

# Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Vorschläge für einen  
handlungsorientierten Mathematik-  
unterricht in der Grundschule



München 2008

Erarbeitet im Auftrag des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus

**Leitung des Arbeitskreises und Redaktion:**

Barbara Kastenmüller, ISB

**Mitglieder des Arbeitskreises:**

Angela Becher, Volksschule Bayreuth - Laineck

Dr. Gabriele Loibl, Grundschule Plattling

Elisabeth Plankl, Volksschule Breitenbrunn

Margot Torke, Volksschule Altstadt

**Herausgeber:**

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

**Anschrift:**

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

Abteilung Grund-, Haupt- und Förderschulen

Schellingstr. 155

80797 München

Tel.: 089 2170-2852

Fax: 089 2170-2815

Internet: [www.isb.bayern.de](http://www.isb.bayern.de)

Liebe Kolleginnen, liebe Kollegen,

mit der vorliegenden Handreichung geben wir Ihnen Anregungen, wie Sie den Themenbereich „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ in allen Jahrgangsstufen der Grundschule aufgreifen können. Er ist für die Kinder von lebensweltlicher Bedeutung, besitzt eine hohe Motivationskraft und kann das Bild von und über Mathematik erweitern.

Dieser Themenbereich ist ansatzweise im bayerischen Lehrplan für die Grundschule aufgeführt und er ist Bestandteil der Bildungsstandards für den Primarbereich in Mathematik. Die Bildungsstandards definieren seit ihrer verbindlichen Einführung im Schuljahr 2005/06 die fachspezifischen Anforderungen in Mathematik:

### *3 Standards für inhaltsbezogene Kompetenzen*

*(...)*

#### *3.5 Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit*

**Daten erfassen und darstellen** • *in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen*  
• *aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen*

**Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen** • *Grundbegriffe kennen (z.B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich)*  
• *Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z.B. bei Würfelspielen) einschätzen*

Die Bildungsstandards wurden allen bayerischen Grundschulen im Juli 2005 in einem Sonderdruck zur Verfügung gestellt.  
Im Netz nachzulesen unter: [www.kmk.org/schul/home1.htm](http://www.kmk.org/schul/home1.htm)

Die Unterrichtsarbeit orientiert sich also einerseits an den allgemeinen und inhaltlichen Kompetenzen, wie sie in den Bildungsstandards für das Fach Mathematik formuliert und konkretisiert sind, andererseits am bayerischen Grundschullehrplan 2000. Bildlich gesprochen könnte man es so formulieren:

Die Intentionen und Inhalte des Lehrplans zeigen den Weg auf, den man im Unterricht beschreitet, um die Bildungsstandards als Ziel zu erreichen.

Um den Bereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit in Ihrer täglichen Arbeit umsetzen zu können, finden Sie im folgenden Praxisteil Vorschläge für die konkrete Unterrichtsgestaltung. Die vorgestellten Beispiele beziehen sich auf alle Aspekte des Themenbereichs: Zunächst **Daten und Häufigkeiten**, ferner die **Kombinatorik** und zuletzt **Wahrscheinlichkeiten**. Sie werden jeweils den Jahrgangsstufen 1/2 bzw. 3/4 zugeordnet.

Der Praxisteil ist so strukturiert, dass Sie jede Seite der Handreichung als konkrete Unterrichtshilfe verwenden können. Das Sammeln von Daten, das Handeln und das entdeckende Lernen der Schüler bilden den Kern der Arbeit. Dazu gehören vorherige Vermutungen, das Verbalisieren der Handlungen sowie das Reflektieren, Diskutieren und Argumentieren.

Inhaltsübersicht:

Themenbereich	Thema	Jgst.	Seite
---------------	-------	-------	-------

Daten und Häufigkeit	Unsere Klasse (Teil 1)	1/2	5
	Unsere Klasse (Teil 2)	1/2	6
	Unsere Klasse – unsere Schule	1/2	7
	Unsere Lebenswelt	1/2	8
	Wir wiegen unsere Schultaschen	3/4	9
	Wir messen Niederschläge	3/4	10

Kombinatorik	Welche Kombinationen sind möglich?	1/2	11
	Wie viele Kombinationen sind möglich?	1/2	12
	Spielen mit Zahlen	3/4	13
	4 Plüschtiere aufstellen	3/4	14
	Briefträgeraufgabe	3/4	15

Wahrscheinlichkeit	Würfeln mit einem Würfel	1/2	16
	Würfeln mit zwei Würfeln	1/2	17
	Angelspiel	3/4	18
	Perlen ziehen	3/4	19
	Würfelspiel	3/4	20

Literatur		---	21
-----------	--	-----	----

### Unsere Klasse (Teil 1)

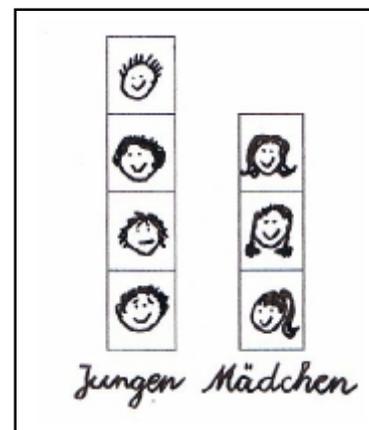
#### Lerninhalte

- Erstellen und Lesen einfacher Säulen- oder Balkendiagramme mit Daten der eigenen Klasse
- Begriffsbildung: *mehr als, weniger als, gleich viele, am meisten, am wenigsten*

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

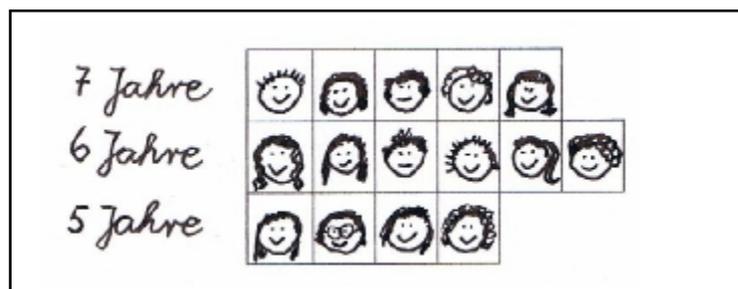
##### a) Wie viele Jungen und Mädchen sind in unserer Klasse?

