

## Förderung der Zahlbegriffsentwicklung

### 1 Fallbeispiel Daniel

#### Beratungsanlass

Daniel, 1. Klasse Grundschule, hat große Probleme Mengen zu erfassen. Er zählt auch strukturierte Mengen im Zahlenraum bis fünf immer wieder erneut ab, so z. B. auch die Finger einer Hand. Die Lehrkraft zieht den MSD hinzu, um zu klären, warum Daniel trotz vielfältiger Übungen und individueller Unterstützung kaum Fortschritte erzielt, und bittet um konkrete Übungsempfehlungen.

#### Fragestellung

Auf welchem Entwicklungsstand befindet sich Daniel hinsichtlich seiner Zahlbegriffsentwicklung? Welche unterstützenden Maßnahmen benötigt er für seine nächsten Lernschritte? Liegt eventuell ein sonderpädagogischer Förderbedarf vor?

### 2 Fachlicher Hintergrund

#### Erwerb der Zahlwortreihe

Eine wesentliche Grundlage für die Zahlbegriffsentwicklung ist der Erwerb der Zahlwortreihe. Hierbei werden kognitive, motorische und verbale Fähigkeiten nach und nach zum Zählen integriert, wodurch das Zählen eine kardinale Bedeutung erhält. Für die Beschreibung des Erwerbs der Zahlwortreihe wird in den meisten Publikationen das Modell von Fuson (1988) herangezogen. Moser Opitz (2008) beschreibt die verschiedenen aufeinander folgenden Niveaus nach Fuson:

#### **Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe** (string level)

Sie wird wie ein Gedicht rezitiert: *einszweidreivierfünfsechs*. Elemente werden nicht gezählt, die Zahlwörter haben noch keine kardinale Bedeutung.

#### **Unflexible Zahlwortreihe** (unbreakable list level)

Die einzelnen Zahlwörter können klar unterschieden werden, jedoch muss die Reihe immer als Ganzes aufgesagt werden (von eins an). Durch Zählen kann eine Anzahl bestimmt werden (*gib mir drei*).

#### **Teilweise flexible Zahlwortreihe** (breakable chain level)

Die Zahlwortreihe kann ab einem beliebigem Zahlwort aus aufgesagt werden. Nachfolger bzw. Vorgänger können genannt werden. Die kardinale Kompetenz (Bestimmen einer Anzahl) ist deutlich gestiegen. „Fuson merkt an, dass sich das Rückwärtszählen zum Teil erst zwei Jahre nach dem Vorwärtszählen entwickelt.“ (Moser Opitz 2008, 86)

#### **Flexible Zahlwortreihe** (numerable chain level)

Von jeder Zahl aus kann eine bestimmte Anzahl Schritte weiter gezählt werden: *Zähle von vierzehn aus drei Schritte vorwärts* (später auch rückwärts). Rechenkompetenzen werden erworben.

#### **Vollständig reversible Zahlwortreihe** (bidirectional chain level)

Es kann von jeder Zahl aus vorwärts und rückwärts gezählt werden. Richtungswechsel erfolgen schnell und ohne Schwierigkeiten. Vorgänger und Nachfolger einer Zahl können unverzüglich genannt werden. Erkenntnisse zum Aufbau unseres Zahlensystems können abgeleitet werden.

Moser Opitz betont die Bedeutung, die dem Zählen für den Aufbau von Zahlbegriffen zukommt. Erst „die Integration der verschiedenen Aspekte des Zählens (Zahlwortreihe, Objekte zählen, kardinale Verständnis)“ führt zum Verstehen des Zählaktes. (Moser Opitz 2008, 163)

#### Herausgeber:

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

Schellingstraße 155, 80797 München

Tel.: 089 2170-2101, Fax: 089 2170-2105

Internet: [www.isb.bayern.de](http://www.isb.bayern.de)

Die Entwicklung beginnt mit dem Aufsagen leerer Worthülsen und führt vom ordinalen hin zum kardinalen Verständnis. Der Zahlbegriff wird zunehmend mit Inhalt gefüllt.

*Ordinales und kardinales Zahlenverständnis*

#### **Ordinales Verständnis**

Eine Anzahl wird durch Abzählen bestimmt. Im Vordergrund steht der Rangplatz eines Elementes. Auf die Aufforderung *Zeige mir fünf Finger!* werden fünf Finger mit eins beginnend nacheinander abgezählt. Der zuletzt gezeigte Finger ist der fünfte (Ordinalaspekt). Das Kind sieht dabei noch nicht zwingend die Gesamtmenge der fünf Finger.

#### **Kardinales Verständnis**

Das kardinale Verständnis beinhaltet das ordinale Verständnis. Darüber hinaus können Zahlen in Beziehung zueinander gesetzt werden, es entsteht das „Teile-Ganzes-Konzept“. Mit dem erworbenen Anzahlbewusstsein können nun auch fünf Finger simultan ausgestreckt werden. Der Kardinalaspekt bezeichnet die Mächtigkeit der Menge.

