

BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT UND KULTUS

Lehrplan für Berufsschule Plus

Unterrichtsfach: Mathematik

Entwurf

## MATHEMATIK

Fachprofil: Die Mathematik ist heute eine wichtige wissenschaftliche Disziplin, die umfangreiches Wissen und vielfältige Verfahren bereitstellt, um Probleme etwa der Naturwissenschaften, der Technik, der Wirtschaft und der Sozialwissenschaften, aber auch solche des täglichen Lebens und der Umwelt zu lösen.

Ebenso bedeutsam wie diese pragmatischen Verfahren sind die zweckfreien Erkenntnisse und Methoden, die die Mathematik als Wissenschaft hervorbringt. Erst diese Wechselwirkung zwischen Problemen der Praxis und theoretischen Fragestellungen führt immer wieder zu neuen und vertieften Einsichten in beiden Bereichen.

Aus dieser Erkenntnis ergeben sich die Ziele des Mathematikunterrichts:

Ein erstes Ziel des Mathematikunterrichts ist es, bei den Schülerinnen und Schülern Verständnis für die Methoden und Strukturgesetze der Mathematik zu entwickeln, um komplexe Zusammenhänge zu gliedern und zu erschließen. Notwendig sind dabei die Verwendung klarer Begriffe und Definitionen, der exakte Gebrauch mathematischer Symbole, eine präzise mathematische Ausdrucksweise, eine folgerichtige Gedankenführung und systematisches Vorgehen.

Ein weiteres Ziel des Mathematikunterrichts ist es, die Schülerinnen und Schüler zu befähigen, beruflich-sachliche Probleme prägnant zu verbalisieren, mathematisch zu erfassen und einer Lösung zuzuführen. Um dieses Ziel zu erreichen, ist es nötig, dass Anwendungsaufgaben aus dem beruflichen Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler fester Bestandteil des Mathematikunterrichts sind.

Schließlich sind im Mathematikunterricht die Kenntnisse und Fertigkeiten zu vermitteln, die Voraussetzung für die Aufnahme eines Studiums an einer Fachhochschule sind.

Ziele und Inhalte des Lehrplans werden in der Reihenfolge behandelt, die sich aus der gegenseitigen Absprache der Lehrkräfte zur Abstimmung des Unterrichts ergibt; die im Lehrplan gegebene Reihenfolge innerhalb einer Jahrgangsstufe ist nicht verbindlich. Die Hinweise zum Unterricht sowie die Zeitrichtwerte sind als Anregung gedacht.

Der Lehrplan ist so angelegt, dass ein ausreichender pädagogischer Freiraum bleibt, insbesondere ist die Freiheit der Lehrkraft bei der Methodenwahl im Rahmen der durch die Ziele ausgedrückten didaktischen Absichten gewahrt. Darüber hinaus ergeben sich hierdurch Möglichkeiten, auf spezifische Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler einzugehen.

## MATHEMATIK, 1. Schuljahr

Lerngebiete:

**Analysis**

1.1	Grundbegriffe bei reellen Funktionen	40 Std.
1.2	Exponential- und Logarithmusfunktionen	15 Std.
1.3	Grenzwert und Stetigkeit reeller Funktionen	10 Std.

**Geometrie**

1	Lineare Gleichungssysteme	15 Std.
		80 Std.

## LERNZIELE

## LERNINHALTE

## HINWEISE ZUM UNTERRICHT

**Analysis**

## 1.1 Grundbegriffe bei reellen Funktionen

40 Std.

## 1.1.1 Grundlagen

Die Schülerinnen und Schüler erkennen den Aufbau des Zahlensystems.

Zahlenmengen  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  und ihre Eigenschaften

Unterscheidung zwischen exakter und näherungsweise Angabe einer reellen Zahl

Die Schülerinnen und Schüler erkennen lineare Zusammenhänge und beschreiben diese durch Funktionen. Sie stellen lineare und quadratische Funktionen dar und bestimmen die zugehörigen Funktionsgleichungen.