- Jedes Kind zeichnet sich auf eine Karte (z.B. Größe DIN A5).  
Alternativ kann jedes Kind auch ein Blatt mit einem Foto von sich gestalten oder seine Hand auf der Karte umfahren.
- Die Karten werden in zwei Säulen nach Jungen und Mädchen geordnet.
- Die Ergebnisse werden verbalisiert.  
Begriffe: mehr als, weniger als, gleich viele
- Die Anzahlen werden durch Zählen ermittelt und auf dem Schaubild festgehalten.
- Ausweitung: Vergleich mit anderen Klassen



##### b) Wie alt sind die Kinder unserer Klasse?

- Die vorhandenen Bildkarten (siehe oben) werden nach dem momentanen Alter der Kinder geordnet: 5 Jahre, 6 Jahre, 7 Jahre
- Die Ergebnisse werden verbalisiert.  
Begriffe: älter als, jünger als, gleich alt wie  
„Die meisten Kinder sind ... Jahre alt, die wenigsten Kinder sind ... Jahre alt.“
- Die genauen Anzahlen werden durch Zählen ermittelt.
- Das Schaubild im Klassenzimmer wird bei jedem Geburtstag aktualisiert und verbalisiert.



### Unsere Klasse (Teil 2)

#### Lerninhalte

- Anzahlen durch Strichlisten erfassen und in Schaubildern graphisch darstellen
- Begriffsbildung: *mehr als, weniger als, gleich viele, am meisten, am wenigsten*

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

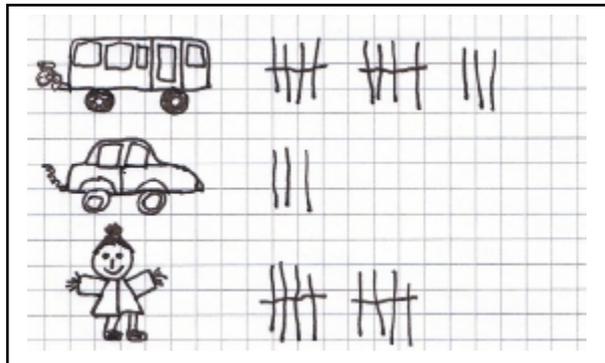
##### a) Wie kommen die Kinder unserer Klasse zur Schule?

- Zählen der Schüler, die mit dem Bus, zu Fuß oder mit dem Auto zur Schule kommen
- Darstellen der Anzahlen durch Striche und Erstellen eines Schaubildes
- Verbalisieren der Ergebnisse

Begriffe:

mehr als, weniger als,  
gleich viele wie,  
die wenigsten Kinder,  
die meisten Kinder usw.

- Fragen zum Schaubild stellen und beantworten wie z.B.:  
„Wie viele Kinder gehen zu Fuß zur Schule?“



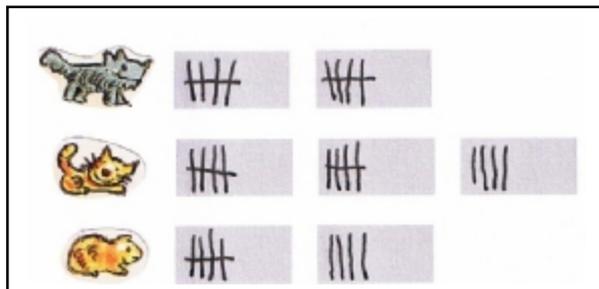
##### b) Haustiere der Kinder in unserer Klasse

- Erstellen eines Schaubildes: jedes Haustier durch einen Strich festhalten
- Anzahlen der jeweiligen Haustiere durch Zählen ermitteln und miteinander vergleichen

Begriffe:

mehr als, weniger als,  
gleich viel wie

- Fragen zum Schaubild stellen und beantworten wie z.B.: „Wie viele Hunde sind es mehr als Katzen?“



- Daten hinterfragen wie z.B.:  
„In unserer Klasse sind 26 Kinder, aber das Schaubild zeigt 33 Haustiere. Kann das stimmen?“

##### c) Weitere Themenvorschläge:

- Wie viele Kinder leben in deiner Familie?
- Wie viele Schwimmer und Nichtschwimmer sind in unserer Klasse?
- Selbständig Strichlisten zu eigenen Themen erstellen

## Daten und Häufigkeit – Jahrgangsstufe 1/2

### Unsere Klasse – unsere Schule

#### Lerninhalte

- Daten ermitteln und in Schaubildern, Balken- und Säulendiagrammen darstellen
- Informationen aus verschiedenen Darstellungen entnehmen und verbalisieren

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

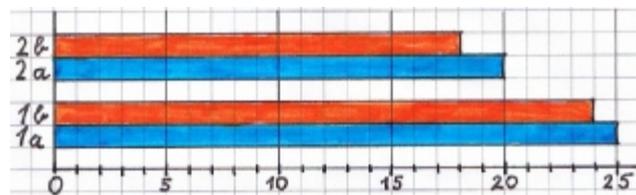
##### a) Unser Geburtstagskalender

- Strichliste: Eintragen beim eigenen Geburtstagsmonat
- Daten verbalisieren und Fragen beantworten wie z.B.:  
„Wie viele Kinder haben im Januar Geburtstag?  
In welchem Monat haben die meisten/die wenigsten/keine Kinder Geburtstag?“
- Vergleich der Ergebnisse mit Daten einer anderen Klasse der Schule



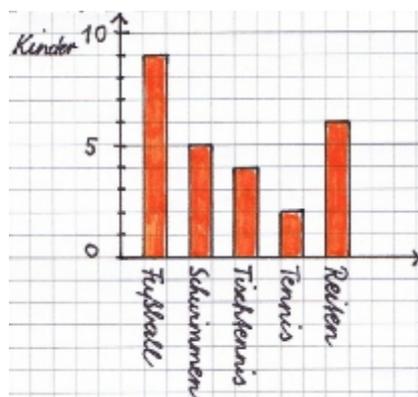
##### b) Wie viele Kinder sind in jeder Klasse?