*Zählen können, um das zählende Rechnen zu vermeiden*

Wer mit einem einseitig ordinalen Zahlenverständnis zu rechnen versucht, wird sich mit Hinauf- und Hinunterzählen behelfen müssen. Dass diese Strategie in zunehmend größeren Zahlenräumen an ihre Grenzen stößt, versteht sich von selbst. Das zählende Rechnen führt zwangsläufig in eine Sackgasse. „Viele Kinder können perfekt zählen, plagen sich aber beim Rechnen (...) eben deshalb, weil sie Zahlen zu wenig durchschaut haben.“ (Gaidoschik 2007, 14). Für ein erfolgreiches Rechnen aber wird eine tragfähige Zahlauffassung benötigt: Zahlen müssen in ihrer Beziehung zueinander verstanden werden.

#### **Moser Opitz, E.: Zählen – Zahlbegriff – Rechnen. Bern 2008**

Dieses Buch enthält theoretische Grundlagen sowie eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen.

## 3 Förderdiagnostik

*Vorgehen*

Um Daniels individuellen Entwicklungsstand und Förderbedarf hinsichtlich seiner Zahlbegriffsentwicklung zu ermitteln, werden zwei Checklisten und ein Rechentest als diagnostische Mittel gewählt. Die Tests werden vom Mobilen Sonderpädagogischen Dienst (MSD) in der Einzelsituation durchgeführt. Gezielte Beobachtungen und Fragen nach seinem Vorgehen lassen seine Zählstrategien erkennen. Die folgenden Checklisten bieten sich als praktikable Abhaklisten an, die neben der jeweiligen diagnostischen Fragestellung auch konkrete Fördermaßnahmen vorschlagen.

*Checkliste zur Zählentwicklung*

Mit der dreiseitigen „Checkliste zur Zählentwicklung“ wird in kurzer Zeit der individuelle Entwicklungsstand des Kindes hinsichtlich seiner Zahlbegriffsentwicklung festgestellt. Als Material können z. B. Plättchen, Stifte und vorhandene Stühle im Raum verwendet werden. Mit der Liste kann überprüft werden, wie flexibel das Kind zählt, z. B. ob es auch ab einer anderen Zahl als eins weiter zählen oder ob es bereits rückwärts zählen kann. Sie enthält zu jeder Frage mehrere Fördervorschläge für die Punkte, die noch nicht problemlos abgehakt werden können.

*Checkliste zu Zahlen in ihren Beziehungen zu fünf und zehn*

Eine weitere vierseitige Liste dient der Überprüfung und Förderung des Zahlenverständnisses: die „Checkliste zu Zahlen in ihren Beziehungen zu fünf und zehn“. Weiß das Kind beispielsweise, dass es fünf Finger an einer Hand hat? Oder muss es immer wieder erneut nachzählen? Wie reagiert es, wenn man die soeben gezählten fünf Finger kurz schüttelt und anschließend fragt *Und wie viele sind es jetzt?* Die Beziehung der verschiedenen Zahlen zu fünf bzw. zu zehn spielt eine wichtige Rolle. So wird z. B. die neun einerseits über *fünf Finger an der einen, vier an der anderen Hand* erkannt ( $9 = 5 + 4$ ), andererseits kann sie aber auch über  $10 - 1$  wahrgenommen werden: *Von meinen zehn Fingern bleibt einer eingeklappt.*

## Checkliste zur Zählentwicklung

Ziele: Das Kind soll durch Zählen eine Anzahl ermitteln können/vorwärts und rückwärts zählen können/Vorgänger und Nachfolger benennen können

	Diagnostik	✓	Fördermaßnahmen
1.	Kennt das Kind die Zahlwortreihe?  Wie weit zählt das Kind?	<input type="checkbox"/>	Einüben der Zahlwortreihe: – Wiederholtes Sprechen der Zahlwortreihe – Lieder und Verse (Eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, eine alte Frau kocht Rüben ... )
2.	Kann das Kind die einzelnen Zahlwörter zwischen den Wörtern klar unterscheiden?	<input type="checkbox"/>	Wiederholtes Sprechen der Zahlwortreihe mit Pause zwischen den Wörtern Achtung: keine Pause zwischen sie-ben!
3.	Gelingt die 1:1 Zuordnung?	<input type="checkbox"/>	Übungen zur koordinierten rhythmisierten Bewegung: – Abzählreime – Klatschverse
4.	Kann das Kind jedes Element einer Menge genau einmal erfassen?  Hat das Kind bereits Zählstrategien entwickelt?	<input type="checkbox"/>	Einüben verschiedener Zählstrategien: – jedes Element mit dem Finger antippen (bei sie-ben auch nur <b>ein</b> Element antippen!) – von links nach rechts zählen – ungeordnete Menge: Elemente beim Zählen wegschieben  Wichtig ist die Erkenntnis: <b>Ich darf keins auslassen und keins zweimal zählen!</b>
5.	Hat das Kind beim Zählen die Anzahl erfasst?  Oder beginnt es erneut zu zählen, Wenn ich frage <i>und wie viele sind es jetzt?</i>	<input type="checkbox"/>	In diesem Fall existiert für das Kind die Zahl noch nicht getrennt von der Handlung des Zählens. Es gilt, die Aufmerksamkeit auf die <b>Anzahl</b> zu lenken.  Denkanstöße durch gezielte Fragen: – Du hast jedes Mal acht gezählt. Willst du noch einmal zählen? – Du hast vorhin sieben Stifte gezählt, jetzt aber acht. Kann das stimmen?  Zählen in die Zählshachtel – gemeinsam Steine in eine blickdichte Schachtel zählen, schließen, <i>wie viele sind jetzt drin?</i> – bleibt die Anzahl auch gleich, nachdem ich die Schachtel geschüttelt habe?  <b>ÜBERPRÜFEN UND DARÜBER REDEN!</b>

© Sibylle Geus und Barbara Wittimek (nach Michael Gaidoschik)

Abbildung 1: Ausschnitt aus der Checkliste zur Zählentwicklung

Die beiden Checklisten sind als diagnostisches Mittel in der Einzelsituation einzusetzen, z.B. durch den MSD oder eine Förderlehrkraft. Sie wurden von Sibylle Geus und Barbara Willimek entwickelt und stehen auf der Homepage der Regierung von Oberbayern als Download zur Verfügung.

