

Mathematik

Abiturprüfung 2018

Prüfungsteil A

Arbeitszeit: 90 Minuten

Bei der Bearbeitung der Aufgaben dürfen **keine Hilfsmittel** verwendet werden.

Zu den Themengebieten Analysis, Stochastik und Geometrie wählt der Fachausschuss jeweils eine Aufgabengruppe zur Bearbeitung aus. **Die zu einer Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil A dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.**

<hr/> <p>Name des Prüflings</p>

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

Analysis

Aufgabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

- 4 **1** Geben Sie für die Funktionen f_1 und f_2 jeweils die maximale Definitionsmenge und die Nullstelle an.

$$f_1 : x \mapsto \frac{2x+3}{x^2-4}$$

$$f_2 : x \mapsto \ln(x+2)$$

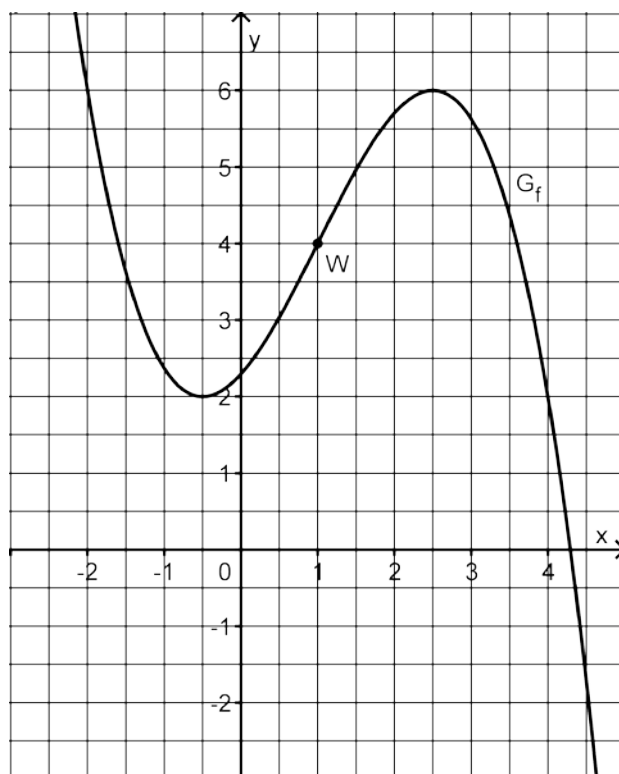
- 3 **2** Geben Sie den Term einer in \mathbb{R} definierten Funktion an, deren Graph im Punkt $(2|1)$ eine waagrechte Tangente, aber keinen Extrempunkt hat.

- 5 **3** Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 15x - 25$. Weisen Sie nach, dass f folgende Eigenschaften besitzt:
- (1) Der Graph von f besitzt an der Stelle $x = 0$ die Steigung -15 .
 - (2) Der Graph von f besitzt im Punkt $A(5|f(5))$ die x -Achse als Tangente.
 - (3) Die Tangente t an den Graphen der Funktion f im Punkt $B(-1|f(-1))$ kann durch die Gleichung $y = -36x - 36$ beschrieben werden.

- 3 **4** Die Abbildung zeigt den Graphen G_f einer in \mathbb{R} definierten Funktion f mit dem Wendepunkt $W(1|4)$.

Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung näherungsweise den Wert der Ableitung von f an der Stelle $x = 1$.

Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' von f in die Abbildung; berücksichtigen Sie dabei insbesondere die Lage der Nullstellen von f' sowie den für $f'(1)$ ermittelten Näherungswert.



(Fortsetzung nächste Seite)

5 Für jeden Wert von a mit $a \in \mathbb{R}^+$ ist eine Funktion f_a durch $f_a(x) = \frac{1}{a} \cdot x^3 - x$ mit $x \in \mathbb{R}$ gegeben.

2 a) Eine der beiden Abbildungen stellt einen Graphen von f_a dar. Geben Sie an, für welche Abbildung dies zutrifft. Begründen Sie Ihre Antwort.