- Schüler ermitteln Schülerzahlen
- Anzahlen in eine Tabelle eintragen
- Veranschaulichung durch ein Balken- oder Säulendiagramm (pro Schüler ein Kästchen)
- Anzahlen vergleichen, Fragen zum Schaubild stellen und beantworten



##### c) Lieblingssportarten der Kinder unserer Klasse

- Schüler erzählen von ihren Lieblingssportarten
- Ergebnisse in einer einfachen Tabelle festhalten und in einem Schaubild darstellen
- Anzahlen vergleichen, Fragen zum Schaubild stellen und beantworten



Richtig oder falsch? Kreuze an:

Tennis spielen die wenigsten Kinder. r   f

Reiten ist die Lieblingssportart der meisten Kinder. \_\_\_ \_\_\_

Gleich viele Kinder mögen am liebsten Schwimmen und Tischtennis. \_\_\_ \_\_\_

Die meisten Kinder haben Fußball als Lieblingssportart. \_\_\_ \_\_\_

##### d) Zu eigenen Themen Tabellen und Schaubilder erstellen

## Daten und Häufigkeit - Jahrgangsstufe 1/2

### Unsere Lebenswelt

#### Lerninhalte

- Daten ermitteln und in Schaubildern, Balken- und Säulendiagrammen oder Tabellen darstellen
- Informationen aus verschiedenen Darstellungen entnehmen und verbalisieren

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

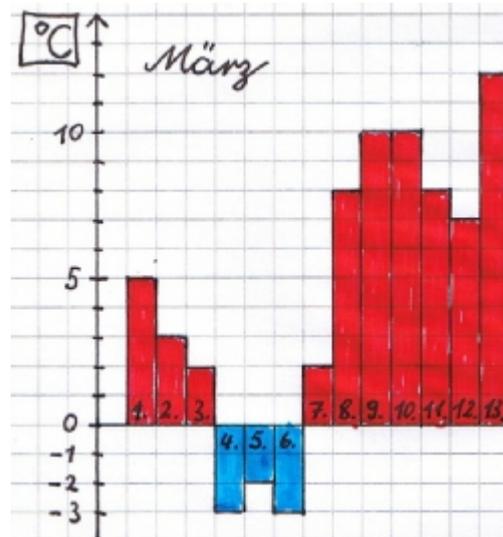
a) Wie viele Gummibärchen von jeder Farbe sind in einer Tüte?

- Vermutungen über die Anzahl der verschiedenen Farben der Gummibärchen in einer Tüte anstellen
- Vermutungen durch Sortieren und Zählen überprüfen
- Ergebnisse in einer Tabelle festhalten
- Zählergebnisse in einem Balken- oder Säulendiagramm darstellen
- Verbalisieren der Ergebnisse und Vergleich mit den Vermutungen
- In Gruppenarbeit weitere Packungen untersuchen und die Ergebnisse vergleichen
- Ausweitung: „Ist es möglich/sicher/unmöglich, dass in einer Tüte 40 rote Gummibärchen sind?“

Farbe	Anzahl	
	Tüte 1	Tüte 2
rot	43	45
gelb	23	18
orange	15	30
grün	23	20
weiß	25	16
zusammen	129	129

b) Wie warm ist es bei uns im März?

- Ablesen und Notieren der Lufttemperatur an jedem Tag zu einer festgelegten Uhrzeit, z.B. in der Pause
- Veranschaulichen der Ergebnisse in einem Diagramm
- Temperaturen vergleichen, Fragen zum Schaubild stellen und beantworten:  
„Welcher Tag war bisher bzw. im ganzen Monat der wärmste, der kälteste?  
Wie viele Tage waren unter oder über 0°Celsius / 10°Celsius usw.“
- Temperaturen mit einem Diagramm vom Vorjahr oder einem Urlaubsland vergleichen (Tipp: Jeden Tag die aktuellen Temperaturen ausgewählter Städte im Internet abrufen)



c) Aus vorgegebenen Schaubildern Informationen entnehmen und Fragen dazu beantworten

Fundstellen: Schulbücher, Kinderzeitschriften, Kinderseiten im Internet usw.

d) Zu eigenen Themen selbständig Schaubilder erstellen

## Daten und Häufigkeit – Jahrgangsstufe 3/4

### Wir wiegen unsere Schultaschen

#### Lerninhalte

Ermitteln von Größen und deren Darstellung in Tabellen und Schaubildern

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

##### Materialbedarf:

Schultaschen, Personenwaage

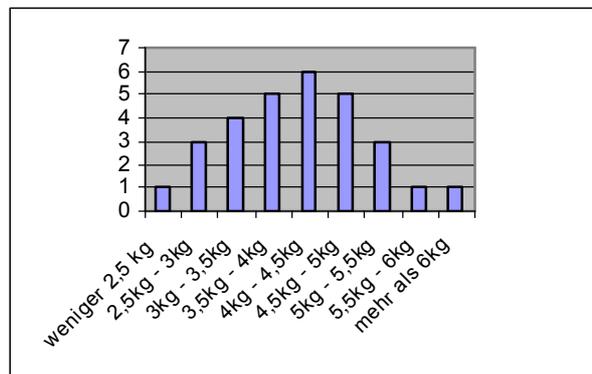
##### Vorgehensweise:

Im Rahmen der Erarbeitung des Größenbereiches „Gewicht“ wiegen die Kinder ihre Schultaschen.

- Notieren der ermittelten Größen (Tafel, Block, Heft)
- Erstellen einer Tabelle
- Eintragen der notierten Größen in Form einer Strichliste  
(Vereinbarung: z.B.: 3 kg gehört zur Klasse 2,5 kg bis 3 kg)

weni- ger als 2,5kg	2,5 kg bis 3 kg	3 kg bis 3,5 kg	3,5 kg bis 4 kg	4 kg bis 4,5 kg	4,5 kg bis 5 kg	5 kg bis 5,5 kg	5,5 kg bis 6 kg	mehr als 6 kg

- Ablesen der Häufigkeiten in den Spalten
- Feststellen, in welcher Gewichtsklasse sich die meisten Schultaschen befinden
- Diagrammraster gemeinsam erstellen, z.B.: senkrechte Achse gibt Anzahl der Schultaschen an, waagrechte Achse gibt die Gewichtsklassen an
- Übertragen der Ergebnisse aus der Tabelle in das Diagramm



- Vergleich der beiden Darstellungsmöglichkeiten – Vorteile und Nachteile benennen, z.B. Übersichtlichkeit, schnelles Ablesen gegenüber Abzählen

#### Ausweitung:

Im Rahmen der Gesundheitserziehung können im Anschluss an diese Arbeit noch (auf freiwilliger Basis) Kinder gewogen werden. Das Körpergewicht der Kinder wird in Vergleich zu ihren jeweiligen Schultaschen gesetzt: In einer neuen Strichliste wird festgehalten, ob ein Kind eine Schultasche dabei hat, die leichter als ein Zehntel seines Gewichtes ist, diesem Verhältnis entspricht oder schwerer ist.