[http://www.regierung.oberbayern.bayern.de/imperia/md/content/regobl/internet/dokumente/bereich4/aufgabenfoerderschule/aktuelleentwicklungen/checkliste1\\_zaehlen.pdf](http://www.regierung.oberbayern.bayern.de/imperia/md/content/regobl/internet/dokumente/bereich4/aufgabenfoerderschule/aktuelleentwicklungen/checkliste1_zaehlen.pdf) am 13.07.2015

[http://www.regierung.oberbayern.bayern.de/imperia/md/content/regobl/internet/dokumente/bereich4/aufgabenfoerderschule/aktuelleentwicklungen/checkliste2\\_zahlbeziehungen.pdf](http://www.regierung.oberbayern.bayern.de/imperia/md/content/regobl/internet/dokumente/bereich4/aufgabenfoerderschule/aktuelleentwicklungen/checkliste2_zahlbeziehungen.pdf) am 24.02.2015

Bezug

*Diagnostisches Inventar zur Überprüfung Mathematischer Basiskompetenzen (DIFMaB)*

Das Diagnostische Inventar zur Überprüfung Mathematischer Basiskompetenzen (DIFMaB) ist ein Verfahren, das individuelle Lernvoraussetzungen erfasst. Hiermit können die vorhandenen Kompetenzen in den Bereichen Pränumerik, Zahlbegriff und Rechenoperationen überprüft und in Feindiagnosebögen festgehalten werden. Die Kompetenzen werden auf der konkreten Ebene (K), der Abbildungsebene (A) und der symbolischen Ebene (S) überprüft. Zudem bietet die Testmappe Arbeits- und Spielmaterialien zur Förderung in den einzelnen Lernbereichen. Auch diese Diagnostik wird vom MSD mit Daniel in der Einzelsituation durchgeführt.

**de Vries, Carin: Diagnostische Inventar zur Überprüfung Mathematischer Basiskompetenzen. Hilfen zur Erfassung individueller Lernvoraussetzungen und Erstellung von Förderplänen. Dortmund 2013**

Der Test richtet sich an Lehrkräfte in Förderschulen, Erzieherinnen und Erzieher in der Vorschule sowie Eltern. Er enthält neben der Handreichung eine Sammlung an farbigen Arbeitsblättern, die noch laminiert und ausgeschnitten werden müssen.

## 4 Diagnostische Ergebnisse im Fall Daniel

*Ergebnisse der Checklisten*

Beim Einsatz der Checklisten werden Daniels Fähigkeiten und Strategien deutlich: Daniel sagt die Zahlen bis zwölf richtig auf, die einzelnen Zahlwörter kann er klar unterscheiden. Vorgänger und Nachfolger kann er nicht bestimmen, auch das Rückwärtszählen gelingt noch nicht. Seine Zahlwortreihe ist noch unflexibel: Auf die Frage nach der Anzahl seiner Stifte, sagt er die Zahlwortreihe auf und tippt dabei die Stifte an. Wird er anschließend gefragt, wie viele Stifte er denn nun habe, kann er die Zahl nicht nennen, weil er die Anzahl nicht erfasst hat. Das kardinale Verständnis fehlt ihm noch. Er beginnt, dieselbe Menge erneut zu zählen. Er weiß: Das gesprochene Zahlwort beim zuletzt gezeigten Ding ist das, was die Lehrkraft hören will. Die Eins-zu-eins-Zuordnung gelingt noch nicht sicher. Beim ersten Mal zählt er zwölf Stifte, beim nächsten Mal elf. Die Koordination zwischen dem Antippen der Stifte und dem Aufsagen der Zahlwortreihe gelingt nicht zuverlässig, so kommt es zum „Verzählen“. Grund dafür ist möglicherweise mangelnde Genauigkeit oder Aufmerksamkeit. Die klare Unterscheidung von Zahlwörtern gelingt ihm, d.h. auch bei dem zweisilbigen Wort sie-ben tippt er nur einen Stift an. Dass er beim Zählen derselben Menge zu verschiedenen Ergebnissen kommt, wundert ihn nicht, er merkt es aufgrund seiner fehlenden Anzahlerfassung nicht. Auch das sichere Erkennen und Zeigen von gut strukturierten Mengenbildern im Zahlenraum bis zehn in Form von ausgestreckten Fingern oder Würfelbildern gelingt noch nicht. Nach der Aufforderung, sieben Finger gleichzeitig auszustrecken, zögert er zunächst und zeigt dann zehn. Bei weiteren Versuchen zählt er die Finger wieder einzeln ab, wobei er stets bei eins beginnen muss.

