möglich, Grundaufgaben zu automatisieren, da sie oft auch eine schwache Merkleistung haben.

### Beziehungsreiches Üben

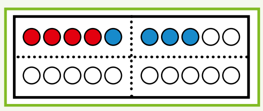
Um erworbenes Wissen gedächtnismäßig verfügbar zu machen, ist beziehungsreiches Üben erforderlich, sinnvolle, zeitökonomische und übertragbare Lern- und Arbeitstechniken müssen den Kindern nahegebracht werden. Wichtig ist es, das unterschiedliche Lerntempo von Kindern zu akzeptieren.

Das nachfolgende Beispiel veranschaulicht sukzessive die Möglichkeiten zur Sicherung der Einspluseinssätze bis 10 über beziehungsreiches Üben auf der Basis einer gesicherten Grundvorstellung zur Addition und Subtraktion. Sind diese als „Stützpunkte“ (größtenteils) automatisiert, können die Kinder auf dieser Grundlage viele Aufgaben rechnen, ohne zählen zu müssen.

1. Handlungsorientierter Aufbau von Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion mithilfe des Zwanzigerfeldes oder des 20er-Rechenrahmens:



*8 – 3 =*



*4 + 4 =*

2. Sicherung der Verdopplungsaufgaben:

*1 + 1*   *2 + 2*   *3 + 3*   *4 + 4*   *5 + 5*

3. Beziehungsreiches Üben: Einprägen von „+1“- und „1+“-Aufgaben

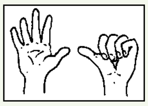
*7 + 1 =*   *8 + 1 =*

*1 + 7 =*   *1 + 8 =*

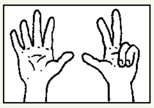
4. Beziehungsreiches Üben: Tauschaufgaben

6 + 3 =     3 + 6 =

5. Beziehungsreiches Üben: Einprägen von „5 +“- und „+ 5“-Aufgaben (Kraft der 5 nutzen)



5 + 1 =
1 + 5 =



5 + 3 =
3 + 5 =

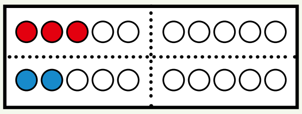
6. Beziehungsreiches Üben: Zusammenhänge der Operationen

Drei Zahlen – vier Aufgaben: 5 9 4

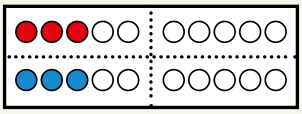
5 + 4 =     9 – 4 =
4 + 5 =     9 – 5 =

7. Beziehungsreiches Üben: Nachbaraufgaben

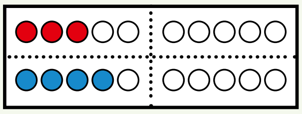
3 + 2 = 5



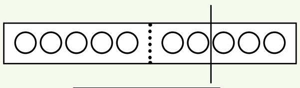
3 + 3 = 6



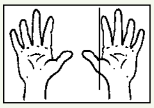
3 + 4 = 7



8. Beziehungsreiches Üben: Ergänzungen bis 10

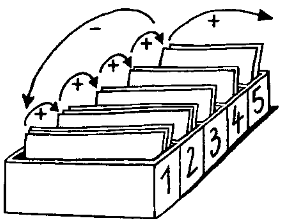


7 + __ = 10



6 + __ = 10

## Automatisieren



+: Lösung gewusst
–: Lösung nicht gewusst

Für Automatisierungsübungen hat sich die Arbeit mit der Lernkartei in der Praxis als ökonomische Methode bewährt. Die Kinder notieren lediglich die Aufgaben, die sie noch üben müssen, auf Kärtchen. Zu Beginn sind alle Karten im Karteikasten im ersten Fach. Der Reihe nach werden sie abgefragt, wobei richtig beantwortete Karten ein Fach weiter wandern, falsch beantwortete immer wieder – egal, aus welchem Fach – ins erste zum neuen Lernen zurückkommen. Aufgaben, die im letzten Fach angekommen sind, sind vermutlich automatisiert. Sie sollten jedoch trotzdem von Zeit zu Zeit wiederholt werden. Es ist sinnvoll, täglich fünf bis zehn Minuten ein konzentriertes Automatisierungstraining durchzuführen.

Das gedächtnismäßige Beherrschen grundlegender mathematischer Inhalte vermittelt gerade auch rechenschwachen Schülerinnen und Schülern durch das sichere und schnelle Ausführen von Routinen Erfolgserlebnisse.

Wichtige Lernbereiche für beziehungsreiches Üben und Automatisieren, und damit ein Schritt weg vom zählenden Rechnen, sind z. B.:

- Zahlerfassungs- und Zahldarstellungsübungen im Zahlenraum bis 10 (20), auch in Verbindung mit Materialien, wie z. B. Zwanzigerfeld, Zwanzigerrahmen oder Fingerbilder.

- Zahlzerlegungen bis 10: Diese sind sehr wichtig, da aus einer Zerlegung viele Aufgaben abgeleitet werden können. (Bei der Notation ist zu beachten, dass sich der Gleichungsbegriff erst mit der Zeit entwickelt, das Gleichheitszeichen anfänglich nur funktional verwendet wird.)

  | 9<br>5 | *5 + 4 = 9* | *4 + 5 = 9* | *9 – 5 = 4* | *9 – 5 = 4* |
  |---|---|---|---|---|

  Sinnvoll ist es, hier wieder von Zerlegungen auszugehen, die die Kraft der 5 nutzen, dann mit Zerlegungen mit 1 (9 = 1 + __) und mit 2 (9 = 2 + __) weiterzuarbeiten. Sind den Kindern die Beziehungen zwischen den Aufgaben einsichtig, können ausgehend von den o. g. Zerlegungen Kärtchen für die Lernkartei mit Aufgabenpaaren angelegt und automatisiert werden.

  | *9 = 5 + __*<br>*9 = 6 + __* | *6 = 5 + __*<br>*6 = 4 + __* | *9 = 1 + __*<br>*9 = 2 + __* | *8 = 5 + __*<br>*8 = 6 + __* |
  |---|---|---|---|

- Verdoppeln und Halbieren der Zahlen bis 10 (20), der Zehnerzahlen bis 100. Die Begriffe „das Doppelte" bzw. „die Hälfte" fallen den Kindern erfahrungsgemäß zunächst leichter.
- Einspluseins bis 10 (20) mit Umkehrungen (s. o)
- Einmaleins mit Umkehrungen: Haben die Kinder eine gesicherte Grundvorstellung zur Multiplikation erworben, werden die sogenannten Kernaufgaben des kleinen Einmaleins (1, 2, 3, 5, 10 und die Quadrataufgaben) automatisiert. Die Lösung der restlichen Aufgaben erfolgt durch beziehungsreiches Üben.
- Übersetzen von Zahlen in zeichnerische Darstellungen und umgekehrt

- Stellenwertzerlegungen von Zahlen, z. B.  *= 40 + 3*

- Ergänzen auf 10 / auf volle Zehner /auf 100 über die Arbeit mit Mehrsystemblöcken

  | *3 + __ = 10* | *13 + __ = 20* | *43 + __ = 50* | *30 + __ = __* |
  |---|---|---|---|

## 5.4 Fördern und Dokumentieren

Für Kinder mit erhöhtem Förderungsbedarf ist eine systematische Lernbegleitung unverzichtbar. In diesem Zusammenhang müssen Lernvoraussetzungen, -angebote und -entwicklungen übersichtlich dokumentiert werden. Kritische Stellen im Lernprozess müssen in den didaktischen Fokus genommen, sorgfältig analysiert und festgehalten werden. Nur so kann die Förderung an die individuellen Lernvoraussetzungen des Kindes angepasst werden.

Übersichtliche und klar strukturierte Lernpläne sind für die Arbeit mit Schülerinnen und Schülern mit besonderen Lernschwierigkeiten von grundlegender Bedeutung. Alle Lehrkräfte, die in die systematische Lernbegleitung von rechenschwachen Kindern eingebunden sind, erhalten so einen schnellen Überblick über den sachstrukturellen Entwicklungsstand, aktuell angestrebte Ziele und die entsprechenden Fördermaßnahmen. Die tabellarische Form mit der Mischung aus Ankreuzen und Kurzbeschreibung ermöglicht einen raschen Überblick.

Die nachfolgenden Anregungen geben praxisorientierte Hilfestellungen für eine zeitökonomische und übersichtliche Dokumentation von Beobachtungen und individueller Unterstützung. Integriert sind hier die Dokumentation von Diagnose, das Hierarchisieren der Förderschwerpunkte, die fortlaufende Dokumentation der unterrichtlichen Maßnahmen und das Bewerten dieser als Grundlage für die weitere Lernplanung. Die Berücksichtigung des Vier-Phasen-Modells (siehe auch Kap. 5.1.2, S. 32) ermöglicht es festzuhalten, inwieweit das Kind in seinem Verinnerlichungsprozess bereits fortgeschritten ist. Der sachstrukturelle Entwicklungsstand in Bezug auf die erreichte Stufe im Umgang mit Materialien ist für das Planen weiterer Fördermaßnahmen nicht unerheblich, da hierdurch ja die Zone der nächsten Entwicklung (Wygotski 1986) beschrieben werden kann: „Was das Kind heute in Zusammenarbeit und unter Anleitung vollbringt, wird es morgen selbständig ausführen können."

Auf S. 66 ist ein ausgefüllter Dokumentationsbogen für die Schnittstelle Elementar-/Primarbereich abgebildet, auf der folgenden Seite ein Beispiel für die Grundschule als Kopiervorlage.

Name: ______________________ Klasse: ____ Lehrkraft: ______________________

**relevante Förderbereiche (FB)**
- ☐ 1: Ablösung vom zählenden Rechnen
- ☐ 2: Zahlen im ZR bis ____ lesen/schreiben
- ☐ 3: Bündelung/Stellenwert im ZR bis_____
- ☐ 4: Operationsverständnis: ____________
- ☐ 5: Sprache/Fachwortschatz
- ☐ 6: Sonstiges: ______________________

**„Ist- Stand“:** vorhandene Kompetenzen, Besonderheiten und typische Fehler bzw. Schwierigkeiten des Kindes, Sprache/Fachwortschatz ...