„Erstellt (in Gruppenarbeit) eigene Tabellen und Schaubilder!“

### Wir messen Niederschläge

#### Lerninhalt

Ermitteln von Größen und deren Darstellung in Tabellen und Schaubildern

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

##### Materialbedarf:

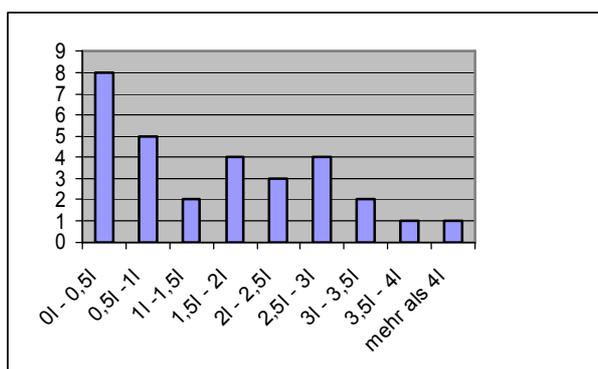
Regenstandsmesser (für Ausweitung: Internetseiten mit Niederschlagsdiagrammen verschiedener Regionen und Monate)

##### Vorgehensweise:

- im Rahmen des Größenbereichs „Hohlmaße“ messen die Schüler mit einem Regenstandsmesser die Niederschläge während einer Woche bzw. eines Monats
- Notieren der ermittelten Werte (Tafel, Block, Heft)
- Erstellen einer Tabelle
- Eintragen der notierten Größen in Form einer Strichliste
- (Vereinbarung: z.B.: 1l gehört zur Klasse 0,5 l bis 1 l)

0 bis 0,5 l	0,5 l bis 1 l	1 l bis 1,5 l	1,5 l bis 2 l	2 l bis 2,5 l	2,5 l bis 3 l	3 l bis 3,5 l	3,5 l bis 4 l	mehr als 4 l

- Ablesen der Häufigkeiten in den Spalten
- Feststellen, in welchem Bereich die meisten (die wenigsten) Tage liegen
- Diagrammraster erstellen: Achse nach oben gibt die Anzahl der Tage an, Achse nach rechts gibt die Niederschlagsmengen an
- Übertragen der Ergebnisse aus der Tabelle in das Diagramm



- Vergleich der beiden Darstellungsmöglichkeiten (Vor- und Nachteile benennen wie z.B. Übersichtlichkeit, schnelles Ablesen gegenüber Abzählen)

##### Ausweitung:

„Suche unterschiedliche Niederschlagsdiagramme (z.B. aus dem Internet, der Zeitung, dem Atlas etc.) und vergleiche sie miteinander.“

„Vergleiche verschiedene Monate in deiner Heimatregion.“

„Vergleiche gleiche Monate in unterschiedlichen Regionen, Urlaubsländern etc.“

## Kombinatorik – Jahrgangsstufe 1/2

### Welche Kombinationen sind möglich?

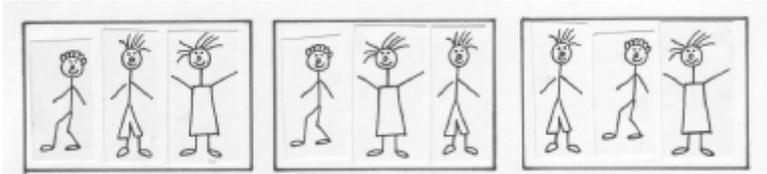
#### Lerninhalte

- Sachsituationen mit kombinatorischem Inhalt nachvollziehen und verbalisieren
- Einfache Zeichnungen erstellen
- Begriffsbildung

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

a) Fotos von drei Freunden - Wie viele Möglichkeiten haben sie, sich nebeneinander aufzustellen?

- Aufstellen der Kinder in unterschiedlicher Reihenfolge
- Genaues Verbalisieren, z.B. „Simon steht links, Jakob in der Mitte und Laura rechts.“
- Unterschiedliches Anordnen von 3 Bildern mit je einem Kind (in Gruppen- oder Partnerarbeit)
- Notationen finden, wie z.B.: Anfangsbuchstaben der Namen, Strichmännchen, ...



- Verbalisieren der Möglichkeiten

b) Turm aus 3 Legosteinen - Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es?

- 3 Legosteine in den Farben rot, gelb und blau  
Bauen verschiedener Türme:



- Genaues Verbalisieren
- Zeichnerische Darstellung

#### Ausweitung:

- „Tausche den roten Legosteine in einen blauen. Jetzt hast du zwei blaue und einen gelben Stein. Wie viele Möglichkeiten hast du nun?  
Vermute: Gibt es mehr oder weniger Möglichkeiten? Überprüfe deine Vermutung!“ (Handlung oder zeichnerische Darstellung)
- „Du hast nur blaue Legosteine.“

c) Weitere Themenvorschläge:

- Frühstücksgeschirr: 2 Tassen in den Farben rot und gelb und zwei Unterteller in den Farben grün und blau
- Es gibt drei Eissorten: „Du darfst 2 Kugeln Eis bestellen. Du kannst auch 2 Kugeln derselben Sorte nehmen.“
- Themenvorschläge der Kinder aufgreifen

## Kombinatorik – Jahrgangsstufe 1/2

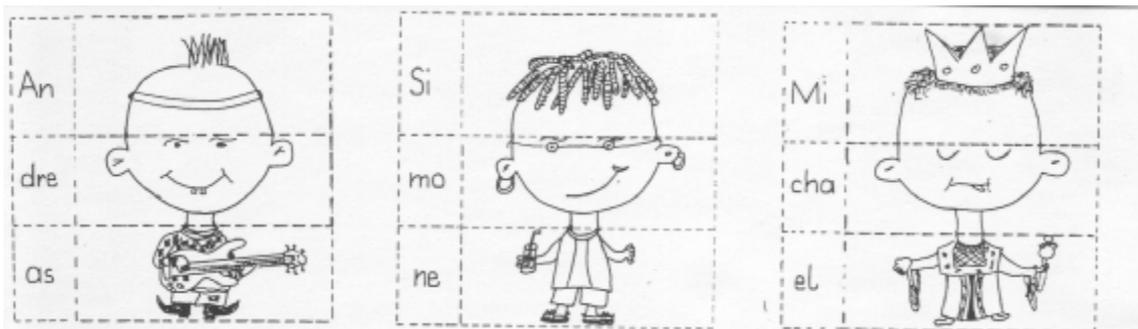
### Wie viele Kombinationen sind möglich?