*Ergebnisse des DIFMaB*

Die Ergebnisse des Diagnostischen Inventars zur Überprüfung Mathematischer Basiskompetenzen (DIFMaB) ergänzen und bestätigen die bisherigen Beobachtungen. Die Aufgaben im Bereich Pränumerik gelingen ihm weitgehend (Körperschema, Gruppen bilden, Reihen bilden, Raumbegriffe). Beim Feststellen von Merkmalen treten kleine Fehler auf. Daniels größter Förderbedarf zeigt sich im Bereich Zahlbegriff. Bei der Eins-zu-eins-Zuordnung zeigt er auf der Abbildungsebene (A) und der symbolischen Ebene (S) Unsicherheiten, während das Handeln auf der konkreten Ebene (K) zunehmend gelingt, je öfter er übt. Das richtige Benützen von Zahlwörtern als Ordinal- und Kardinalzahl gelingt bisher nur bei Zahlen, die kleiner als fünf sind. Da "die beiden Basisbereiche Pränumerik und Zahlbegriff eine wesentliche Rolle auf dem Weg zum Rechnen (numerischer Bereich) darstellen" (de Vries 2013, 12), ist es nötig, Daniels Zahlbegriff zu sichern, bevor er mit Rechnungen auf der symbolischen Ebene (wie z. B.  $3 + 4 =$ ) konfrontiert wird. Die Überprüfung im Bereich Rechenoperationen wird daher auf die Addition mit kleinen Zahlen auf der konkreten Ebene und der Abbildungsebene beschränkt. Aufgaben wie "Zwei Äpfel liegen auf dem Teller. Einer kommt noch dazu." gelingen ihm, wenn er Äpfel oder Bilder von Äpfeln als Anschauungsmaterial benützt.

## 5 Handlungsansätze im Fall Daniel

Folgende Übungen und Anregungen müssen nach der Erstdiagnostik zunächst gemeinsam besprochen werden, damit sich Lehrkraft, MSD und Eltern im Sinne einer gemeinsamen Förderplanung in ihren Maßnahmen gegenseitig unterstützen können.

Vorgehen

Da Daniel noch zählt, ohne die Anzahl zu erfassen, soll die Aufmerksamkeit nun auf Aspekte der Handlungen gelenkt werden, die ihm bislang noch nicht bewusst geworden sind. Dies kann durch gezielte Fragen und Denkanstöße geschehen. Hier einige Beispiele:

- *Daniel, du hast jedes Mal fünf Finger an meiner Hand gezählt. Wie viele Finger werden es sein, wenn du noch einmal zählst?*  
Danach schüttelt die Lehrkraft die Hand und fragt: *Und wie viele sind es jetzt?*
- *Daniel, du streckst gerade fünf Finger aus. Klappe den Daumen weg! Wie viele Finger siehst du jetzt?*
- Fallen die Resultate mehrerer Zählvorgänge derselben Menge verschieden aus, wird mit der Frage *Kann das stimmen?* eine wertvolle Anregung gegeben.
- Auch die Frage *Warum?*, nachdem der Schüler ein Ergebnis genannt hat, gibt stets einen Denkanstoß. Denn das Begründen der eigenen Antwort fordert ein Nachdenken über den Lösungsweg und dient zugleich der Kontrolle.

Manche der vorgeschlagenen Übungen sind für die ganze Klasse geeignet, hier einige Beispiele:

Klassenlehrkraft

- Auf- und Abbauen der Zahlenreihe von eins bis zehn mit den Fingern: Dabei müssen die Finger immer wieder erneut ausgestreckt und dazwischen zur Faust geballt werden.  
*eins*: Daumen zeigen (dann zurück zur Faust)  
*zwei*: Daumen und Zeigefinger gleichzeitig ausstrecken (zurück zur Faust)  
*drei*: Daumen, Zeige- und Mittelfinger (zurück zur Faust) usw.  
Die Übung lässt sich auch als (etwas ungewöhnliche) Hausaufgabe geben und zeigt einen sehr positiven Effekt.
- Alle Schülerinnen und Schüler stehen im Kreis mit dem Blick nach außen. Die Lehrkraft steht in der Mitte. Auf Aufforderung strecken nun alle Kinder sieben Finger gleichzeitig hinter dem Rücken aus. Allein die Lehrkraft kann sehen, wem dies simultan gelingt bzw. wer die Finger noch abzählen muss. Bei dieser Übung entwickeln sich visuelle Vorstellungsbilder (hier: fünf Finger an der einen Hand und zwei Finger an der anderen sind zusammen sieben Finger). Auf dieser Grundlage können später Operationen wie  $5 + 2 = 7$  nicht-zählend durchgeführt werden.
- Einzelne Übungen kann die Lehrkraft auch in Arbeitsphasen des offenen Unterrichts einbauen, möglicherweise als Partnerarbeit. Als Beispiel hierfür eine Übung mit der Zählshachtel: *Lege fünf Steine in die Schachtel. Deckel schließen. Wie viele sind jetzt drin? – Wie viele werden drin sein, wenn ich gleich einen rausnehme?*

Empfehlenswert ist die exemplarische Durchführung von Übungen im Beisein der Lehrkraft und der Eltern, um zu zeigen, welche Fragestellungen und Denkanstöße Daniel weiterhelfen.