**Maßnahmenschwerpunkte**

| **Datum** | **(FB)** | **Lernangebote und Lernmaterialien** | **Phase** | **Überprüfung/„Ergebnis“/Evaluation der Maßnahme** (++/+/o/-) | weitere Beobachtungen/Hinweise |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

# 6. Praxisbeispiel: Einschulung und erste Schulwochen

Im Bildungssystem finden verschiedene Übergänge zwischen den Bildungsorten statt. Nach den Bayerischen Bildungsleitlinien (Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung 2012) profitieren Kinder von den Kompetenzen, die sie bei gelingenden Übergängen entwickeln, auch bei allen weiteren Übergängen.

Da Übergänge, wie z. B. der Schuleintritt, auch die Erziehungsberechtigten betreffen, bietet die Grundschule vielfältige Informations- und Gesprächsmöglichkeiten an. Beim Eintritt in die Grundschule, kommt es nicht nur auf den Entwicklungsstand des Kindes, sondern auch darauf an, dass die Schule auf die individuellen Kompetenzen und Lernbedürfnisse der Kinder eingeht, um einen erfolgreichen Anfang zu ermöglichen.

Erziehungsberechtigte, Kindertageseinrichtung und Schule tragen gemeinsam die Verantwortung für die Bildung und Erziehung von Kindern. Ein intensiver Dialog zwischen Erzieherinnen, Erziehern und Lehrkräften, aber vor allem auch ein enges Zusammenwirken mit den Erziehungsberechtigten ist die Basis für eine tragfähige Bildungs- und Erziehungspartnerschaft.

Der Begriff der Schulfähigkeit hat in den letzten fünfzig Jahren einen deutlichen Wandel erlebt: vom reinen Schulreifemodell hin zum Konzept der Schulfähigkeit mit klar formulierten Kriterien. Hintergrund für diesen Wandel waren neue Ansätze in der Entwicklungspsychologie, die das Lernen durch Umweltanregungen betonen. Schulfähigkeit wird im ökopsychologischen Ansatz (Nickel 1981) als relativer Begriff gesehen, der sowohl durch den Entwicklungsstand des Kindes als auch durch das Anforderungsniveau des ersten Schuljahrs definiert wird. Der Entwicklungsstand des Kindes umfasst die Bereiche körperliche, kognitive, emotionale und soziale Entwicklung.

Ergänzend dazu werden die sogenannten Vorläuferfähigkeiten berücksichtigt. Diese sind für das Lesen- und Schreibenlernen in erster Linie die phonologische Bewusstheit (z. B. Hasselhorn/Schneider 2011) und für Mathematik das mengen- und zahlenbezogene Vorwissen (z.B. Krajewski 2005).

In neueren Studien (z. B. Daseking/Petermann 2011) wird untersucht, welche Vorläufer zur Erklärung von Rechenleistungen beitragen. Es zeigt sich ein deutlicher Zusammenhang zwischen dem Zahlen- und Mengenvorwissen, dem Zählen, der Aufmerksamkeit und der späteren Rechenleistung. Auch verbale Gedächtnisleistungen tragen zur Vorhersage der Leistungen im Rechnen bei. Ferner weist die Studie auf die Bedeutung der visuellen selektiven Aufmerksamkeit, der verbalen Gedächtnisleistungen und der sprachlich-grammatikalischen Kompetenzen für die Entwicklung von Lesen, Rechnen und Rechtschreibung in der Grundschule hin.

Die heterogenen Lernvoraussetzungen der Kinder erfordern eine gezielte Erfassung der Lernausgangslage zu Beginn der Schulzeit und eine genaue Beobachtung des einzelnen Kindes bereits zum Termin der Schuleinschreibung, um von Beginn an passende Lernangebote machen zu können.

Wie das bezogen auf das Zahlen- und Mengenvorwissen aussehen kann, soll im Folgenden anhand eines Praxisbeispiels aufgezeigt werden.

## 6.1 Schuleinschreibung

***Familiäres Umfeld***
*Ludwig nahm im Frühjahr 2014 an der Schuleingangsdiagnostik einer bayerischen Grundschule mit dem Münchner Einschulungsverfahren (vgl. S. 60) teil. Er ist das älteste von zwei Kindern und hat eine jüngere Schwester. Die Eltern sind beide berufstätig. Herr M., der seinem Sohn gegenüber dominant und streng auftritt, beschreibt die jüngere Schwester als sehr aufgeweckt und intelligent. Da beide Geschwister in der gleichen Kindergartengruppe sind, vermutet der Vater, dass Ludwig sich gegenüber seiner Schwester nicht durchsetzen kann und daher in seiner Entwicklung und in seinen Fähigkeiten von Fremden unterschätzt wird.*

***Vorschulische Entwicklung***
*Über die Entwicklung im Klein- und Kindergartenalter können beide Elternteile nur wenige Angaben machen. Lediglich ein später Sprechbeginn ist genau erinnerbar. Auch sei ihnen aufgefallen, dass Ludwig sich ungern mit Bauklötzen, Legosteinen oder Puzzles beschäftigt habe. Er sei lieber mit Freunden draußen. Drinnen spiele er gern mit Playmobil oder schaue sich Bücher an.*

*Ab dem Alter von vier Jahren besuchte er einen Kindergarten. Dort habe man Anfang 2013 den Eltern eine logopädische Therapie für Ludwig empfohlen, die seit März 2013 bis heute andauert.*

## Das Münchner Einschulungsverfahren (Brunner-Berger/Schnell/Gabler 2009)

Das Münchner Einschulungsverfahren berücksichtigt die Determinanten des o. g. ökopsychologischen Schulfähigkeitsmodells. Es versteht sich als Stufenmodell. Jeweils auf der Grundlage der Ergebnisse der vorangegangenen Stufe wird entschieden, ob weitere Daten erfasst werden. In seiner Konzeption geht es also von einem prozessdiagnostischen Förderansatz aus und beinhaltet folgende Komponenten:

- Screening am Tag der Einschulung
- erweitertes Einschulungsverfahren zur Feststellung der Deutschkenntnisse
- Schulspiel
- Beratung

***Beobachtung Ludwigs während des Screenings zur Konzentration und zu sozialen Kompetenzen***

*Der große und schlanke Junge zeigt sich während der Untersuchungssituation gehemmt und verunsichert. Er sitzt ruhig auf seinem Stuhl und geht überlegt, aber zögerlich an die Arbeit heran. Zunächst nimmt er überwiegend nonverbal mit der Lehrkraft Kontakt auf, erst gegen Ende der Untersuchung ist er zu wenigen sprachlichen Äußerungen bereit.*

*Bei komplexeren Instruktionen setzt er nur einen Teil der Anweisungen auf Anhieb um. Der Umgang mit konkretem Material motiviert ihn. Besonders bei Aufgaben zu den mathematischen Kompetenzen schweift er ab, schaut sich im Raum um und weiß dann nicht mehr, was er eigentlich tun sollte.*

**Screening zur Schuleinschreibung**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Name, Vorname | Ludwig | M X | W | Muttersprache |
| geboren am | 21.01.2008 | | | deutsch |
| Kindergarten | | Lehrerteam / Uhrzeit: | | |
| Erzieherin | | | | |

| regulär schulpflichtig (bis 30.09.) | | | vorzeitig | |
|---|---|---|---|---|
| | Vorkurs Deutsch | zurückgestelltes Kind | 01.10.–31.12. | ab 01.01 |
| | / | / | / | |

1. Beobachten der Motorik

| *„Schneide das Bild genau an der Linie entlang aus und schreibe deinen Namen auf die Rückseite des Bildes."* | ja | nein | | |
|---|---|---|---|---|
| Schneidet entlang der Linie | X | | Rechtshänder | X |
| Arbeitet zügig | X | | Linkshänder | |
| Hält den Stift richtig | X | | beidhänddig | |

2. Beobachtungen zur Sprache (Bildvorlage „Auf dem Bauernhof")

| *„Auf dem Bauernhof ist viel los. Was passiert hier?" · „Erzähle mir bitte eine Geschichte zum Bild!"* | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | ja | nein | | ja | nein |
| Kind äußert sich spontan zu dem Bild | | X | Artikuliert deutlich | X | |
| Spricht in ganzen Sätzen | X | | Erzählt Handlungsabläufe | X | |
| Zählt nur Gegenstände auf | | X | Altersgemäßer Wortschatz | X | |
| Bemerkungen: | | | | | |

3. Phonologisches Bewusstsein
3.1 Artikulation

| *„Ich spreche dir Wörter vor. Du sagst sie genauso nach!"* | + | - | Antwort des Kindes | | + | - | Antwort des Kindes |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Schwein | X | | | spritzen | | X | sbritzen |
| Katze | X | | | Storch | X | | |

3.2 Reimwörter / 3.3 Silben segmentieren

| *„Hier sind Bilder. Ich sage dir immer drei Wörter, zwei davon klingen ähnlich (reimen sich)."* | + | - | *„Ich sage dir ein Wort. Wie oft kannst du bei diesem Wort klatschen?" (Beispiel durch die Lehrkraft: Lei-ter)* | + | - |
|---|---|---|---|---|---|
| Tisch – Auto – Maus | X | | Garten | X | |
| Haus – Blume – Maus | | X | Zaun | X | |
| Wiese – Riese – Kind (ohne Bild) | | X | Vogelnest | | X |

Screening – MEV II – Münchner Einschulungsverfahren – Seite 1

4. Beobachtungen zu mathematischen Kompetenzen
4.1 Klassifizieren und Sortieren (Mengen herstellen, bestimmen und vergleichen)

| *„Jetzt lege ich Steine in den Garten. Wie viele Steine sind es?"* | ja | nein | *„Schau! Plötzlich verschwinden Zaubersteine!"* | ja | nein |
|---|---|---|---|---|---|
| Erfasst Mengen zählend | X | | Kann Mengen verändern bis 6 | | X |
| Erfasst Mengen simultan | | X | Kann Mengen vergleichen (weniger, mehr) | X | |
| *„Lege 6 Zaubersteine in den Garten."* | | ⇨ | Kann Mengen richtig bilden zählend | X | |