#### Lerninhalte

- Sachsituationen mit kombinatorischem Inhalt nachvollziehen und verbalisieren
- Ergebnisse in einer einfachen Tabelle darstellen

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

##### a) Lustige Figuren - Wie können sie aussehen?



- Ausschneiden der einzelnen Teile und Finden unterschiedlicher Möglichkeiten durch Legen
- Verbalisieren der verschiedenen Möglichkeiten
- Notationsformen finden, z.B. 3-silbige Namen  
Mi-dre-ne, Mi-mo-as, Si-dre-el
- Differenzierung: Ermitteln der unterschiedlichen Möglichkeiten durch zeichnerische Darstellung; Finden möglichst aller Kombinationen
- evtl. Entwickeln einer systematischen Vorgehensweise

##### b) Im Restaurant wählst du ein Hauptgericht und eine Nachspeise. Wie kannst du dich entscheiden?

Hauptgericht	Nachspeise
Schnitzel mit Kartoffelsalat	Obstsalat
Nudeln mit Tomatensauce	Pudding
Hähnchen mit Bratkartoffeln	Eis

- Speisen kombinieren (Bild- oder Wortkarten)
- Notation der Ergebnisse, z.B. in einer Tabelle:

Hauptgericht	Nachspeise
Sch	O
Sch	P

	1	2	3	4	5	...
Schnitzel	x	x	x			
Nudeln				x	x	
Hähnchen						
Obstsalat	x			x		
Pudding		x			x	
Eis			x			

- Verbalisieren und Auswerten

##### c) Weitere Themenvorschläge:

- Kleidungsstücke kombinieren: 3 Hosen und 2 T-Shirts
- 4 verschiedene Spielzeugautos: „Du darfst dir zwei aussuchen.“
- Selbständig Sachsituationen finden

## Spielen mit Zahlen

### Lerninhalte

Zahlen aus verschiedenen Ziffern bilden

### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

#### Material:

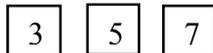
Ziffernkärtchen 0 – 9, Würfel mit Ziffern 0 – 9  
(alternativ: üblicher Spielwürfel,  
Ziffernkärtchen 1 – 6)



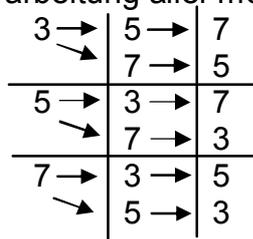
#### Vorgehensweise:

- beim Aufbau des Zahlenraumes bis 1000 „Spekulieren“ spielen (L würfelt einmal; diese Punktezahl trägt jedes Kind in seinem Bündelhaus an einem von ihm ausgewählten Stellenwert ein; nun wird das zweite Mal gewürfelt und wieder trägt jedes Kind ein; usw.). Ziel dabei ist es, nach 3 Würfeln die größte (oder kleinste) dreistellige Zahl erreicht zu haben.
- Aufgreifen der Frage nach den Möglichkeiten, mit drei unterschiedlichen Ziffern dreistellige Zahlen zu bilden, wenn jede Ziffer nur genau einmal in der Zahl vorkommen darf.

Beispiel



- unsystematisch verschiedene Kombinationen bilden  
357, 753, 537, 735, 573, 375
- Erkenntnis gewinnen: „Erkläre, warum es nur diese 6 Zahlen gibt!“
- systematische Erarbeitung aller möglichen Kombinationen



#### Ausweitung:

- „Bilde alle dreistelligen Zahlen aus 1, 2, 4. Es dürfen aber nur gerade Zahlen gebildet werden.“
- „Bilde alle dreistelligen Zahlen aus zwei verschiedenen Ziffern.“
- „Bilde aus 0, 1, 3 dreistellige Zahlen.“ Dabei ist in der Klasse zu klären, ob 013 als eine dreistellige Zahl gilt oder nicht. (Auch wenn in der Mathematik 013 nicht als dreistellige Zahl gesehen wird, akzeptieren einige Mathematikdidaktiker sie im Rahmen der systematischen Erarbeitung schon als solche).
- „Bilde alle dreistelligen Zahlen aus drei unterschiedlichen Ziffern, wobei aber die Ziffern auch mehrmals in der Zahl vorkommen dürfen.“
- „Stelle deinem Partner ähnliche Aufgaben!“
- „Legt eine Kartei mit solchen Aufgaben an!“  
Auch bei diesen Aufgabenstellungen sollte man über das Probieren zum systematischen Vorgehen gelangen.

Bei der Bearbeitung aller Aufgaben ist es wichtig, den Kindern einsichtig zu machen, dass man nur über die systematische Vorgehensweise sicher sein kann, alle Möglichkeiten gefunden zu haben. Denn sollte der Überblick bei den ersten Aufgabenbeispielen noch leicht behalten werden, wird dies bei der größeren Anzahl von Möglichkeiten im letzten Beispiel doch schnell unüber-sichtlich.

### 3. Jahrgangsstufe – Kombinatorik

#### 4 Plüschtiere aufstellen

##### Lerninhalte

Sachsituation mit kombinatorischem Inhalt systematisch erschließen

##### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

###### Material:

4 Plüschtiere (evtl. je zweimal), je Schülergruppe: Bilder der Plüschtiere

###### Aufgabe:

Vier Plüschtiere sollen auf ein Regalbrett gestellt werden. Welche Möglichkeiten gibt es, die Tiere in eine Reihe nebeneinander zu stellen?