MSD

Hier ein Beispiel:

MSD: *Daniel, wie viele Plättchen hast du?*

Daniel (zählt sie ab): *Fünf.*

MSD: *Und wie viele habe ich?*

Daniel: *Vier.*

MSD: *Wer hat mehr?*

Daniel: *Ich.*

MSD: *Wie viele hast du mehr als ich?*

Daniel: *Fünf.*

MSD: *Du hast fünf mehr als ich?*

Daniel: *Ja.*

MSD: *Wie viele habe ich weniger als du?*

Daniel: *Vier.*

Die Eltern können hierbei beobachten, dass Daniel Mengen zwar benennen und vergleichen kann, aber auf die Frage nach dem Unterschied immer die absolute Anzahl nennt. Auch hier benötigt Daniel einen Denkanstoß.

MSD: *Ich will genau so viele haben wie du. Was kann ich tun?*

Daniel: *Ich muss eins genauso dazu legen, denn ich habe eins weniger als du.*

Eltern

Die Eltern können ihr Kind durch gezielte Übungen unterstützen, die der MSD exemplarisch gezeigt hat: Durch die sprachliche Begleitung mathematischer Sachverhalte lernt Daniel, Begriffe wie *eins zu wenig*, *eins zu viel*, *eins mehr als* den entsprechenden Situationen und Handlungen richtig zuzuordnen und zu festigen. Zudem können Eltern die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen wie Klassifikation, Seriation, Eins-zu-eins-Zuordnung unterstützen, indem sie ihr Kind zunehmend in Alltagstätigkeiten einbinden:

- Tischdecken  
Beim Tischdecken kann Daniel die Eins-zu-eins-Zuordnung trainieren, indem er einerseits ohne Zählen vergleicht (*ein Teller für Mama, ein Teller für Papa...*), andererseits aber auch das Zählen und Vergleichen von Mengen übt (*Wir sind fünf Personen, ich brauche fünf Teller, fünf Gläser...*). Zur Festigung mathematischer Begriffe sollen die Tätigkeiten verbal unterstützt werden (*Fehlt ein Messer? Brauchst du noch eins? Ist eins zu wenig da?*).
- Aufräumen / Sortieren  
Auch das Berücksichtigen von Eigenschaften für das Bilden von Kategorien kann zu Hause auf vielfältige Weise geübt werden: Beim Ausräumen der Spülmaschine werden Geschirr und Besteck sortiert, beim Aufräumen der Spielsachen wird ebenfalls nach Oberbegriffen sortiert (Kuscheltiere, Lego etc.).
- Kalender  
Mit einem Wandkalender, auf dem ein Schiebepfeil täglich um eins weiter wandert, lässt sich die Beziehung *um eins mehr / um eins weniger* gut üben. Tragen die Eltern ein bedeutendes Ereignis in den Kalender ein, kann Daniel mitverfolgen, wie der Pfeil dem Eintrag täglich näher rückt, und abzählen, wie viele Tage er darauf noch warten muss. Das Prinzip der „gegenseitigen Veränderung“ wird hier deutlich: *Einen Tag weiterrücken heißt zugleich einen Tag weniger warten müssen.*

**Gaidoschik, M.: Rechenschwäche vorbeugen. Das Handbuch für LehrerInnen und Eltern: 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. Wien 2007**

Das Werk ist ein anschauliches und übersichtlich gegliedertes Handbuch, das in vielen praktischen Beispielen zeigt, wie verhindert werden kann, dass Kinder „rechenschwach“ werden.

**Stiehler, M: Mit Legosteinen Rechnen lernen. Göttingen 2012**

Dieses praxisnahe Buch, das sich an Eltern, Erzieherinnen und Erzieher und Lehrkräfte richtet, zeigt sehr anschaulich auf, wie Kinder mathematische Kompetenzen in Spiel und Alltag entwickeln – nicht nur mit Legosteinen, sondern auch beim Anhören von Geschichten, bei Tätigkeiten in der Küche oder beim Anziehen.

## 6 Überprüfung und nächste Schritte

Erreichen der Förderziele

Nach einer von den Beteiligten festgelegten Übungsphase werden die Checklisten und der DIFMaB erneut eingesetzt, um Daniels Fortschritte zu dokumentieren und weiterführende Übungen auszuwählen. Nach mehreren Wochen gelingt es Daniel, mit dem Zählen nun auch die Anzahl zu erfassen. In der Eins-zu-eins-Zuordnung hat er an Sicherheit gewonnen. Außerdem kann er auf Aufforderung die richtige Anzahl an Fingern simultan ausstrecken.

Weitere Maßnahmen

- Daniel soll nun weitere Zahlbegriffe entwickeln, indem er andere Zahlen in Beziehung zu fünf bzw. zehn setzt:  
*Du zeigst mir gerade fünf Finger. Stell dir vor, du klappst den kleinen Finger und den Ringfinger weg, wie viele Finger sind dann ausgestreckt?*
- Ein weiteres Ziel ist das Ersetzen der wirklich ausgestreckten Finger durch vorgestellte Finger. :  
*Stell dir vor, du zeigst mit der einen Hand drei Finger, mit der anderen fünf. Wie viele Finger sind es?*

Diese und ähnliche Übungen können im weiteren Verlauf von allen Beteiligten eingesetzt werden. Daniels Lernprozess wird dabei vom MSD durch punktuelle Förderdiagnostik begleitet. Das Anschauungsmaterial (hier die Finger) wird somit „im Kopf verwendet“. Es dient dem Erkennen von Zusammenhängen, nicht dem Abzählen, um eine Lösung zu erhalten.