4.2 Seriation: Reihenbildung – Muster und Regelmäßigkeiten

| *„Das ist ja ein lustiges Muster! Setze bitte das Muster fort!"* | ja | nein | *„Erfinde selbst ein Muster!"* | ja | nein |
|---|---|---|---|---|---|
| Kann Reihenfolgen fortsetzen | | X | Kann selbständig Reihenfolgen herstellen | | X |

4.3 Räumliches Vorstellungsvermögen: Raum-Lage-Beziehung

| *„Lege 2 Zaubersteine auf der Kiste!" „Verstecke 4 Zaubersteine in der Kiste!"* | ja | nein | *„Lege 5 Zaubersteine unter die Kiste!" „Lege 3 Zaubersteine vor die Kiste!"* | ja | nein |
|---|---|---|---|---|---|
| Versteht die Begrifflichkeit „auf" | X | | Versteht die Begrifflichkeit „unter" | X | |
| Versteht die Begrifflichkeit „in" | X | | Versteht die Begrifflichkeit „vor" | X | |

4.4 Beobachtungen zur Wahrnehmungskonstanz

| *„Schau genau! Diese Zaubersteine sind nicht alle gleich! Ordne sie von dem größten zum kleinsten!"* | ja | nein | *„Setze das Puzzle richtig zusammen!"* | ja | nein |
|---|---|---|---|---|---|
| Kann die Steine der Größe nach ordnen | X | | Setzt Puzzle richtig zusammen | | X |
| *AB: „In welchen Kisten sind gleich viele Bälle?"* | | X | Benötigt Hilfestellung | X | |
| Kann gleiche Mengen erkennen, die unterschiedlich angeordnet sind | | | | | X |

5. Beobachtungen zur Konzentration und sozialen Kompetenz

| | ja | nein | | ja | nein |
|---|---|---|---|---|---|
| Geht überlegt an die Arbeit | X | | Lässt sich leicht ablenken | | X |
| Sitzt ruhig auf dem Stuhl | X | | Interaktion mit der Lehrkraft | X | |
| Ausdauernde Arbeitshaltung | | X | Geht motiviert an die Arbeit | X | |

6. Allgemeine Bemerkungen

Auffälligkeiten, Besonderheiten …:

| Empfehlung für: | ja | nein |
|---|---|---|
| Erweitertes Einschulungsverfahren (~~Sprache~~) Mathematik | X | |
| Schulspiel (Schulfähigkeit) | | |
| Elterngespräch | | |

| Ausgabe von Beratungsbriefen: | ja X | nein |
|---|---|---|
| | | |

Screening – MEV II – Münchner Einschulungsverfahren – Seite 2

*Abb. 4: Ludwigs Screening zur Einschulung nach Brunner-Berger/Schnell/Gabler (2009)*

Auf Basis der vorliegenden Screeningergebnisse im Bereich des Mengen- und Zahlenvorwissens erhalten die Erziehungsberechtigten und, deren Einverständnis vorausgesetzt, auch die Erzieherinnen in einem Beratungsgespräch konkrete Hinweise für passgenaue Lernangebote im Rahmen einer alltagsintegrierten Förderung.

## 6.2 Differenzierte Erfassung der Lernausgangslage

Für eine differenzierte Erfassung der Lernausgangslage gibt es verschiedene Möglichkeiten. Eine notwendige weiterführende Diagnostik wird entweder von der zuständigen Beratungslehrkraft, von der zuständigen Schulpsychologin bzw. vom zuständigen Schulpsychologen oder von Mitarbeitern des Mobilen Sonderpädagogischen Dienstes oder der Inklusionslehrkraft des zuständigen Förderzentrums durchgeführt.

*Ludwig wurde nicht zum Schulspiel eingeladen, sondern zu einer weiteren Einzelsitzung mit der Beratungslehrkraft gebeten. Diese führte mit ihm die* ***Checkliste zur Zählentwicklung*** *von Willimek (2012) durch.*
*Es handelt sich hierbei um ein informelles Verfahren zur Erfassung des individuellen Entwicklungsstandes eines Kindes. Mit ihr können die verschiedenen Teilaspekte des Mengen- und Zahlenvorwissens überprüft werden, beispielsweise wie weit das Kind zählt, ob es auch ab einer anderen Zahl als eins weiterzählen kann oder ob es rückwärts zählen kann. Zum anderen enthält die Liste Fördervorschläge für die Bereiche, bei denen das Kind Unterstützung braucht.*

***Beobachtung***
*Ludwig kann bis 10 zählen und die einzelnen Zahlwörter auch deutlich unterscheiden. Als er Muggelsteine, die geordnet in einer Reihe liegen, zählen soll, sagt er die Zahlen auf und tippt dabei auf die Steine. Sobald die Steine ungeordnet daliegen, lässt er welche aus oder zählt sie doppelt ohne es zu bemerken. Auf die Frage, wie viele es denn jetzt sind, beginnt er von vorne zu zählen.*

*Ludwig erkennt, dass die Anzahl von Muggelsteinen gleich bleibt, wenn die Zählrichtung geändert wird. Er überlegt sehr lange, wenn die Anordnung der Steine verändert wird, und kommt zu unterschiedlichen Ergebnissen. Es gelingt ihm nicht, ab einer bestimmten Zahl vorwärts oder rückwärts zu zählen.*

*Mit den Fingern kann er eine Zahlenreihe aufbauen.*

*Mengenvergleich: Gleiche und unterschiedliche Mengen erkennt Ludwig, wenn die Muggelsteine in zwei Reihen mit gleichem Abstand zwischen den einzelnen Steinen angeordnet sind. Sind die Abstände zwischen den Steinen in der einen Reihe weiter, so ist dies für ihn die Reihe mit der größeren Anzahl.*

*Ludwig hat fünf Steine, die Lehrkraft vier. Auf die Frage, um wie viel er mehr hat, antwortet er „5“.*

***Ergebnis***
*Ludwig kann also vorwärts zählen, es fehlt ihm aber das Verständnis, damit eine Anzahl ermittelt zu haben. Ebenso fehlt ihm das Bewusstsein für Vorgänger und Nachfolger und die dem Anzahlvergleich zugrunde liegende Eins-zu-eins-Zuordnung. Die Begriffe „mehr“, „weniger“ und „gleich viel“ sind nicht gesichert.*

## 6.3 Die Zeit bis zur Einschulung

Die Zeit von der Schuleinschreibung bis zum ersten Schultag ist eine sehr wertvolle, die möglichst genutzt werden sollte, insbesondere, wenn bei der Schuleingangsuntersuchung Handlungsbedarf in einzelnen Bereichen festgestellt wurde.

### 6.3.1 Übungen zum Zählen und Mengenverständnis

Um Schulanfängern einen erfolgreichen Start in die Welt der Zahlen und Buchstaben zu ermöglichen, benötigen sie vielfältige Lernanreize. Obwohl nach derzeitigem Forschungsstand noch keine Einigkeit darüber herrscht, welche Teilkomponenten genau zu einem Mengen- und Zahlenvorwissen gehören, lassen sich doch Kernelemente feststellen.

Die Forschergruppe um Kristin Krajewski untersuchte den Einfluss von vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf die Leistungen in Mathematik. Im Ergebnis konnten zwischen 47 und 67 % der Kinder identifiziert werden, die am Ende der Jahrgangsstufen 1 und 2 zu den leistungsschwächsten Rechnern gehörten. Dabei wurde die Mathematikleistung insbesondere durch das Mengen-Zahlen-Wissen vorhergesagt (Krajewski 2003 in Lambert 2015).

Folgende Vorläuferfähigkeiten gelten als relevant.

### Mengenvorwissen

- Klassifikation: Gegenstände nach bestimmten Kriterien (Form, Farbe) sortieren
- Voraussetzung: optische Differenzierung, also die Fähigkeit Gleiches und Ungleiches zu erkennen und auseinanderzuhalten
- Seriation: optische Eindrücke in einer bestimmten Reihenfolge ordnen, z. B. der Größe nach, ein Muster richtig fortsetzen, Sortieraufgaben nach Vorgaben lösen
- Mengenvergleich: die Anzahl von Dingen vergleichen und erkennen, wo „mehr", „weniger" oder „gleich viele" liegen, strukturierte Mengen vergleichen, z. B. Würfelbilder
- Simultanerfassung: Erfassen von Mengen bis 3 oder 4 ohne zu zählen

### Zahlenvorwissen

- Kenntnis der Zahlenfolge: Zählen vorwärts und rückwärts, von einer Zahl aus weiterzählen, Vorgänger und Nachfolger bestimmen, größer/kleiner
- Ziffernkenntnis: Jede Zahl wird genau einem Namen zugeordnet (z. B. *„Zeige mir die Zahl 3"*).
- Kardinalzahlaspekt: Die Zahl umfasst die Mächtigkeit einer Menge.
- Ordinalzahlaspekt: Die Zahl gibt an, welchen Platz ein Element in einer bestimmten Reihe einnimmt (z. B. *„das zweite Regal"*).