###### Vorgehensweise:

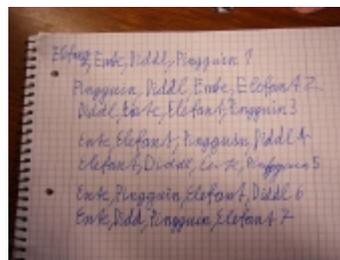
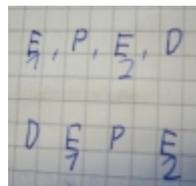
Sachsituation mit Plüschtieren demonstrieren.  
(Hinweis: das Vertauschen zweier Tiere ist eine neue Möglichkeit)



Gruppenarbeit: Legen von Anordnungsmöglichkeiten mit Bildkärtchen



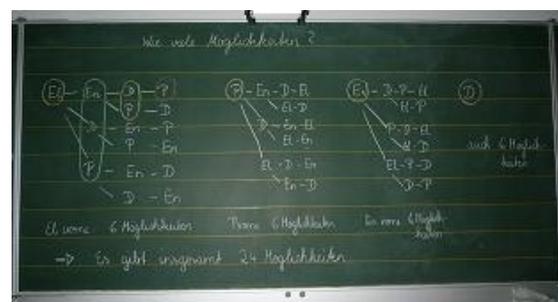
Notieren der Ergebnisse, wobei Notationsform in der Gruppe vereinbart wird



Systematisches Erarbeiten aller Möglichkeiten

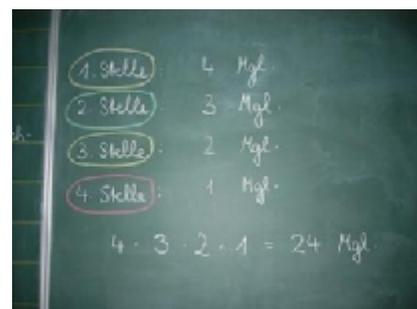
Tipp: „Du hast eine Reihenfolge gefunden, lasse nun die ersten beiden Tiere stehen. Jetzt kannst du eine Änderung vornehmen. Gibt es außer diesem Vertauschen noch eine weitere Möglichkeit? Welche Stelle kann man nun verändern?“

Notation als Baumdiagramm



###### Ausweitung:

- Rechnerische Lösung erarbeiten
- 5 Gegenstände kombinieren
- „Wähle selbst eine andere Anzahl von Gegenständen und kombiniere sie. Zeichne und rechne!“



## Briefträgeraufgabe

### Lerninhalte

- Sachsituationen mit kombinatorischem Inhalt nachvollziehen und verbalisieren
- Notation finden, Systematik erkennen und rechnerische Lösung erarbeiten

### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

Ein Briefträger überlegt beim Austragen der Briefe, auf wie viele verschiedene Arten er eine Treppe mit 8 Stufen (eventuell auf Schulsituation anpassen) hinaufgehen kann. Dabei betritt er immer die erste Stufe. Danach hat er die Möglichkeit entweder die nächste oder die übernächste Stufe zu nehmen. Bei jeder Stufe entscheidet er neu. Wie viele Möglichkeiten hat er?

- Verdeutlichen der Problemstellung an einer Treppe
- Schüler steigen wie der Briefträger die Treppe hinauf und notieren ihre Möglichkeiten (beginnen mit wenigen Treppenstufen)

- zeichnerische Darstellung



### Erarbeitung des Folgenschemas:

- Verkleinern der Treppe auf 3 Stufen
- Notation der Möglichkeiten in einer Tabelle

1. Stufe	2. Stufe	3. Stufe
<b>X</b>		<b>X</b>
X	X	X

(vergleiche zeichnerische Darstellung)

- Erweitern der Treppe jeweils um eine Stufe (bis zu 8 Stufen)
- Notation der Möglichkeiten jeweils in einer Tabelle (siehe oben)
- Erkennen, wie die Anzahl der möglichen Lösungen mit zunehmender Stufenanzahl anwächst

Stufen	1	2	3	4	5	6	7	8
Möglichkeiten	1	1	2	3	5	8	13	21

- Erkennen der Systematik: Die Anzahl der Möglichkeiten einer bestimmten Stufe setzt sich zusammen aus der Anzahl der Möglichkeiten der letzten und der vorletzten Stufe (Fibonacci-Zahlen).

### Ausweitung:

„Ermittle mit Hilfe der erarbeiteten Erkenntnis und Systematik die Anzahl der Möglichkeiten für weitere Stufenanzahlen.“

## Wahrscheinlichkeit – Jahrgangsstufe 1/2

### Würfeln mit einem Würfel

#### Lerninhalte

- Erste Erfahrungen zur Wahrscheinlichkeit
- Begriffsbildung: *sicher, möglich, unmöglich*

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

Begriffsbildung: Was ist sicher? Was ist unmöglich? Was ist möglich?

- Schüler werden mit den Begriffen konfrontiert und bringen ihre Vorerfahrungen dazu ein, z.B. „Es ist möglich, dass es morgen regnen wird. Es ist unmöglich, dass wir morgen Skifahren....“  
Dabei auch umgangssprachliche Begriffe der Kinder wie wahrscheinlich, unwahrscheinlich und vielleicht gelten lassen
- Reflektierter Gebrauch der Begriffe zu Alltagssituationen: Sätze zu den Begriffen sicher, unmöglich und möglich bilden, z.B.: „Es ist sicher, dass ich morgen nicht Geburtstag habe.“
- Aussagen vorgeben und entscheiden, ob die Situation als möglich, unmöglich oder sicher zu bewerten ist, z.B. „Der Heilige Abend ist immer am 24. Dezember.“ „Ich werde morgen einen Meter größer sein.“ „Ich bin ein Kind.“

Wir würfeln mit einem Würfel

- Übertragen der Begriffe sicher, möglich und unmöglich auf das Würfeln, z.B.: „Ist es möglich, dass ich eine 6 würfle?“
- Vermuten: „Wie müsste der Würfel aussehen, damit du sicher eine 6 würfelst? Wie müsste der Würfel aussehen, damit es unmöglich ist eine 6 zu würfeln?“
- Herstellen verschiedener Würfel, bei denen die 6 zweimal (dreimal, ...) erscheint
- Vermutungen, z.B.: „Würfelst du sicher eine 6?“
- Mit den unterschiedlichen Würfeln jeweils 20 Versuche durchführen, Notation in Form einer Strichliste