Checkliste zu „Zahlen in ihren Beziehungen zu fünf und zehn“	
Diagnostik:	Fördermaßnahmen:
<p>1. Weiß das Kind, dass es fünf Finger an einer, zehn Finger an beiden Händen hat?</p>	<p><input type="checkbox"/> Wiederholtes Zählen der Finger einer Hand:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Du hast also fünf Finger an einer Hand gezählt. Wenn Du noch einmal zählst, wird es wieder so sein?</li> <li>Wenn du nicht sicher bist: zähle nach!</li> <li>Jetzt schüttele deine Finger gut durch – sind es immer noch fünf? Zähle nach, wenn du unsicher bist!</li> <li>Habe ich auch fünf Finger an einer Hand? Zähle nach, wenn du unsicher bist!</li> <li>Sind es an beiden Händen gleich viele Finger?</li> <li>Könnte es sein, dass du eines Morgens aufwachst und plötzlich elf Finger hast?</li> </ul>
<p>2. Kann das Kind die Zahlen von eins bis fünf „auf einen Sitz“ mit den Fingern zeigen?</p> <p>Bsp. drei <input type="checkbox"/></p> <p>Bsp. fünf <input type="checkbox"/></p> <p>Bsp. zwei <input type="checkbox"/></p> <p>Bsp. vier <input type="checkbox"/></p>	<p><input type="checkbox"/> Dies ist keine Frage des Immer-wieder-Tuns, sondern der Bewusstwerdung:</p> <p>Wenn ein Kind z.B. drei Finger immer nur einzeln zählend ausstrecken kann:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Das Kind bitten, seine drei durch Zählen ermittelten Finger eine Zeitlang ausgestreckt zu halten. - Was ist denn nun zu sehen?</li> <li>Welche Finger sind ausgestreckt?</li> <li>Braucht man dafür zwei Hände / genügt eine?</li> <li>Kann man „drei“ auch mit anderen Fingern zeigen?</li> <li>Winken mit drei Fingern gleichzeitig</li> <li>Drei Finger kurz einklappen und dann in einer Bewegung noch einmal ausstrecken.</li> <li>Erst zwei, dann drei zeigen – und darüber reden, was sich ändert.</li> <li>Wie kann man aus zwei Fingern drei machen?</li> <li>Wie aus drei wieder zwei?</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Von Anfang an über Lösungswege sprechen!</li> <li>Das Kind immer wieder auffordern, zu beschreiben (zu zeigen), auf welche Weise es eine Aufgabe gelöst hat! Es soll sich möglichst genau ausdrücken, damit der Lösungsweg nachvollziehbar ist.</li> <li>Zurückhaltend Formulierungshilfen anbieten!</li> <li>Durch Fragen und Nachhaken zum genaueren Nachdenken anregen!</li> <li>Zusammenhänge erkennbar machen und entdecken lassen!</li> <li>Gemeinsam mit dem Kind nach sprachlicher Zusammenfassung dessen suchen, was entdeckt wurde.</li> </ul> <p>→ Das Durchschauen von Zusammenhängen hilft beim Speichern! Zusammenhänge müssen aktiv entdeckt und erkannt werden!</p>	
<p>3. Kennt das Kind die Beziehung zu fünf? (z.B. drei als „von fünf zwei weg“)</p>	<p><input type="checkbox"/> Bereits bei drei kann die Beziehung zu fünf hilfreich sein.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Wenn ich drei Finger ausstrecke, bleiben zwei Finger derselben Hand eingeclappt.</li> <li>Drei ist um zwei weniger als fünf.</li> </ul> <p>Wenn das Kind beim Reden über drei Finger nicht von selbst auf den Zusammenhang kommt, dann gezielt nachfragen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Wie viele Finger sind denn nicht ausgestreckt?</li> <li>Welche Finger sind das?</li> <li>Können es auch andere sein?</li> </ul>
<p>4. Weiß das Kind, dass vier um „eins weniger als fünf“ ist?</p>	<p><input type="checkbox"/> Zwei Finger und noch zwei, oder drei und noch ein Finger.</p> <p>Der Schlüssel zum simultanen Ausstrecken: die Erkenntnis: „Ein Finger bleibt eingeclappt!“</p>
<p>5. Kann das Kind die Zahlen sechs bis neun „auf einen Sitz zeigen“?</p> <p>Bsp. sechs <input type="checkbox"/></p> <p>Bsp. acht <input type="checkbox"/></p> <p>Bsp. neun <input type="checkbox"/></p> <p>Bsp. sieben <input type="checkbox"/></p>	<p><input type="checkbox"/> Kinder, die gelernt haben, einen, zwei, drei und vier Finger simultan auszustrecken, können dasselbe auch mit sechs (fünf und einen), sieben (fünf und zwei), acht (fünf und drei), und neun (fünf und vier) lernen.</p> <p><b>Von entscheidender Bedeutung ist zunächst die Beziehung der anderen Zahlen zu fünf und zehn.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Für neun ist vielleicht der Schlüssel für das simultane Ausstrecken für manches Kind eher der Bezug zu zehn als der Bezug zu fünf.</li> <li>Neun ist um eins weniger als zehn. Ich benötige also beide Hände, an einer Hand bleibt ein Finger eingeclappt.</li> </ul> <p>Diese Zusammenhänge kann manches Kind leichter speichern und im simultanen Ausstrecken umsetzen als den jeweiligen Bezug zu fünf.</p>