### Orientierung im Raum

- Das Raum- und Zeitgefüge sowie Größen und Einheiten einschätzen können
- Beispiele: Übungen zur Rechts-/Linksorientierung, Zeiten schätzen, Gewichte vergleichen

### Körperschema

- Den eigenen Körper richtig einschätzen und bezeichnen.
- Beispiel: Mit geschlossenen Augen verschiedene Körperteile mit den Fingerspitzen betasten

*Aus der Einzeluntersuchung ergeben sich folgende **Förderschwerpunkte für Ludwig**:*
- *Übungen zur Seriation*
- *Abzählen von Gegenständen (Eins-zu-eins-Zuordnung)*
- *Anzahlen zählend bestimmen mit wegschieben, antippen, mit den Augen*
- *Kleinere Mengen z.B. auf einem Würfel simultan (ohne zu zählen) erfassen*
- *Invarianzen wahrnehmen: Die Relationen mehr, weniger, gleich viel durch Eins-zu-eins-Zuordnung feststellen*

### 6.3.2. Alltagsintegrierte Förderung

Die folgenden Beispiele und Materialien können Teil einer alltagsintegrierten Förderung sein:

#### Schwerpunkt Mengenvorwissen

- Würfelbingo: kariertes Blatt (4 x 4 Kästchen), Kind malt Würfelbilder ab, dann Bingo spielen
- Bild: gemaltes Obst in einer Kiste wird durch Umkreisen in Tüten gepackt *(„Packe immer drei Äpfel in eine Tüte.")*
- Legosteine sortieren nach Kriterien (z. B. Länge)
- Vergleichen von Mengen: zwei Mengen mit einer unterschiedlichen Zahl von Gegenständen hinlegen und das Kind prüfen lassen, ob es gleich viele, mehr oder weniger Gegenstände sind
- Halb so viele: Mengen mit Bausteinen legen und das Kind in gleiche Mengen teilen lassen
- Doppelt so viel: *„Im Spiegel siehst du alles doppelt. Wie viele Äpfel liegen vor dem Spiegel? Wie viele Äpfel siehst du, wenn du in den Spiegel schaust?"*

- Bilderbücher mit Sachsituationen
- geeignete Gesellschaftsspiele zur Förderung des Zählens und (simultanen) Erfassens von Mengen
- verschiedenfarbige Perlen nach gleicher Reihenfolge der Farben auffädeln lassen
- Muster in der richtigen Reihenfolge nachzeichnen
- Auflistung mit Dingen, die nacheinander getan werden: z. B. anziehen; verbalisieren und dann umsetzen

### Schwerpunkt Zahlenvorwissen

- abzählen, aufteilen, verteilen (z. B. Gummibärchen auf Kinder, Törtchen auf Gäste)
- „Von Punkt zu Punkt": Zeichenbilder, in denen Zahlen verbunden werden müssen
- Tisch decken (für drei/vier Personen Messer, Gabeln und Teller herrichten)
- Blumensträuße malen: *„Wie viele Finger musst du für die einzelnen Blumen im Strauß hochhalten?"*
- Einkaufen: viele Nudelpackungen etc. zählen!
- Zahlen auf der Treppe hüpfen
- Klatschlaute vorgeben und das Kind mitzählen lassen
- Zahlendomino
- Spiele verschiedener Verlage zum Zählen
- Zahlenwaage (Waage mit Zahlen, deren Gewicht ihrem Zahlenwert entspricht)
- Spiele rund um das Einkaufen
- Kaufladen spielen

### Räumliche und zeitliche Orientierung, Umgang mit Formen

- Weckereinsatz: Wecker stellen (z. B. wann man einkaufen geht), Zeitpunkt und Zeitdauer müssen genannt werden, Zeiten vergleichen (Weg laufen/gehen)
- Messen (z. B. Kuchen backen)
- Mondgesicht: mit verbundenen Augen Mondgesicht malen
- eine Vorlage abdecken und aus dem Gedächtnis nachmalen lassen
- großflächige Bewegungen (Spielplatz, Schwimmbad)
- mit Bausteinen bauen, Muster legen
- Familienkalender: aktueller Tag wird farblich hervorgehoben
- Puzzle, Domino, Karten, Würfel
- Kim-Spiele
- Spiele, die die Detailwahrnehmung fördern
- Dreiecke, Vierecke, Kreise und andere Formen im Kartoffeldruck herstellen und damit Muster und Mengen drucken lassen
- Schätzaufgaben: *„Wie viele Schritte brauchst du bis zur Wand, durch das Zimmer etc. …"*
- Karozeichnen: Auf kariertem Papier einfache Formen mit „ Bausteinen" zeichnen. Jedes Kästchen ist ein Baustein. Das Kind soll die Form daneben zeichnen.
- in der richtigen Reihenfolge anziehen
- Uhr mit Zeiger und Zifferblatt (20:00 = Zeit zum Schlafen gehen, oder Zeit für Lieblingssendung etc.)
- Sortieraufgaben
- Angelspiel: Kind gibt Anweisungen (oben, links etc.)
- „Vier gewinnt", verschiedene Verlage
- Wackelturm, verschiedene Verlage
- „Ich sehe was, was du nicht siehst"
- Aufräumen des Zimmers (an den richtigen Ort)

### 6.3.3 Beratung der Erziehungsberechtigten

#### Das Beratungsgespräch

Im Sinn einer konstruktiven Bildungs- und Erziehungspartnerschaft erhalten die Erziehungsberechtigten eine Rückmeldung über die Ergebnisse der Einschulungsuntersuchung. Das Beratungsgespräch findet in einer wertschätzenden Atmosphäre statt und betont das gemeinsame Interesse von Elternhaus und Schule an einer positiven Lernentwicklung des Kindes. Die für die Schule zuständigen Beratungslehrkräfte oder Schulpsychologinnen und Schulpsychologen können hier einen wertvollen Beitrag leisten.

*Die Grundlage für das **Beratungsgespräch** mit Ludwigs Eltern nach der Schuleingangsuntersuchung bildet ein Elternbrief, den das Team der Jahrgangsstufen 1 und 2 der Grundschule in Vorbereitung auf die Einschulung auf der Grundlage der Vorschläge des Münchner Einschulungsverfahrens konzipiert hat.*
*Die Elterninformation bezieht sich auf die individuell erzielten Ergebnisse des Kindes im Einschulungsverfahren.*
*Bei Ludwig wird Handlungsbedarf im Bereich des Mengen- und Zahlenvorwissens gesehen. Der zugrunde liegende Brief für die Eltern könnte wie folgt aussehen:*

Schulstempel/ Schullogo

Liebe Familie …,

wir freuen uns, Ihr Kind im September an unserer Schule begrüßen zu können.

Die Zeit bis zum Schulanfang können Sie gewinnbringend für Ihr Kind nutzen und mit ihm zu Hause die unten aufgeführten Spielvorschläge umsetzen. Gerne können Sie die Erzieherinnen und Erzieher des Kindergartens über diese Möglichkeiten informieren. Sie werden Sie sicher unterstützen.

Im **Umgang mit Mengen und Zahlen** bieten sich folgende Möglichkeiten an:

**Allgemeine Grundsätze:**
Mathematik beginnt mit vergleichen, sortieren, ordnen. Den Weg zur abstrakten Welt der Zahl kann das Kind nur über spielen, probieren, hantieren und „begreifen“ im wörtlichen Sinn gehen. So kann es Vorstellungen aufbauen, die Grundlage für das rechnerische Denken sind. Lassen Sie Ihr Kind deshalb mit konkreten Gegenständen Mengen legen und damit handelnd spielen.

**Spiele zur Mengen- und Zahlerfassung**
- Gesellschaftsspiele: z. B. Mensch ärgere dich nicht, Dominospiele und andere Karten- und Würfelspiele
- Hüpfrechnen: Spielfeld wie beim Kästchenhüpfen, würfeln und die entsprechenden Kästchen hüpfen lassen
- Mit den Ohren zählen: Augen verbinden, Bonbons, Knöpfe etc. fallen in ein Glas. Wie viele hast du gehört? Augen schließen und hören, wie oft geklatscht, gestampft oder geklopft wurde
- Gegenstände aufteilen: z. B. Bonbons in Tüten beim Kindergeburtstag, Gummibärchen auf Kinder, Tisch decken
- Vergleichen von Mengen: zwei Mengen mit einer unterschiedlichen Zahl von Gegenständen hinlegen und das Kind prüfen lassen, ob es gleich viele, mehr oder weniger Gegenstände sind
- Halb so viele: Mengen mit Bausteinen legen und das Kind in gleiche Mengen teilen lassen; verschiedenfarbige Perlen nach gleicher Reihenfolge der Farben auffädeln lassen
- Muster in der richtigen Reihenfolge nachzeichnen
- Auflistung mit Dingen, die nacheinander getan werden, z. B. anziehen; verbalisieren und dann umsetzen

**Spiele zum Umgang mit Formen und zur Förderung des räumlichen Denkens**
- Puzzle, Domino, Karten, Würfel
- Mit Bausteinen bauen, Muster legen, Dreiecke, Vierecke, Kreise und andere Formen im Kartoffeldruck herstellen und damit Muster und Mengen drucken lassen
- Schätzaufgaben: Wie viele Schritte brauchst du bis zur Wand, durch das Zimmer etc…

**Viel Spaß beim Spielen!**

Ideen sind u. a. dem Münchner Einschulungsverfahren (Brunner-Berger/Schnell/Gabler 2009) entnommen, ergänzt und individuell auf Ludwig abgestimmt. Denkbar wäre auch eine Briefvorlage, in der alle grundsätzlich empfehlenswerten Spiel- und Übungsformen enthalten und die für das einzelne Kind erforderlichen jeweils angekreuzt sind.

## 6.4 Die ersten Schulwochen

### 6.4.1 Beobachtungshilfen

Um in den ersten Wochen nach Schulbeginn ein differenziertes Bild der mathematischen Fähigkeiten eines Kindes zu bekommen, bewährt sich der Einsatz standardisierter Frage- und Beobachtungsbögen als Grundlage.

Hier kann sich die Klassenlehrkraft nach Rücksprache mit den Erziehungsberechtigten auch auf die Unterstützung durch Förderlehrkraft, Beratungslehrkraft oder die Schulpsychologin bzw. den Schulpsychologen der Schule zurückgreifen.