Reelle Funktionen:  
Abbildungsvorschrift, Funktionsterm, Funktionsgleichung, Definitions- und Wertemenge, Funktionsgraph  
Berechnung der Koordinaten der Schnittpunkte einer Parabel mit

- Koordinatenachsen
- Geraden
- einer Parabel
- Geradenschar
- Geradenbüschel

auf Anwendungen in den jeweiligen Fachgebieten hinweisen

Zusammenhang zwischen Anzahl und Art der gemeinsamen Punkte und der Lösungsmenge herstellen

auf Geradenbüschel beschränken, bei denen der Bü-

Aufstellen der Funktionsgleichung aus gegebenen Bedingungen

lineare und quadratische Ungleichungen

Potenzfunktionen mit Exponenten

$$n \in \{3, 4, -1; -2, \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\}$$

schelpunkt auf der y-Achse liegt

siehe auch Lösen von Gleichungssystemen Schuljahr 1 Geometrie

Lösung z. B. mit Hilfe von Funktionsgraphen oder mit Vorzeichentabellen

auf Wurzelfunktionen als Umkehrfunktionen der Potenzfunktionen hinweisen

Beispiele aus dem jeweiligen Berufsfeld bzw. der Physik verwenden

### 1.1.2 Ganzrationale Funktionen

Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten weitere grundlegende Begriffe zu den ganzrationalen Funktionen (Polynomfunktionen).

Nullstellenbestimmung unter Verwendung von Polynomdivision und Substitution  
Faktorisierung des Funktionsterms und Vielfachheit der Nullstellen  
Symmetrie des Funktionsgraphen

Beschränkung auf Funktionen höchstens vierten Grades

betrachtet werden nur parameterfreie Funktionen

nur Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung behandeln

auch anwendungsorientierte Aufgaben verwenden

15 Std.

### 1.2 Exponential- und Logarithmusfunktionen

Die Schülerinnen und Schüler stellen entsprechende Zusammenhänge aus Wirtschaft, Natur und Technik durch Exponentialfunktionen dar. Sie lösen einfache Exponentialgleichungen.

Grafische Darstellung von  $x = a \cdot a^x$  mit  $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

Definitions- und Wertemenge  
Definition der eulerschen Zahl  
die Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion

Beschränkung auf die Basen e und 10

Auf die Bedeutung des Zweierlogarithmus für die Digitaltechnik kann eingegangen werden.

auf Wachstums- und Zerfallsprozesse eingehen

logarithmische Rechengesetze  
Lösung einfacher Exponentialgleichungen

### 1.3 Grenzwert und Stetigkeit reeller Funktionen

10 Std.

Die Schülerinnen und Schüler untersuchen das Grenzverhalten von Funktionen.

Verhalten für  $|x| \rightarrow \infty$

Verhalten für  $x \rightarrow x_0$

Stetigkeit

gebrochen-rationale Funktionen

- Polstellen
- stetig behebbare Definitionslücken

auf ganzrationale Funktionen bzw. gebrochen-rationale Funktionen mit Zählergrad und Nennergrad  $\leq 2$  beschränken

## Geometrie

### 1 Lineare Gleichungssysteme

15 Std.

Die Schülerinnen und Schüler beherrschen verschiedene Lösungsmethoden linearer Gleichungssysteme.

Ermittlung der Lösungsmenge exakt bestimmter, überbestimmter und unterbestimmter linearer Gleichungssysteme

zwei Lösungsverfahren behandeln (z. B. Additionsverfahren, Gauß-Algorithmus)

Es genügt, Gleichungssysteme mit höchstens 3 Unbekannten zu behandeln.  
auch anwendungsorientierte Aufgaben verwenden

## MATHEMATIK, 2. Schuljahr

Lerngebiete:

**Analysis**

1 Differenzialrechnung

45 Std.

**Geometrie**

1 Trigonometrie

12 Std.

2 Analytische Geometrie

23 Std.

80 Std.

## LERNZIELE

## LERNINHALTE

## HINWEISE ZUM UNTERRICHT

**Analysis**

1	Differenzialrechnung		45 Std.
1.1	Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten grundlegende Begriffe und Regeln der Differenzialrechnung und wenden sie an.	Differenzenquotient Differenzialquotient Tangentensteigung Ableitung der Potenzfunktionen Ableitungsregeln Summen-, Produkt-, Quotienten- und Kettenregel	auf verschiedene Schreibweisen hinweisen auf Differenzierbarkeit hinweisen  Quotientenregel nur für technische Ausbildungsrichtung
1.2	Die Schülerinnen und Schüler kennen die Bedeutung der 1. und 2. Ableitung und untersuchen ganzrationale Funktionen.	Monotonieverhalten Extremalpunkte Krümmungsverhalten Wendepunkte Graph Tangentengleichungen Bestimmung des Funktionsterms aus vorgegebenen Eigenschaften	Beschränkung auf Funktionen höchstens vierten Grades Betrachtet werden nur parameterfreie Funktionen.  auf den Zusammenhang mit der Scheitelberechnung bei Parabeln hinweisen