<p>Letztlich sollte es aber nur eine Frage der (individuell unterschiedlichen) Reihenfolge des Lernens sein: Sowohl die Beziehung zu fünf als auch die Beziehung zu zehn ist wichtig! Manchen Kindern ist geholfen, wenn sie sich zunächst auf eine davon konzentrieren können. Haben sie Zahlen erst einmal auf diese Weise gespeichert (sieben etwa als fünf und zwei), dann sollte ihre Aufmerksamkeit auch auf den anderen Zusammenhang gelenkt werden: „Wenn du sieben zeigst (von diesem Kind vorrangig gedacht als fünf und zwei): wie viele Finger streckst du dann nicht aus?“ Umgekehrt: „Wenn du neun zeigst (gedacht als eins weniger als zehn): wie viele Finger streckst du dann an der einen Hand aus, wie viele an der anderen?“</p>	
Diagnostik:	Fördermaßnahmen:
<p>6. Kann das Kind den fehlenden Teil des Fingerbildes ergänzen?</p>	<p><input type="checkbox"/> Für sechs muss das Kind nur einen Finger ergänzen, wenn ich bereits fünf ausgestreckt habe. Wenn von mir nur einer ausgestreckt wird, muss das Kind fünf ergänzen, damit es insgesamt sechs Finger sind. Partnerarbeit: Zwei Kinder stellen zusammen eine Zahl dar (jedes Kind benützt nur eine Hand) und einigen sich zuvor, welches Kind die volle Hand nimmt.</p>
<p>7. Kann das Kind wirkliche Finger durch vorgestellte Finger ersetzen?</p>	<p><input type="checkbox"/> Fingerhandlungen in der Vorstellung vorwegnehmen, später nur noch in der Vorstellung durchführen: Das Kind dazu auffordern, Zahlen nicht gleich mit den Fingern zu zeigen, sondern zu sagen,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wie es das tun würde</li> <li>und vor allem: mit wie vielen Fingern an welcher Hand?</li> </ul> <p>z.B.: „bei vier brauche ich nur eine Hand und lasse einen Finger weg“, „bei acht nehme ich beide Hände, fünf Finger da, drei dort!“</p> <p>Möglicher Zwischenschritt:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Finger unter dem Tisch oder hinter dem Rücken zeigen</li> </ul> <p>„Blitz-Blick“-Übungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Erkennen von Fingerdarstellungen auf einen Blick: dem Kind eine Sekunde lang eine Anzahl zeigen, das Kind soll sagen, welche Zahl es gesehen hat – und auf welche Weise es das so schnell erkannt hat (z.B. „ich habe vier Finger gesehen, du hast nur eine Hand gezeigt und der Daumen war weg, also waren es vier!“)</li> </ul> <p>Versprachlichung fördern:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Das Kind soll nur noch beschreiben, wie es Zahlen zeigt, ohne die Finger dabei tatsächlich bewegen zu müssen.</li> </ul>
<p>8. Kann das Kind fünf dazugeben bzw. wegnehmen?</p>	<p><input type="checkbox"/> Bei „nimm von acht fünf weg“ soll das Kind erkennen, dass das o.g. Zusammensetzen der acht aus fünf und drei rückgängig gemacht werden kann.</p>
<p>9. Kann das Kind Grundaufgaben rechnen - unter Vorstellung der Hände?</p>	<p><input type="checkbox"/> 5+5 5+4 2+5 5+3 1+5 5+2 4+5 5+1 3+5 10-5 6-1 9-5 8-3 9-4 8-5 7-5 6-5 7-2</p>
Diagnostik:	Fördermaßnahmen:
<p>a) → über den Bezug zu fünf = eine volle Hand Wie viele Finger dieser Hand sind nicht ausgestreckt?</p>	<p><input type="checkbox"/> 4+□=5 3+□=5 2+□=5 1+□=5</p>
<p>b) → über den Bezug zu zehn = beide Hände Wie viele Finger sind nicht ausgestreckt? (=Wie viele fehlen noch bis zehn?)</p>	<p><input type="checkbox"/> 9+□=10 8+□=10 7+□=10 6+□=10 5+□=10 4+□=10 3+□=10 2+□=10 1+□=10</p>
<p>10. Weiß das Kind, was alles zusammen fünf ergibt?</p>	<p><input type="checkbox"/> 1+4 2+3 3+2 4+1</p>
<p>11. Weiß das Kind, was alles zusammen zehn ergibt?</p>	<p><input type="checkbox"/> Erarbeitung wie oben!</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Hat ein Kind zehn auch als „eins und neun“ (und nicht nur als „fünf und fünf“) im Bewusstsein, so ist die Ergänzung von eins auf zehn nicht mehr schwer.</li> </ul>
<p>12. Kann das Kind die Struktur der Fingerbilder... ...auf das Zehnerfeld übertragen? ... in Würfelbildern wieder erkennen?</p>	<p><input type="checkbox"/> Fingerbild: fünf und drei Finger sind acht, Zehnerfeld: fünf und drei Punkte sind acht</p> <p><input type="checkbox"/> Fingerbild: fünf und drei Finger sind acht, zwei Würfel: fünf und drei Punkte sind acht</p>
<p><b>Wichtig: Zunächst nur handeln, noch nicht aufschreiben!</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>⇒ Handeln</li> <li>⇒ verdecktes Handeln</li> <li>⇒ vorgestelltes Handeln</li> <li>⇒ fortschreitende Automatisierung</li> </ul>	
<p>Anmerkung: Viele der vorgeschlagenen Fördermaßnahmen haben wir dem sehr empfehlenswerten Buch „Rechenschwäche vorbeugen. Das Handbuch für LehrerInnen und Eltern“ von Michael Gaidoschik entnommen (Wien 2007). Sibylle Geis und Barbara Willmet, Sonderpädagogisches Förderzentrum München Nord</p>	