#### Beobachtungen zu den mathematischen Vorläuferfähigkeiten

| Fertigkeit | Beobachtung | Bemerkung |
|---|---|---|
| **Mengenvorwissen** | | |
| Klassifikation<br>Gegenstände nach Form/Farbe sortieren | ++ + 0 – –– | |
| Einfache Mengen vergleichen<br>Feststellen, welche Menge mehr und welche weniger ist | ++ + 0 – –– | |
| Seriation<br>Muster richtig nachlegen,<br>Dinge der Größe nach ordnen | ++ + 0 – –– | |
| Simultanerfassung<br>Erfassen von Mengen bis 4 ohne zu zählen | ++ + 0 – –– | |
| Strukturierte Mengen vergleichen<br>Würfelbilder erkennen | ++ + 0 – –– | |
| Kraft der Fünf<br>Das Kind kennt Zahlen in ihrer Beziehung zur 5 (z. B. 3 als von 5 2 weg) | ++ + 0 – –– | |
| **Zahlenvorwissen** | | |
| Zählen vorwärts und rückwärts | ++ + 0 – –– | |
| Weiterzählen<br>Zählen von einer bestimmten Zahl weg (z. B. von 3 bis 7) | ++ + 0 – –– | |
| Eins-zu-eins-Zuordnung gelingt | ++ + 0 – –– | |
| Kardinalzahlprinzip wurde verstanden (die letzte Zahl gibt die Mächtigkeit der Menge an) | ++ + 0 – –– | |
| Der Wievielte?<br>Ordinalzahlprinzip wurde verstanden (z. B. der 4. in der Reihe) | ++ + 0 – –– | |
| Vorgänger/Nachfolger werden richtig benannt | ++ + 0 – –– ++ +<br>0 – –– | |
| Die Begriffe größer/kleiner und am meisten / am wenigsten sind bekannt | ++ + 0 – –– | |

Das Material entstammt einer Fortbildung der Staatlichen Schulberatungsstelle Oberbayern-West zum Thema „Einschulung und Basiskompetenzen“ 2013, ergänzt durch Anregungen aus Gaidoschik (2014).

Weitere detaillierte diagnostische Fragestellungen, kombiniert mit Anregungen für die individuelle Förderung, finden sich in den Checklisten von Geus und Willimek (2012). (Download unter: *www.regierung.oberbayern.bayern.de/aufgaben/schulen/foerder/aktuell/index.php*) Ein weiteres ausführliches Fallbeispiel zum Einsatz der Checklisten im Bereich der Zahlbegriffsentwicklung finden sich unter: *www.isb.bayern.de/foerderschulen/mobil-sonderpaedagogische-dienste-msd/msd_vor_ort*.

### 6.4.2 Individueller Lernplan

Der vorliegende Lernplan aus Kapitel 5.4 (S. 57) wurde nach den Beobachtungen in den ersten Schulwochen für Ludwig zusammengestellt und sollte in einem pädagogisch sinnvollen Zeitraum evaluiert werden. Die konkreten Übungen für Ludwig sind Kapitel 5.2.1 (S. 36) entnommen.

Name: Ludwig Klasse: ____ Lehrkraft: ___________________________

| **relevante Förderbereiche (FB)** | **„Ist- Stand“:** vorhandene Kompetenzen, Besonderheiten, und typische Fehler bzw. Schwierigkeiten des Kindes: | **Maßnahmenschwerpunkte** |
|---|---|---|
| □ 1: Zahlwortreihe<br>□ 2: Zählen (vorwärts/rückwärts)<br>x 3: Zählen (weiterzählen)<br>x 4: Eins-zu-eins-Zuordnung<br>x 5: Invarianzen wahrnehmen<br>x 6: Anzahlen/Mengen erfassen<br>x 7: Sprache/Fachwortschatz<br>□ 8: Sonstiges: ____________________ | - Ludwig kann vorwärts zählen<br>- Er hat Schwierigkeiten<br>beim Zählen jeden Gegenstand nur einmal zu zählen und keinen zu vergessen<br>von einer bestimmten Zahl aus weiterzuzählen<br>eine Mengeninvarianz wahrzunehmen<br><br>Sprache/Fachwortschatz:<br>- Versteht die Begriffe „auf“, „unter“, „in“, „vor“<br>- Die Begriffe „mehr“, „weniger“ und „gleich viel“ sind nicht gesichert. | Mengen vergleichen / Mengenkonstanz bei unterschiedlicher Darstellung<br><br>Eins-zu-eins-Zuordnung<br><br>Die Begriffe „mehr“ und „weniger“ durch Mengenvergleiche festigen |

| Datum | (FB) | Lernangebote und Lernmaterialien | Phase | Überprüfung/„Ergebnis“/Evaluation der Maßnahme<br>(++/+/o/-) | weitere Beobachtungen/Hinweise |
|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | Weiterzählen: Anzahl von Würfelpunkten auf zwei Würfeln erkennen, dabei von einem Würfel die Gesamtpunktzahl auf einen Blick erfassen und von dort aus die Würfelpunkte des zweiten Würfels hinzuzählen | | | Ludwig erfasst die Würfelpunkte des ersten Würfels bis zur Zahl vier und kann von vier weg weiterzählen; bei den Zahlen fünf und sechs beginnt er bei eins und zählt alle Punkte<br>Nächstes Ziel: Die Zahl fünf als Würfelbild erkennen |
| | 4 | Eins-zu-eins-Zuordnung: Finger zählen und die Gesamtzahl nennen; unterschiedliche Gegenstände zählen, diese dabei mit dem Finger antippen; Gegenstände in vorgegebenen Mengen abzählen lassen, z. B. in Becher | | | Ludwig zählt Holzwürfel, die in einer Reihe liegen, richtig ab. Wenn sie ungeordnet daliegen, vergisst er welche oder zählt doppelt.<br>Nächstes Ziel: Mengen bis fünf in ungeordneter Reihenfolge richtig abzählen |
| | 5 | Invarianzen wahrnehmen: Gegenstände werden gezählt, die Lage verändert (*Hat sich die Anzahl verändert?);* überprüfen; Gegenstände in eine Schachtel hineinzählen, Schachtel schütteln (*Hat sich die Anzahl verändert?)* | | | Ludwig zeigt Freude beim Schütteln der Schachteln. Nach einiger Zeit kann er die gleich gebliebene Zahl richtig vorhersagen.<br>Nächstes Ziel: Anzahl der Gegenstände, die geschüttelt werden, variieren |
| | 6 | Anzahlen mit Fingerbildern zeigen und erkennen: Kind zeigt eine bestimmte Anzahl mit den Fingern in einer Bewegung; Anzahl auf Würfeln erfassen, Würfelbilder vergleichen, ordnen | | | Bei den Zahlen eins, zwei, drei und vier zeigt Ludwig das richtige Fingerbild auf Anhieb<br>Nächstes Ziel: Fingerbilder sichern und erweitern |
| | 7 | Beim Üben immer wieder Mengen mit den Begriffen „mehr“, „weniger“ und „gleich viel“ vergleichen | | | Ludwig gebraucht die Begriffe „mehr“ und „weniger“ noch nicht sicher<br>Nächstes Ziel: durch Mengenvergleiche weiter einüben |

# 7. Wie unterstützen Beratungslehrkräfte, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen?

Beratungslehrkräfte, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen sind immer auch Lehrkräfte und setzen die bisher vorgestellten Elemente der Lernstandserhebung und -analyse selbst ein, um Förderschwerpunkte und Fördermöglichkeiten zu erarbeiten. Außerdem übernehmen sie eine Reihe weiterer Aufgaben:

### Gespräche und Beratung

Beratungslehrkräfte, Schulpsychologinnen und Schulpsychologen können bei Beratungsanlässen zum Thema Rechenschwierigkeiten die Arbeit der Lehrkräfte unterstützen. Sie führen Einzelgespräche mit dem Kind, dessen Erziehungsberechtigten, den Lehrkräften und Schulleitungen. Sie leiten Gespräche mit mehreren dieser Beteiligten und arbeiten bei Konflikten vermittelnd.

### Einsatz standardisierter Testverfahren

Standardisierte Testverfahren unterstützen die Diagnostik, indem sie klare Aussagen über die Leistung eines Kindes zu einem bestimmten Zeitpunkt liefern. Wichtig ist, dass die normierten Verfahren mit Bedacht eingesetzt werden. Schultests, die Rechenfähigkeiten überprüfen, können auch von dafür aus- oder weitergebildeten Lehrkräften durchgeführt werden (vgl. Kapitel 4.3, S. 28). Da für die schulinternen Fachkräfte sowie für schulexterne Experten nur eine begrenzte Anzahl an Verfahren zum Einsatz in den verschiedenen Klassenstufen zur Verfügung stehen, sollten die jeweiligen schulischen Fachkräfte vor Ort Absprachen treffen, welche Tests von wem eingesetzt werden. Dadurch wird vermieden, dass die zur Verfügung stehenden Verfahren bereits durchgeführt und damit beim Kind bekannt sind, bevor eine valide Diagnose gestellt werden konnte.

Informelle Verfahren lassen qualitative Aussagen über das Leistungsvermögen des Kindes zu. Der Testleiter erhält also Erkenntnisse, welche Bereiche des Rechnens bewältigt werden. Z. B. wird überprüft, ob die Addition oder Subtraktion im Zahlenraum bis 100 mit oder ohne Zehnerübergang mündlich und/oder schriftlich beherrscht wird. Auf diese Weise lässt sich der individuelle Förderbedarf einer Schülerin oder eines Schülers eingrenzen.

Darüber hinaus ermöglichen standardisierte bzw. normierte Tests Aussagen über den relativen Grad der individuellen Merkmalsausprägung. D. h., die Auswertung des Tests führt zu einem Zahlenwert, der das Ausmaß der Fertigkeit im Rechnen widerspiegelt. Auf diese Weise ist ein genauer Vergleich zwischen Personen ebenso möglich, wie ein Vergleich der Leistung einer Person zu unterschiedlichen Zeitpunkten oder ein Vergleich zwischen unterschiedlichen Leistungsbereichen derselben Person. Die Rechenfähigkeit einer Schülerin oder eines Schülers kann also z. B. mit seiner Rechenfähigkeit vor einem Jahr oder seiner Fähigkeit im Rechtschreiben oder Lesen oder auch mit seiner Gesamtintelligenz verglichen werden. Dieser Vergleich ist erforderlich, um Entwicklungen aufzuzeigen oder ggf. vorliegende Teilleistungsstörungen erkennen zu können. Mithilfe informeller Verfahren ist dies nicht möglich.

Beim Einsatz von standardisierten Verfahren sind unbedingt die jeweilige Durchführungsanleitung und die Auswertungsanweisung genau zu beachten. Dies beinhaltet u. a., dass Tests in der definierten Altersgruppe bzw. Jahrgangsstufe eingesetzt werden.