**Geometrie**

1	Trigonometrie		12 Std.
1.1	Die Schülerinnen und Schüler lernen die trigonometrischen Grundfunktionen und deren wesentliche Eigenschaften kennen.	Definition der Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion am Einheitskreis Bogenmaß Eigenschaften: – Symmetrie – Periodizität	
1.2	Die Schülerinnen und Schüler lernen grundlegende goniometrische Formeln für Berechnungen in Dreiecken und Vierecken kennen.	Sinussatz Kosinussatz Berechnung von Strecken und Winkeln in allgemeinen Dreiecken und Vierecken Additionstheoreme	aufzeigen, dass der Satz des Pythagoras ein Sonderfall des Kosinussatzes ist
1.3	Die Schülerinnen und Schüler lernen die Graphen der trigonometrischen Grundfunktionen und der allgemeinen Sinusfunktion als Grundlage für Untersuchungen in der Analysis und der Physik kennen.	die Graphen der Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion der Graph der allgemeinen Sinusfunktion Berechnung des Arguments der trigonometrischen Funktionen bei gegebenen Funktionswerten	auch Beispiele aus der Physik verwenden (z. B. $U(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ )
2	Analytische Geometrie		23 Std.
2.1	Die Vektorräume $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ Anknüpfend an die anschauliche Deutung des Vektors als Translation lernen die Schülerinnen und Schüler eine Darstellung von Vektoren in einem Koordinatensystem als Tupel reeller Zahlen kennen. Durch Verkettung von Translationen werden die Vektoraddition und die skalare Multiplikation einsichtig. Die Be-	Geometrischer Vektor als Menge paralleler Pfeile Repräsentant eines Vektors Vektoraddition skalare Multiplikation, Rechengesetze kartesische Koordinatensysteme Punkte und Ortsvektoren Addition und skalare Multiplikation in Koordinatenschreibweise	auf vektorielle Größen in berufsbezogenen Sachverhalten hinweisen       zwischen Punkt- und Vektorraum unterscheiden

Schreibung eines Punktes durch einen Ortsvektor wird erkannt.

## 2.2 Lineare Unabhängigkeit von Vektoren

Die Schülerinnen und Schüler lernen, dass die Verbindung von Addition und skalarer Multiplikation eine Linearkombination von Vektoren ergibt.

Basisvektoren  
Linearkombination von Vektoren  
kollineare und komplanare Vektoren

Vektorgleichungen und Koordinatengleichungssysteme

kollineare und komplanare Vektoren zeichnerisch veranschaulichen  
Lösen von Gleichungssystemen siehe auch Schuljahr 1 Geometrie

## 2.3 Produkte von Vektoren

Die Schülerinnen und Schüler führen mit Hilfe des Skalarprodukts Längen- und Winkelberechnungen durch.

Das Vektorprodukt wird als Rechenoperation erkannt, die zwei Vektoren wieder einen Vektor zuordnet.

Skalarprodukt, Rechengesetze:  
– Winkelberechnungen  
– Betrag eines Vektors  
– Winkel zwischen zwei Vektoren  
– orthogonale Vektoren  
– Entfernung zweier Punkte

Vektorprodukt zweier Vektoren im  $\mathbb{R}^3$ , Eigenschaften  
– Normalenvektor  
– Flächenberechnung

Hier bietet sich z.B. die Einführung über den Arbeitsbegriff in der Physik an.

auf Anwendungen in der Physik (z. B. Drehmoment, Lorentzkraft) hinweisen

## MATHEMATIK, 3. Schuljahr Technik

Lerngebiete:

**Analysis**

1 Differenzialrechnung

30 Std.

2 Integralrechnung

25 Std.

**Geometrie**

1 Analytische Geometrie

25 Std.

80 Std.

## LERNZIELE

## LERNINHALTE

## HINWEISE ZUM UNTERRICHT

**Analysis**

1 Differenzialrechnung

30 Std.

1.1 Die Schülerinnen und Schüler diskutieren gebrochen-rationale Funktionen.

Bestimmung von

- Asymptoten
  - Nullstellen
  - Extrempunkten
  - Wendepunkten
  - Graphen
  - Tangentengleichungen
- Extremwertaufgaben

siehe auch Schuljahr 1 Analysis, Lerngebiet 1.3

auch Beispiele aus Physik und Technik verwenden

1.2 Die Schülerinnen und Schüler diskutieren Wurzelfunktionen und die Sinusfunktion.

x a  $\sqrt{ax+b}$   
 x a  $a \sin(bx+c)+d$

Betrachtet werden nur parameterfreie Funktionen.  
 auch zeitabhängige Funktionen betrachten  
 (Variable t verwenden)