Abbildung 2: Checkliste Zahlen in ihren Beziehungen zu fünf und zehn

Rechenstörung  
oder sonder-  
pädagogischer  
Förderbedarf?

Da Daniel viel individuelle Unterstützung benötigt, um Fortschritte zu erzielen, ist zu klären, ob ein sonderpädagogischer Förderbedarf oder der Verdacht auf eine Rechenstörung vorliegt. Mit Einverständnis der Eltern führt der MSD einen Intelligenztest sowie einen Rechentest durch. Da zwischen der Intelligenz- und der Rechenleistung keine signifikante Differenz vorliegt, bestätigt sich der Verdacht auf eine Rechenstörung nicht. Es stellt sich heraus, dass sowohl die Intelligenzleistung als auch die Rechenleistung im unterdurchschnittlichen Bereich liegen. Daniel zeigt nicht nur im mathematischen Bereich Entwicklungsverzögerungen, er bedarf insgesamt einer sonderpädagogischen Unterstützung.

Maßnahmen  
für alle

Kinder, die das Rechnen (noch) nicht gelernt haben, benötigen keine andere Mathematikdidaktik. Wovon sie aber mehr brauchen: Ermutigungen, Rückmeldungen, Zeit und gezielte Anregungen. Müller und Wittmann empfehlen „eine intensivere Förderung, die aus der Mathematik selbst erwächst“ und stimmen Gaidoschik zu, der in seinem Artikel „Mit den Waffen der Mathematik gegen Rechenschwäche“ folgendes schreibt: „Was (rechenschwache) Kinder brauchen, ist im didaktischen Kern dasselbe, was auch für alle anderen Kinder hilfreich ist: eine Lernbegleitung durch fachdidaktisch kompetente, am Denken der Kinder interessierte, wohlwollende Erwachsene; eine Lernbegleitung, welche die Muster (und Strukturen) der Mathematik in den Mittelpunkt stellt und Kinder dazu anregt und dabei unterstützt, diese Muster für sich zu entdecken und zu verstehen. Manche Kinder brauchen von dieser Art Lernbegleitung vielleicht mehr, als es im Klassenverband möglich ist; aber sie brauchen **davon** mehr, und nicht etwas gänzlich anderes.“ (Gaidoschik in Müller/Wittmann 2015, 4)

**Rechenschwäche gibt es nicht, Interview von Jens Wernicke mit Wolfram Meyerhöfer** in: Spektrum der Wissenschaft – Geist und Gehirn Nr. 11 2013 bzw. unter [www.spektrum.de/alias/dyskalkulie/rechenschwaeche-gibt-es-nicht/1209908](http://www.spektrum.de/alias/dyskalkulie/rechenschwaeche-gibt-es-nicht/1209908) (am 15.10.2013)

In dem Interview stellt Meyerhöfer dar, dass Rechenschwäche zu Unrecht die Schuld bei den Betroffenen ablädt, da es ein theoretisches Konstrukt ist, das sich aus Abweichungen vom Mittelwert einer Standardnormalverteilung ergibt. Er selbst spricht vielmehr von „besonderen Schwierigkeiten im Rechnen“, denen mit entsprechenden Methoden der Didaktik begegnet werden muss.

**Müller, Gerhard N. und Wittmann, Erich Ch.: Fördern und Diagnose mit dem Blitzrechnkurs. Handreichung für die Praxis. Stuttgart 2015**

Handreichung für Diagnostik und Förderung; enthält ein Materialpaket (u. a. Tierkarten, Zehner- und Fünferstreifen, Tausenderbuch, Ziffernkarten)

## Impressum

Redaktion und  
Arbeitskreisleitung  
(ISB)

Christian Albrecht  
Corina Sperr-Baumgärtner

Arbeitskreis-  
mitglieder

Norbert Gockner, Philipp Goldner, Barbara Groh-Eberle, Jutta Günzler, Karin Meyer, Sabine Müller, Melanie Weingärtler, Barbara Willimek

Autorin des Beitrags

Barbara Willimek

Herausgeber

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München  
Schellingstraße 155  
80797 München

Layout/Satz

PrePress-Salumae.com, Kaisheim

München 2016