Bei einem Teil der standardisierten Verfahren ist auch eine Durchführung als Gruppentest möglich. Nur bei einem Einzeltest ist jedoch eine aussagekräftige Testbeobachtung möglich. Diese liefert Erkenntnisse z. B. über langes Zögern, langsames Bearbeiten oder impulsives Notieren bei einzelnen Aufgaben.

Kritisch anzumerken ist, dass je nach eingesetztem Verfahren fundierte Aussagen zu einzelnen Teilbereichen des Rechnens bei informellen Tests aussagekräftiger sein können. Dies liegt daran, dass bei standardisierten Verfahren zu den jeweiligen Bereichen, die überprüft werden, oft nur wenige Aufgaben gestellt werden. Da häufig innerhalb von etwa 30 Minuten die Inhalte eines gesamten Schuljahrs überprüft werden soll, ist dies auch nicht anders machbar.

Weiter ist zu berücksichtigen, dass lehrplanbezogene Tests immer nur eine Schnittmenge der teils unterschiedlichen Landeslehrpläne berücksichtigen können, nicht jedoch den gesamten Lehrplaninhalt der jeweiligen Jahrgangsstufe eines Bundeslandes.

Außerdem wird bei standardisierten Verfahren oft nicht erfasst, auf welche Weise das Ergebnis zustande gekommen ist. Z. B. wird bei der Aufgabe *8 + 4* das Ergebnis *12* als richtige Lösung gewertet, unabhängig davon, ob die Lösung durch Zahlzerlegung, durch Abruf von Faktenwissen oder durch zählendes Rechnen (im Kopf oder an Fingern oder Gegenständen) ermittelt wurde.

Folgende Testverfahren stehen zur Verfügung (Stand November 2015):

| Abkürzung | Bezeichnung | Testinhalte |
|---|---|---|
| BADYS 1–4+ | Bamberger Dyskalkulie-diagnostik | Visuell-räumliche Grundfertigkeiten, Gedächtnisleistungen, Mathematische Begriffe, Mengenerfassung, Zahlerfassung, alle Grundrechenarten, Umgang mit Maßen; zusätzlich liegt eine Kurzform vor, die einen Teil der Subtests umfasst; Durchführung: Ende Jahrgangsstufe 1 bis Anfang Jahrgangsstufe 6 |
| DEMAT 1+, 2+, 3+, 4 | Deutscher Mathematiktest für erste, zweite, dritte, vierte Klassen | Mathematiklehrpläne der jeweiligen Jahrgangsstufe aller deutschen Bundesländer |
| DIRG | Diagnostisches Inventar zu Rechenfertigkeiten im Grundschulalter | Grundlegende Rechenfertigkeiten (Grundlage des Verständnisses und der Durchführung fortgeschrittener Rechenoperationen);<br>Durchführung: Ende 1. bis 4. Schuljahr |
| ERT 0+<br><br><br>ERT 1+<br>ERT 2+<br>ERT 3+<br>ERT 4+ | Eggenberger Rechentest 0+<br><br><br>Eggenberger Rechentest 1+<br>Eggenberger Rechentest 2+<br>Eggenberger Rechentest 3+<br>Eggenberger Rechentest 4+ | Vorläuferkompetenzen für Mathematik: Kognitive Grundfähigkeiten, Mengen-Wissen, Zahlen-Wissen in insgesamt 17 Skalen;<br>Durchführung: Ende des Kindergartens bis Mitte der Jahrgangsstufe 1<br>Lehrplanorientiert: Grundfähigkeiten, Ordnungsstrukturen, Algebraische Strukturen, Angewandte Mathematik (ERT 1+/2+)<br>Ordnungsstrukturen, Algebraische Strukturen, Größenbeziehungen Angewandte Mathematik (ERT 3+/4+) |
| HRT 1– 4 | Heidelberger Rechentest | Weitgehend sprach- und lehrplanunabhängige Erfassung mathematischer Basiskompetenzen: Grundrechenarten, grundlegende Rechenoperationen, numerische und räumlich-visuelle Zusatzfunktionen in den Skalen Rechenoperationen und räumlich-visuelle Funktionen; Anm: keine Sachaufgaben;<br>Durchführung: Ende Jahrgangsstufe 1 bis Anfang Jahrgangsstufe 5 |
| KR 3–4 | Kettenrechner für dritte und vierte Klassen | Addition, Subtraktion und Multiplikation im Zahlenraum 0 bis 20;<br>Durchführung: Mitte und Ende der Jahrgangsstufe 3 bzw. 4 |
| OTZ | Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung | Acht Komponenten der Zahlbegriffsentwicklung: Vergleichen, Klassifizieren, Eins-zu-eins-Zuordnung, nach Reihenfolge ordnen, Zahlwörter benutzen, synchrones und verkürztes Zählen, resultatives Zählen, Anwenden von Zahlenwissen;<br>Durchführung im Alter von 4;6 bis 7;6 Jahren |
| RZD 2–6 | Rechenfertigkeiten- und Zahlenverarbeitungs-Diagnostikum für die 2. bis 6. Klasse | Zählfertigkeiten, Zahlenwissen, visuell-räumliche Mengenaspekte, Kopfrechnen, schriftliches Rechnen, Textaufgaben, Wissen und Anwendung von Rechenregeln<br>(hohe Differenzierung im unteren Leistungsbereich);<br>Durchführung: Ende der Jahrgangsstufe 2 bis Mitte der Jahrgangsstufe 6 |
| TeDDy-PC | Test zur Diagnose von Dyskalkulie | Grundlage: Neurobiologisches Triple-Code-Modell zur Entstehung von Rechenschwäche nach Dehaene<br>Zielsetzung: globale Einordnung der mathematischen Kompetenzen (computergestütztes Verfahren);<br>Durchführung: Ende der Jahrgangsstufe 1 bis Anfang der Jahrgangsstufe 4 in drei Testformen:<br>TeDDy-PC 1+, TeDDy-PC 2+, TeDDy-PC 3+ |

| Abkürzung | Bezeichnung | Testinhalte |
|---|---|---|
| ZAREKI-R | Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern – revidierte Fassung | Als theoretisches Modell für die Entwicklung der zwölf Subtests diente die von Deloche (1995) entwickelte Akalkuliebatterie für Erwachsene.<br>Subtests: *Abzählen, Zählen rückwärts mündlich, Zahlen schreiben, Kopfrechnen, Zahlenlesen, Anordnen von Zahlen auf einem Zahlenstrahl, Zahlen nachsprechen vorwärts und rückwärts, Zahlenvergleich (Worte), Perzeptive Mengenbeurteilung, Kognitive Mengenbeurteilung, Textaufgaben, Zahlenvergleich (Ziffern).*<br>Durchführung: Jahrgangsstufen 2 bis 4 |

### Intelligenzdiagnostik

Intelligenztests dürfen nur mit Zustimmung der Erziehungsberechtigten und nur von hierzu ausgebildeten Fachleuten durchgeführt werden. Im Bereich Schule sind dies Schulpsychologinnen und Schulpsychologen, Beratungslehrkräfte und Sonderpädagogen.

Der nachfolgende Abschnitt richtet sich speziell an Schulpsychologinnen und Schulpsychologen:

Bei Leistungsproblemen im Bereich der schulischen Fertigkeiten ist immer eine Intelligenzdiagnostik zu empfehlen. Hierdurch lässt sich abschätzen, welche Fertigkeit im Rechnen aufgrund der Begabung zu erwarten ist. So ergeben sich ggf. Hinweise auf das Vorliegen einer umschriebenen, also isolierten Problematik (Teilleistungsstörung). Dieses Wissen ist nötig, um die Lernschwierigkeiten eines Kindes verstehen zu können.

Je mehr Dimensionen in einem Intelligenztest erfasst werden, desto aussagekräftiger ist das Verfahren. Neben dem Gesamt-IQ ist immer das Begabungsprofil zu beachten.

Unabhängig von der Ermittlung von Testwerten ist eine gründliche Testbeobachtung hilfreich. Diese wird umso aufschlussreicher sein, je größer Erfahrung und Routine des Testleiters sind. Die Durchführung umfangreicher Intelligenztests liegt daher im Bereich der Regelschule in der Zuständigkeit und Verantwortung von Schulpsychologinnen und Schulpsychologen, bei bestimmten Anlässen auch bei Sonderschullehrkräften, z. B. dem Mobilen Sonderpädagogischen Dienst (MSD).

Weit verbreitete Intelligenztests, die ein Begabungsprofil darstellen, sind für das Grundschulalter (Stand August 2017):

| | |
|---|---|
| AID 3 | Adaptives Intelligenz Diagnostikum 3 |
| WISC-V | Wechsler Intelligence Scale for Children - Fifth Edition |
| IDS | Intelligence and Development Scales |
| KABC-II | Kaufman Assessment Battery for Children-2 (KABC-II) |

### Beurteilung der Kapazität des Arbeitsgedächtnisses

Das Arbeitsgedächtnis spielt eine zentrale Rolle bei der Informationsverarbeitung. Die Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses ist ein guter Prädiktor für kognitive Leistungen: „Die Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses stellt offensichtlich eine Art ‚Flaschenhals' des kognitiven Leistungspotentials dar." (Hasselhorn/Zoelch 2012, S. IX)

Wie auch in anderen Lernbereichen ist beim Erlernen des Rechnens das Arbeitsgedächtnis erforderlich, um Wissen zu erwerben. Sachverhalte, Fragestellungen, Zahlenwerte, Lösungsansätze, Rechengesetze und Zwischenergebnisse müssen mitunter gleichzeitig zur Verfügung stehen, um Aufgaben bewältigen zu können. Andererseits entlastet aufgebautes Wissen das Arbeitsgedächtnis, da Fakten abgerufen werden können. Wenn das Ergebnis der Aufgabe, z. B. *7 · 9*, nicht hergeleitet oder ausgerechnet werden muss, sondern „auswendig" zur Verfügung steht, wird das Arbeitsgedächtnis weniger beansprucht und damit entlastet. „Beziehungen zwischen Arbeitsgedächtnis und Rechnen wurden in empirischen Studien vielfach bestätigt." (Grube/Seitz-Stein 2012, S. 145)