	Würfel mit zwei Sechsern	Würfel mit drei Sechsern	Würfel mit vier Sechsern	Würfel mit fünf Sechsern
6er Würfe	IIII	††† IIII	††† †††	††† ††† IIII

- Ergebnisse untereinander und mit den Vermutungen vergleichen
- Erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit eine „6“ zu würfeln umso größer ist, je öfter die „6“ auf dem Würfel ist

## Wahrscheinlichkeit – Jahrgangsstufe 1/2

### Würfeln mit zwei Würfeln

#### Lerninhalte

- Erfahrungen zur Wahrscheinlichkeit
- Sicherung der Begriffe: *sicher, möglich, unmöglich*
- Begriffsbildung: *wahrscheinlich, unwahrscheinlich*

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

- Begriffe sicher, möglich und unmöglich auf das Spiel mit zwei Würfeln übertragen, z.B.: „Es ist möglich, dass ich zweimal die 6 würfle, es ist sicher, dass ich nicht 1 erhalte, ...“ (vgl. Jgst. 1)
- Gruppenarbeit: Würfeln mit zwei Würfeln  
zunächst vermuten, welcher Summenwert am häufigsten vorkommt;  
anschließend 50mal würfeln und Ergebnisse in einer Strichliste notieren

Summenwert	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	II	IIII	I	IIII I	IIII	IIII IIII	IIII IIII	IIII II	IIII IIII	III	II

- Vergleich der Ergebnisse mit den Vermutungen und mit den Ergebnissen der anderen Gruppen
- Verwenden der Begriffe *wahrscheinlich* und *unwahrscheinlich*, z.B.: „Es ist *wahrscheinlich*, dass ich öfter 7 erhalte als 12. Es ist *unwahrscheinlich*, aber *möglich*, dass ich 2 erhalte.“
- Finden aller möglichen Würfelkombinationen zu den einzelnen Summenwerten

Summe beider Würfel	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	□□	□□ □□	□□ □□ □□	□□ □□ □□ □□	□□ □□ □□ □□ □□	□□ □□ □□ □□ □□ □□	□□ □□ □□ □□ □□ □□ □□	□□ □□ □□ □□ □□ □□ □□	□□ □□ □□ □□ □□ □□	□□ □□ □□ □□	□□ □□	□□

- Verbalisieren der Ergebnisse anhand der Tabelle, z.B.: „Es ist *wahrscheinlich* 7 zu würfeln, weil es die meisten Möglichkeiten gibt. Es ist *unwahrscheinlich* 12 zu würfeln, weil es nur eine Möglichkeit gibt. ...“

## Angeln

### Lerninhalte

- Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten einschätzen
- Grundbegriffe *sicher*, *unmöglich*, *wahrscheinlich*, *gleich wahrscheinlich*, *unwahrscheinlich* kennen

### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

#### Material:

Aquarien (alternativ: Tischabfalleimer o.ä.), Angeln, Fische, Stiefel



#### Vorgehensweise:

Fünf Gruppen bekommen je ein Aquarium mit verschiedener Zusammensetzung des Inhalts.

Ziel: Bei 12 Angelversuchen möglichst viele Fische angeln. Dabei wird der geangelte Fisch oder Stiefel jedes Mal wieder ins Aquarium zurückgeworfen.

G1: 8 Fische

G2: 8 Stiefel

G3: 4 Fische, 4 Stiefel

G4: 2 Fische, 6 Stiefel

G5: 6 Fische, 2 Stiefel



G1



G2



G3



G4



G5

Während des Angelns werden die Ergebnisse notiert.  
(Evtl. Tabelle vorgeben, bzw. eigene Möglichkeiten finden lassen)

	Fisch	Stiefel
Tina	III	I
Tom	II	II
Nico	II	II
ZUS.	7	5

- Nach den Angelrunden (bei denen nicht in die Aquarien geschaut werden darf!)
- Ergebnisse vergleichen
- Vermutungen aufstellen, wieso Ergebnisse so unterschiedlich sind
- Vergleichen der Vermutungen mit dem Inhalt der Aquarien
- Formulieren der Erkenntnis mit Fachbegriffen:

G1: „Aus einem Aquarium, in dem sich nur Fische befinden, wird sicher ein Fisch geangelt.“

G2: „Aus einem Aquarium, in dem sich kein einziger Fisch befindet, ist es unmöglich einen Fisch zu angeln.“

G3: „Aus einem Aquarium, in dem sich genau so viele Fische wie Stiefel befinden, ist es gleich wahrscheinlich einen Fisch oder einen Stiefel zu angeln.“

G4: „Aus einem Aquarium, in dem sich wesentlich mehr Stiefel als Fische befinden, ist es eher unwahrscheinlich einen Fisch zu angeln.“

G5: „Aus einem Aquarium, in dem sich wesentlich mehr Fische als Stiefel befinden, ist es eher wahrscheinlich einen Fisch zu angeln.“

#### Ausweitung:

„Übertrage das Problem auf andere Situationen.“

„Erstelle eine entsprechende Aufgabe, in der Murmeln oder Lose aus Säckchen gezogen werden.“

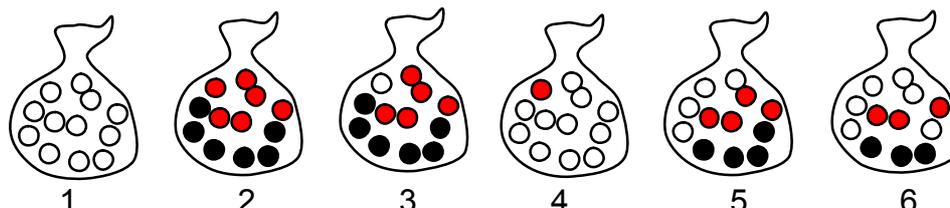
### Perlen ziehen

#### Lerninhalte

- Erfahrungen zur Wahrscheinlichkeit
- Sicherung der Begriffe *sicher, möglich, unmöglich, wahrscheinlich, unwahrscheinlich*

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

An 6 Stationen befindet sich jeweils ein Säckchen mit 12 Perlen. Die Perlen haben die Farben weiß, rot und schwarz. Sie sind wie folgt verteilt:



Ziel ist es eine weiße Perle zu ziehen.