1.3 Die Schülerinnen und Schüler diskutieren Exponential- und Logarithmusfunktionen.

x a  $ae^{kx}$  mit  $k \in \mathbb{R}$   
 x a  $a \ln \frac{bx+c}{dx+e}$

auf Wachstums- und Zerfallsprozesse eingehen

Verknüpfung der Exponential- und Logarithmusfunktion mit linearen Funktionen

## 2 Integralrechnung

25 Std.

2.1 Die Schülerinnen und Schüler ermitteln Stammfunktionen.

Integrieren als Umkehrung des Differenzierens  
Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung  
Stammfunktion zu

- $x \ a \ c$
- $x \ a \ ax^n$
- $x \ a \ \sin(ax + b)$
- $x \ a \ \frac{1}{ax + b}$
- $x \ a \ ae^{kx}$  mit  $k \in \mathbb{R}$

auf den Nachweis durch Differenziation eingehen, dass eine gegebene Funktion F Stammfunktion einer bekannten Funktion f ist

2.2 Die Schülerinnen und Schüler berechnen bestimmte Integrale mit Hilfe von Stammfunktionen.

Berechnung von Flächenmaßzahlen:

- Flächen zwischen einem Funktionsgraphen und der x-Achse
- Flächen zwischen den Funktionsgraphen zweier Funktionen

auch gebrochen-rationale Funktionen mit linearem Nenner behandeln (Polynomdivision!)

**Geometrie**1 Punkt, Gerade und Ebene im  $\mathbb{R}^2$  und  $\mathbb{R}^3$ 

25 Std.

Die Schülerinnen und Schüler beschreiben Geraden und Ebenen durch Gleichungen in Parameter- und Normalenform. Sie untersuchen rechnerisch die Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen und ermitteln Schnittpunkte, Schnittgeraden und Schnittwinkel sowie Abstände zwischen diesen geometrischen Objekten.

Gerade und Ebene als Punktmenge:

- Vektorielle Parameterform
- Koordinatenform
- besondere Lagen im Koordinatensystem

Geraden- und Ebenengleichungen in Normalenform

Lagebeziehungen von

- Punkten
- Punkten und Geraden

den Zusammenhang mit linearen Gleichungssystemen aufzeigen

auf besondere Punkte, z. B. den Mittelpunkt einer Strecke, eingehen

- Punkten und Ebenen
- Geraden
- Ebenen
- Geraden und Ebenen

auch die Schnittwinkel berechnen

Abstände und Spiegelungen von

- Punkten und Geraden
- Punkten und Ebenen
- Geraden und Geraden
- Geraden und Ebenen

bevorzugt mit Lotgeraden lösen

Entwurf

## MATHEMATIK, 3. Schuljahr Nichttechnik

Lerngebiete:

**Analysis**

1 Differenzialrechnung

20 Std.

2 Integralrechnung

25 Std.

berufsbezogene Anwendungen

35 Std.

80 Std.

## LERNZIELE

## LERNINHALTE

## HINWEISE ZUM UNTERRICHT

**Analysis**

1 Differenzialrechnung

20 Std.

Die Schülerinnen und Schüler diskutieren Exponentialfunktionen.

$x \ a \ ae^{kx}; k \in \mathbb{R}$   
 Verknüpfung der Exponentialfunktion mit linearen Funktionen

auf Wachstums- und Zerfallsprozesse eingehen

2 Integralrechnung

25 Std.

2.1 Die Schülerinnen und Schüler ermitteln Stammfunktionen.

Integrieren als Umkehrung des Differenzierens  
 Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung  
 Stammfunktion zu

- $x \ a \ c$
- $x \ a \ ax^n$
- $x \ a \ ae^{kx}; k \in \mathbb{R}$

auf den Nachweis durch Differenziation eingehen, dass eine gegebene Funktion F Stammfunktion einer bekannten Funktion f ist

2.2 Die Schülerinnen und Schüler berechnen bestimmte Integrale mit Hilfe von Stammfunktionen.

Berechnung von Flächenmaßzahlen

- Flächen zwischen einem Funktionsgraphen und der x-Achse

- Flächen zwischen den Funktionsgraphen zweier Funktionen

berufsbezogene Anwendungen

35 Std.

Die Schülerinnen und Schüler wenden Inhalte der Analysis und Analytischen Geometrie in berufsbezogenen Aufgaben an.

Extremwertaufgaben  
Anwendungsaufgaben  
lineare Gleichungssysteme

geeignete Beispiele aus verschiedenen Berufsfeldern heranziehen

Entwurf

Anhang

Die Mitglieder der Lehrplankommission waren:

Johannes Lechner	Staatl. BS, Lauingen
Gerlinde Schneyer	Staatl. WS, Garmisch-Partenkirchen
Torsten Vierke	Städt. FOS, München
Georg Ott	ISB, München

Entwurf