In der ursprünglichen Version umfasst das Modell nach Hasselhorn/Zoelch (2012, S. 3) drei Teile, die alle am Rechnen beteiligt sind:

- Phonologische Schleife zum Umgang mit verbaler Information
- Visuell-räumlicher Skizzenblock zum Umgang mit bildhaften und räumlichen Informationen
- Übergeordnete zentrale Exekutive als Steuer- und Kontrollinstanz des gesamten Systems

Der aktuelle Forschungsstand, der der Arbeitsgedächtnistestbatterie für Kinder von 5 bis 12 Jahren (AGTB 5-12, Hasselhorn et al. 2012) zugrunde liegt, geht auf dieses Modell zurück. In zwölf Subtests werden Komponenten des Arbeitsgedächtnisses überprüft:

| Phonologisches Arbeitsgedächtnis | Visuell-räumliches Arbeitsgedächtnis | Zentral-exekutive Funktionen |
|---|---|---|
| Subtest-Beispiele:<br>Eine Reihe von Ziffern, von ein- bzw. dreisilbigen Wörtern oder von Kunstwörtern wird vorgegeben. Anschließend soll die Reihe wiedergegeben werden. | Subtest-Beispiel:<br>Für kurze Zeit wird ein Raster mit schwarz-weißem Muster präsentiert, das anschließend rekonstruiert werden soll. | Subtest-Beispiele:<br>• Unterschiedliche Farbflächen werden nacheinander für je 2 Sekunden präsentiert. Diese sollen anschließend mithilfe einer Farbtafel in umgekehrter Reihenfolge wiedergegeben werden.<br>• Zahlen rückwärts nachsprechen<br>• Nacheinander werden verschiedene Objekte bildlich dargeboten. Der Proband soll jeweils entscheiden, ob das Objekt essbar oder nicht essbar ist. Gleichzeitig soll sich das Kind die Reihenfolge der Objekte merken und diese anschließend wiedergeben. |

### Überprüfung des Arbeitsgedächtnisses

Die drei genannten Komponenten des Arbeitsgedächtnisses sind mithilfe der Arbeitsgedächtnistestbatterie für Kinder von 5 bis 12 Jahren (AGTB 5-12) diagnostisch gut zu erfassen. Soweit die AGTB 5-12 nicht zur Verfügung steht, kann die Funktion des Arbeitsgedächtnisses auch auf anderen Wegen eingeschätzt werden – wenn auch nicht mit der gleichen diagnostischen Schärfe. So können die Subtests der nachfolgend aufgeführten Verfahren zu den oben genannten drei Komponenten des Arbeitsgedächtnisses nicht eindeutig zugeordnet werden.

Folgende Intelligenztests überprüfen Teilbereiche des Arbeitsgedächtnisses (Stand November 2015):

| | | |
|---|---|---|
| AID 3 | Adaptives Intelligenz Diagnostikum 3 | Der Test enthält die Anforderung Zahlen nachsprechen unter der Bezeichnung *Unmittelbares Reproduzieren-numerisch*. Der Teil *Assoziieren* des Subtests *Kodieren und Assoziieren* überprüft die Merkfähigkeit und damit Teilbereiche des Arbeitsgedächtnisses. Ergänzend liegt der Zusatztest *Unmittelbares Reproduzieren-figural/abstrakt* vor. |
| HAWIK-IV bzw. WISC-IV | Hamburg-Wechsler-Intelligenztest für Kinder – IV bzw. Wechsler Intelligence Scale for Children – Fourth Edition | Subtests *Zahlen nachsprechen vorwärts und rückwärts*, *Buchstaben-Zahlen-Folgen*; der Subtest *Rechnerisches Denken* wird im HAWIK IV bzw. WISC IV dem Arbeitsgedächtnis zugeordnet. |
| IDS | Intelligence and Development Scales | Der Test erfasst Bereiche des Arbeitsgedächtnisses. Im Subtest *Gedächtnis Phonologisch* sollen vorgesprochene Folgen von Buchstaben oder Zahlen unmittelbar in derselben Reihenfolge wiedergegeben werden. Im Subtest *Gedächtnis Räumlich-Visuell* sollen geometrische Figuren aus einer Auswahl an ähnlichen Figuren wiedererkannt werden. |

| | | |
|---|---|---|
| KABC-II | Kaufman Assessment Battery for Children-2 (KABC-II) | Gedächtnisfunktionen werden mithilfe folgender Untertests erfasst: *Zahlen nachsprechen; Handbewegungen*, die in der vom Testleiter vorgegebenen Reihenfolge wiederholt werden sollen. Im Subtest *Wortreihe* werden die Namen alltäglicher Objekte vorgesprochen, sie sollen anschließend auf einer Bildertafel in der gleichen Reihenfolge gezeigt werden.<br>Im Subtest *Atlantis* nennt der Testleiter sinnfreie Fantasienamen, die er Bildern von Lebewesen zuordnet. Aus einer Auswahl mehrerer Bilder sollen diese wiedererkannt werden. Im Subtest *Symbole* werden Worte kleinen Zeichnungen zugeordnet. Symbolreihen sollen danach von der Testperson dekodiert werden, es werden so kurze Sätze „gelesen". |
| WNV | Wechsler Nonverbal Scale of Ability | Der sprachfreie Intelligenztest enthält für die Altersgruppe 8;0 bis 21;11 Jahre den Subtest *visuell-räumliche Merkspanne vorwärts und rückwärts*. Hierbei tippt der Testleiter auf einer dreidimensionalen, nicht veränderbaren Testvorlage eine Sequenz von Würfeln an. Die Testperson soll diesen Ablauf in gleicher oder umgekehrter Reihenfolge wiedergeben. Das Arbeitsgedächtnis für visuell-räumliche Stimuli wird so erfasst. |

Zu beachten ist, dass Intelligenztests stets vollständig durchgeführt werden sollten. Würden nur einzelne Subtests ausgewählt, würde dies die Möglichkeiten anderer Beratungs- oder Diagnosestellen einengen, da ein Testgesamtergebnis nicht mehr ermittelt werden kann. Testwiederholungen sind dann wegen der Lerneffekte erst nach Wartezeiten möglich.

### Diagnostik und Beratung bei Komorbiditäten

Oft müssen neben Rechenschwierigkeiten auch weitere Problembereiche abgeklärt werden. Es werden Symptome beobachtet oder berichtet, die beim Berater vertiefte psychologische Fachkenntnisse erfordern.

Folgende Beratungsanlässe, ob im Zusammenhang mit Schwierigkeiten im Rechnen oder unabhängig davon, fallen im Bereich der Schule in die Zuständigkeit der Schulpsychologinnen und Schulpsychologen:

- Entwicklungsstörungen des Sprechens und der Sprache
- Entwicklungsstörungen der motorischen Funktionen
- Umschriebene Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten: Lese- und Rechtschreibstörung, isolierte Rechtschreibstörung, kombinierte Störung schulischer Fertigkeiten
- Auditive und/oder visuelle Wahrnehmungsprobleme
- Aktivitäts- und Aufmerksamkeitsstörungen (ADHS)
- Anpassungsstörungen, z. B. ängstliches und/oder depressives Verhalten
- Schulangst
- Psychosomatische Symptome (Somatisierung)
- Störung des Sozialverhaltens

Die Zuständigkeit der Schulpsychologinnen und Schulpsychologen wird sich allerdings in aller Regel darauf beschränken, eine (erste) diagnostische Einschätzung vorzunehmen und andere Fachstellen oder ärztliche Hilfen zu empfehlen. Aufgrund der Verpflichtung zur Verschwiegenheit dürfen schulpsychologische Erkenntnisse nur mit ausdrücklicher Genehmigung der Erziehungsberechtigten an außerschulische Institutionen, Therapeuten oder Ärzte weitergeleitet werden.

## Literaturverzeichnis:


Aster, M. v./Lorenz, J. H. (Hrsg.) (2013[2]): Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. Göttingen.

Aster, M.v./Weinhold, M./Horn, R. (2006[2]): Testverfahren zur Dyskalkulie bei Kindern – revidierte Fassung (ZAREKI-R). Frankfurt a. M.

Bayerisches Staatsministerium für Arbeit und Soziales, Familie und Integration (2007): Vollzug des SGB VIII – Anpassung der Hinweise zu § 35a SGB VIII. AMS VI 5/7225/3/07 vom 31.01.2007. München.

Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (2001): Bekanntmachung zur Schulberatung in Bayern (KWMBl. Teil I Nr. 22/2001). München.

Bundesverband Legasthenie und Dyskalkulie e.V. (Hrsg.) (2013): Empfehlungen zur Diagnostik und Förderung von Kindern und Jugendlichen mit einer Rechenstörung in der Schule. Aktueller Wissensstand zum Thema Dyskalkulie.

Brunner-Berger, D./Schnell, A./Gabler, B. (2009): Das Münchner Einschulungsverfahren. München.

Daseking, M./Petermann, F. (2011): Diagnostische Erhebungsverfahren. Göttingen.

Dilling, H./Mombour, W./Schmidt, M. H. (Hrsg.) (2011[8]): Internationale Klassifikation psychischer Störungen. ICD-10, Kapitel V (F). Klinisch-diagnostische Leitlinien. Bern.

Dornheim, D. (2008): Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten. Berlin.

Editorial (2013): Developmental dyscalculia: Fresh perspectives. Trends in Neuroscience and Education 2, p. 33–37.

Ehlert, A./Schoeders, U./Fritz, A. (2012): Kritik am Diskrepanzkriterium in der Diagnostik von Legasthenie und Dyskalkulie. Lernen und Lernstörungen, 1 (3), S. 169–184.

Floer, J. (1995): Veranschaulichen und Handeln im Mathematikunterricht. In: Die Grundschulzeitschrift, Heft 82. Selze.

Fritz, A./Ricken, G./Gerlach, M. (2007): Kalkulie. Handreichung zur Durchführung der Diagnose. Berlin.

Gaidoschik, M. (2006[3]): Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern. Hamburg.

Gaidoschik, M. (2007): Rechenschwäche vorbeugen. 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen: Das Handbuch für LehrerInnen und Eltern. Wien.

Gaidoschik, M. (2014): Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis. Hamburg.