Der Spieler zieht an der ersten Station eine Perle und trägt die gezogene Farbe in eine Tabelle ein, z.B.:

Perlen ziehen							
Ziehungen	1 – 5	6 – 10	11 – 15	16 – 20	21 – 25	26 – 30	gesamt
weiß							
rot							
schwarz							

Dann legt er die Perle zurück in das Säckchen und wechselt zur nächsten Station. Nach 5 Ziehungen werden Vermutungen angestellt, z.B. „Ich vermute, dass in Säckchen 3 mehr rote Perlen sind ...“

In diesem Zusammenhang werden die Begriffe *sicher, möglich, unmöglich, wahrscheinlich* und *unwahrscheinlich* wiederholt, z.B. „Es ist *wahrscheinlich*, dass ich aus Säckchen 1 eine weiße Perle ziehe.“

Nach 30 Runden werden die Vermutungen der Schüler mit den ermittelten Ziehungsergebnissen verglichen und im Klassenverband besprochen, bevor der Inhalt aufgedeckt wird.

Beispiele:

- „Bei welchem Säckchen ist deiner Meinung nach die Wahrscheinlichkeit am größten, eine weiße Perle zu ziehen?“
- „Gibt es ein Säckchen, bei dem du niemals gewinnen kannst?“
- „Bei welchem Säckchen sind die Gewinnchancen gleich groß?“

Um das Geheimnis zu entdecken wird im Anschluss daran das Spiel mit geänderter Regel gespielt:

Die gezogene Perle wird nicht wieder ins Säckchen zurückgelegt. Nachdem der Inhalt der jeweiligen Säckchen nun bekannt ist, können die Gewinnchancen nochmals genau unter Verwendung der Fachbegriffe verbalisiert werden.

#### Ausweitung:

Die Schüler Perlenspiele mit anderen Anzahlen und Farbmischungen erfinden und nach der ursprünglichen Regel spielen lassen

## Wahrscheinlichkeit – Jahrgangsstufe 3/4

### Würfelspiel

#### Lerninhalte

- Erfahrungen zur Wahrscheinlichkeit
- Sicherung der Begriffe *sicher, möglich, unmöglich, wahrscheinlich, unwahrscheinlich*

#### Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung

Schüler spielen mit 2 zehnfächigen Würfeln unterschiedlicher Farbe. Derjenige gewinnt, der am häufigsten seine vorher gewählte Augensumme würfelt.  
„Welche Zahl wählst du?“



Das Spiel wird in Gruppenarbeit mit vorgegebener Anzahl der Würfel oder begrenzter Zeit durchgeführt. Die gewürfelten Augensummen werden in einer Tabelle notiert:

Augensumme	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	

Nach 5, 10, 15, 20 ... Runden werden Erkenntnisse bezüglich der Wahrscheinlichkeit einzelner Augensummen gezogen.

Systematische Auflistung der Kombinationsmöglichkeiten je gewürfelter Augensumme mit Hilfe einer Tabelle:

Augensumme	Möglichkeiten	Summe
0	0+0	1
1	0+1, 1+0	2
2	0+2, 1+1, 2+0	3
3	0+3, 1+2, 2+1, 3+0	4
4	0+4, 1+3, 2+2, 3+1, 4+0	5
5	0+5, 1+4, 2+3, 3+2, 4+1, 5+0	6
6	0+6, 1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1, 6+0	7
7	0+7, 1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1, 7+0	8
8	0+8, 1+7, 2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2, 7+1, 8+0	9
9	0+9, 1+8, 2+7, 3+6, 4+5, 5+4, 6+3, 7+2, 8+1, 9+0	10
10	1+9, 2+8, 3+7, 4+6, 5+5, 6+4, 7+3, 8+2, 9+1	9
11	2+9, 3+8, 4+7, 5+6, 6+5, 7+4, 8+3, 9+2	8
12	3+9, 4+8, 5+7, 6+6, 7+5, 8+4, 9+3	7
13	4+9, 5+8, 6+7, 7+6, 8+5, 9+4	6
14	5+9, 6+8, 7+7, 8+6, 9+5	5
15	6+9, 7+8, 8+7, 9+6	4
16	7+9, 8+8, 9+7	3
17	8+9, 9+8	2
18	9+9	1

#### Ausweitung:

„Vergleiche deine Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen in der Tabelle.“  
(evtl. in Gruppen- oder Partnerarbeit)

„Was erkennst du? Begründe!“

## Literaturtipps zur Stochastik:

Marco Bettner/Erik Dinges:

Stochastik in der Grundschule (Kopiervorlagen), Persen, 2005

Andreas Büchter/Hans-Wolfgang Henn:

Elementare Stochastik – Eine Einführung in die Mathematik der Daten und des Zufalls, Springer, 2005

Gerd Walther/Marja van den Heuvel-Panhuizen/Dietlinde Granzer/Olaf Köller (Hrsg.):  
Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret, Cornelsen Scriptor, 2008

Andrea Eisenreich, Paul Olbrich:

Bildungsstandards für die Grundschule, Mathematik, Übungsheft, 4. Jahrgangsstufe, Auer, 2005

Landesinstitut für Schule, Freie Hansestadt Bremen (Hrsg.):

Mathematik – „Dem Zufall auf der Spur“ (Handreichung zum Rahmenplan Grundschule Jgst. 3,4 ), Bremen, 2007

Laura Martignon/Christoph Wassner:

Schulung frühen stochastischen Denkens von Kindern, in: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 8. Jahrgang, Heft 2/2005, S. 202-222

Heike Kleimann:

Zufall und Wahrscheinlichkeit, in: Grundschule 9/1997, S. 52-54

Bernd Wollring:

Zwergenrennen: Würfeln mit Entscheidungen, in: mathematik lehren, Heft 85, S. 9-11

Hedwig Gasteiger:

Die Kunst des Mutmaßens – Aspekte von Zufall und Wahrscheinlichkeit, in: lernchancen 55/2007, S. 22-27

Dr. Volker Ulm:

Systematisches Zählen und stochastisches Denken in der Grundschule (Notizen zu einer Fortbildungsveranstaltung im Landkreis Forchheim)

[www.z-mnu.uni-bayreuth.de/mathematik/daten/Stochastik\\_GS.pdf](http://www.z-mnu.uni-bayreuth.de/mathematik/daten/Stochastik_GS.pdf)