Ganser, B. (Hrsg.) (2012): Sicher zur Schulfähigkeit. Alle Vorläuferfähigkeiten in einem testen und gezielt fördern. Donauwörth.

Ganser, B. (Hrsg.) (2014[7]): Rechenschwäche überwinden. Band 1. Donauwörth.

Geary, D. C. (2004): Mathematics and learning disabilities. Journal of Learning Disabilities, 37(4), S. 4–15.

Grube, D./Seitz-Stein, K. (2012): Arbeitsgedächtnis und Rechnen. In: Hasselhorn, M./Zoelch, C. (2012): Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses, S. 145–157. Göttingen.

Häsel-Weide, U./Nührenbörger, M./Moser Opitz, E./Wittich, C. (2014[2]): Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen. Seelze.

Hasemann, K./ Gasteiger, H. (2014): Anfangsunterricht Mathematik. Berlin, Heidelberg.

Hasselhorn, M./Schneider, W. (2011): Frühprognose schulischer Kompetenzen. Göttingen.

Hasselhorn, M./Schumann-Hengsteler, R./Gronauer, J./Grube, D./Mähler, C./Schmid, I./Seitz-Stein, K./Zoelch, C. (2012): AGTB 5-12. Arbeitsgedächtnistestbatterie für Kinder von 5 bis 12 Jahren. Manual. Göttingen.

Hasselhorn, M./Zoelch, C. (2012): Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses. Göttingen.

Hengartner, E./Hirt, U./Wälti, B./Primarschule Lupsingen (2006): Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte, Zug.

Hennig, C./Ehinger, W. (2006[3]): Das Elterngespräch in der Schule. Hamburg.

ICD-10-GM (2015): Internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme. 10. Revision, German Modification. *www.dimdi.de/static/de/klassi/icd-10-gm/*. (aufgerufen am 13. Juli 2015)

Ise, E./Engel, R. R./Schulte-Körne, G. (2012): Was hilft bei Lese-Rechtschreibstörung? – Ergebnisse einer Metaanalyse zur Wirksamkeit deutschsprachiger Förderansätze. Kindheit und Entwicklung, 21, S. 122–136.

Ise, E./Schulte-Körne, G. (2013): Symptomatik, Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung. Zeitschrift für Kinder-und Jugendpsychiatrie und Psychotherapie, 41, S. 271–282.

Jacobs, C./Petermann, F. (2005): Diagnostik von Rechenstörungen. In: Hasselhorn, M./Marx, H./Schneider, W. (Hrsg.): Diagnostik von Mathematikleistungen. Tests und Trends (Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik) Bd. 4, S. 71–194. Göttingen.

Jost, D. /Erni, M./Schassmann, D. (1992): Mit Fehlern muss gerechnet werden – Mathematischer Lernprozess, Fehleranalyse, Beispiele und Übungen. Zürich.

Kaufmann, S./Wessolowski, S. (2006): Rechenstörungen. Diagnose und Förderbausteine. Seelze.

Krajewski, K. (2003): Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg.

Krajewski, K. (2005). Früherkennung und Frühförderung von Risikokindern. In: Aster, M. v./Lorenz, J. H. (Hrsg.) (2013[2]): Rechenstörungen bei Kindern. Göttingen.

Krajewski, K./Küspert, P./Schneider, W. (2002): Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+). Göttingen.

Krauthausen, G./Scherer, P. (2008[3]): Einführung in die Mathematikdidaktik. Berlin.

Lambert, K. (2015): Rechenschwäche – Grundlagen, Diagnostik und Förderung. Göttingen.

Landerl, K./Bevan, A./ Butterworth, B. (2004): Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9-year-old students, Cognition 93, p. 99–125.

Landerl, K./Kaufmann, L. (2013): Dyskalkulie: Modelle, Diagnostik, Intervention. Stuttgart.

Lorenz, J. H. (1995): Arithmetischen Strukturen auf der Spur. In: Die Grundschulzeitschrift, Heft 82. Selze.

Lorenz, J. H. (2000): Aus Fehlern wird man ... . Irrtümer in der Mathematikdidaktik des 20. Jahrhunderts. In: Grundschule, Heft 1. Braunschweig.

Lorenz, J. H. (2008[5]): Lernschwache Rechner fördern. Ursachen der Rechenschwäche, Frühhinweise auf Rechenschwäche, diagnostisches Vorgehen. Berlin.

Lorenz, J. H./Radatz, H. (1993): Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Hannover.

Moll, K.,/Bruder, J./Kunze, S./Neuhoff, N./Schulte-Körne, G. (2014): Specific learning disorder: Prevalence and gender differences. PLoS ONE, 9(7). DOI: 10.1371/journal.pone.0103537.

Moser Opitz, E. (2006): Förderdiagnostik: Entstehung – Ziele – Leitlinien – Beispiele. In Grüßing, M./Peter-Koop, A. (Hrsg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren, S. 10-28. Offenburg.

Moser Opitz, E./Ramseier, E. (2012): Rechenschwach oder nicht rechenschwach? Eine kritische Auseinandersetzung mit Diagnosekonzepten, Klassifikationssystemen und Diagnoseinstrumenten unter besonderer Berücksichtigung von älteren Schülerinnen und Schülern. Lernen und Lernstörungen, 1 (2), S. 99–117.

Moser Opitz, E./Reusser, L./Moeri Muller, M./Anliker, B./Wittich, C./Freesemann, C. (2010): Basisdiagnostik Mathematik für die Klassen 4–8 (BASIS-MATH 4–8). Bern.

Nickel, H. (1981): Schulreife und Schulversagen: Ein ökopsychologischer Erklärungsansatz und seine praktischen Konsequenzen. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht. Heft 28, S.19–37. München.

Padberg, F./Benz, Ch. (2011[4]): Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung. Heidelberg.

Rottmann, T./Franks, J. (2014): Fördern und dokumentieren. Ein effektives Protokollraster für die Diagnostik. In: Grundschulmagazin 1/2014. München.

Schipper, W./Wartha, S./Schroeders, N. v. (2011): BIRTE 2. Bielefelder Rechentest für das zweite Schuljahr. Handbuch zur Diagnostik und Förderung. Braunschweig.

Schipper, W./Wartha, S./Schroeders, N. v. (2011): Diagnostik arithmetischer Kompetenzen im 2. Schuljahr: BIRTE – Bielefelder Rechentest. In: Grundschulmagazin 4, S. 16–19. Oldenbourg.

Schmassmann, M./Diener, M. (2014): Wie viele Punkte hat das Hunderterfeld? In: Grundschulmagazin. München.

Schneider, W. (Hrsg.) (2013): Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen. Paderborn.

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (2008): Pädagogisch Diagnostizieren im Schulalltag. München.

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (2012): Bayerische Leitlinien für Bildung und Erziehung von Kindern bis zum Ende der Grundschulzeit. München.

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (2013): LehrplanPLUS. München.

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (2017): Kompetenzorientierter Unterricht: Leistungen beobachten – erheben – bewerten. München.

Sundermann, B./Selter, C. (2008): Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin.

Verboom, L. (2013): Leichter gesagt. In: Grundschule Mathematik, Heft 39, S. 40– 43. Seelze.

Wartha, S./Schulz, A. (2011): Aufbau von Grundvorstellungen (nicht nur) bei besonderen Schwierigkeiten im Rechnen. Kiel.

Wartha, S./Schulz, A. (2012): Rechenproblemen vorbeugen. Berlin.

Willimek, B. In: Regierung von Oberbayern. Rundbrief Nr. 20 (2012): Beratung zu Zählentwicklung und Zahlverständnis: Checklisten für Diagnostik und Förderung.

Wollring, B. (2006): Welche Zeit zeigt deine Uhr? Handlungsleitende Diagnostik für den Mathematikunterricht der Grundschule. Friedrich Jahresheft, 24, S. 64 – 67.

Wygotski, L. S. (1986): Denken und Sprechen. Frankfurt a. M.

Wehrmann, M. (2011²): Qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten im Grundlagenbereich Arithmetik. Berlin.

ZBFS – Bayerisches Landesjugendamt (2005): Hinweise zum Vollzug der gesetzlichen Bestimmungen nach § 35a SGB VIII. München.

# Weitere Informationen

▶ www.km.bayern.de/rechenschwierigkeiten


**Herausgeber**
Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus,
Ref. Öffentlichkeitsarbeit, Salvatorstraße 2, 80333 München

Diese Broschüre wurde im Auftrag des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus vom Arbeitskreis „Schulberatung in Bayern: Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen" im Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung erarbeitet.

**Leitung und Redaktion**

Uta Englisch — StDin, Schulpsychologin, Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung (ISB), Grundsatzabteilung

**Mitglieder**

Anke Denkhaus — Lehrerin, Schulpsychologin, Grundschule an der Gänselieselstraße, München, Staatliche Schulberatungsstelle Oberbayern-West

Ruth Dolenc-Petz — Seminarleiterin für Förderlehrkräfte, Grundschule Augsburg-Inningen, SINUS-Regionalkoordinatorin

Bernd Ganser, Dr. phil. — Schulpsychologe, Institutsrektor a. D., Akademie für Lehrerfortbildung und Personalführung Dillingen (ALP)

Petra Ihn-Huber — Lehrerin, Westpark-Grundschule Augsburg, wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik der Universität Augsburg

Reinhard Maar — Beratungsrektor, Schulpsychologe, Maria-Theresia-Mittelschule Günzburg, Schulpsychologische Beratungsstelle Günzburg

Klaus Markel — Rektor, Carl-von Ossietzky-Schule Nürnberg

**Anschrift**
Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung
Grundsatzabteilung
Schellingstraße 155 · 80797 München
Tel.: 089 2170-2301 · Fax: 089 2170-2205
E-Mail: andrea.neubauer@isb.bayern.de
Internet: *www.isb.bayern.de*

**Gestaltung**
PrePress-Salumae.com, Kaisheim

**Titelfoto**
Günter Förschner

**Druck**
Appel & Klinger Druck und Medien GmbH,
Schneckenlohe

Das verwendete Papier ist nach dem „Blauen Engel" zertifiziert und besteht zu 100% aus Altpapier.

**Stand**
März 2018