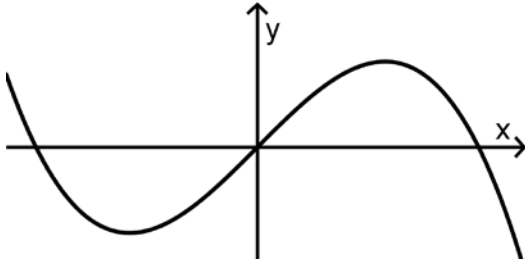


Abb. 1

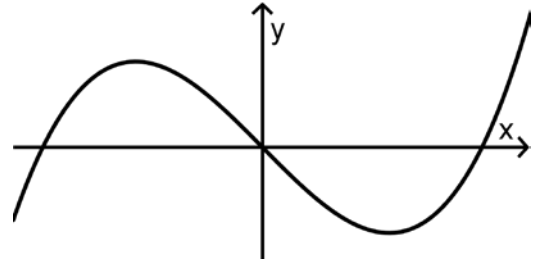


Abb. 2

3 b) Für jeden Wert von a besitzt der Graph von f_a genau zwei Extrempunkte. Ermitteln Sie denjenigen Wert von a , für den der Graph der Funktion f_a an der Stelle $x = 3$ einen Extrempunkt hat.

Analysis

Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

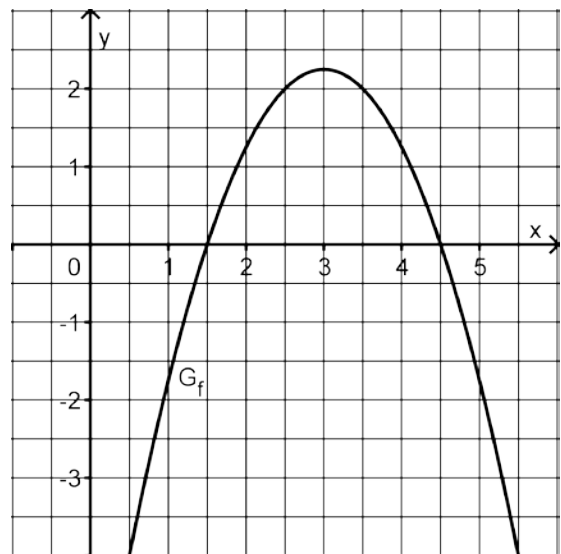
- 6 **1** Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \sqrt{3x - 5}$ mit maximalem Definitionsbereich D . Geben Sie D an und bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $(3 | f(3))$.
- 5 **2** Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 15x - 25$. Weisen Sie nach, dass f folgende Eigenschaften besitzt:
- (1) Der Graph von f besitzt an der Stelle $x = 0$ die Steigung -15 .
 - (2) Der Graph von f besitzt im Punkt $A(5 | f(5))$ die x -Achse als Tangente.
 - (3) Die Tangente t an den Graphen der Funktion f im Punkt $B(-1 | f(-1))$ kann durch die Gleichung $y = -36x - 36$ beschrieben werden.

- 4 **3** Die Abbildung zeigt eine nach unten geöffnete Parabel, die zu einer Funktion f mit Definitionsbereich \mathbb{R} gehört. Der Scheitel der Parabel hat die x -Koordinate 3.

Betrachtet wird die in \mathbb{R} definierte

Integralfunktion $F : x \mapsto \int_3^x f(t) dt$.

Wie viele Nullstellen hat F ? Machen Sie Ihre Antwort ohne Rechnung plausibel.



(Fortsetzung nächste Seite)

4 Für jeden Wert von a mit $a \in \mathbb{R}^+$ ist eine Funktion f_a durch $f_a(x) = \frac{1}{a} \cdot x^3 - x$ mit $x \in \mathbb{R}$ gegeben.

2 a) Eine der beiden Abbildungen stellt einen Graphen von f_a dar. Geben Sie an, für welche Abbildung dies zutrifft. Begründen Sie Ihre Antwort.

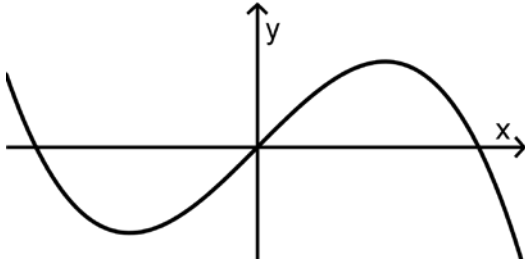


Abb. 1

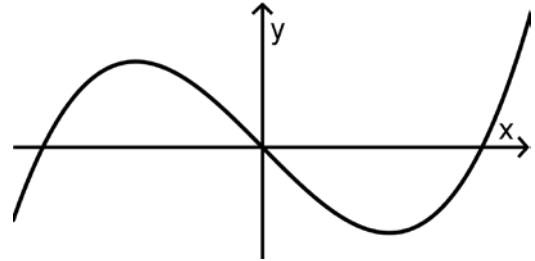


Abb. 2

3 b) Für jeden Wert von a besitzt der Graph von f_a genau zwei Extrempunkte. Ermitteln Sie denjenigen Wert von a , für den der Graph der Funktion f_a an der Stelle $x = 3$ einen Extrempunkt hat.

Stochastik

Aufgabengruppe 1

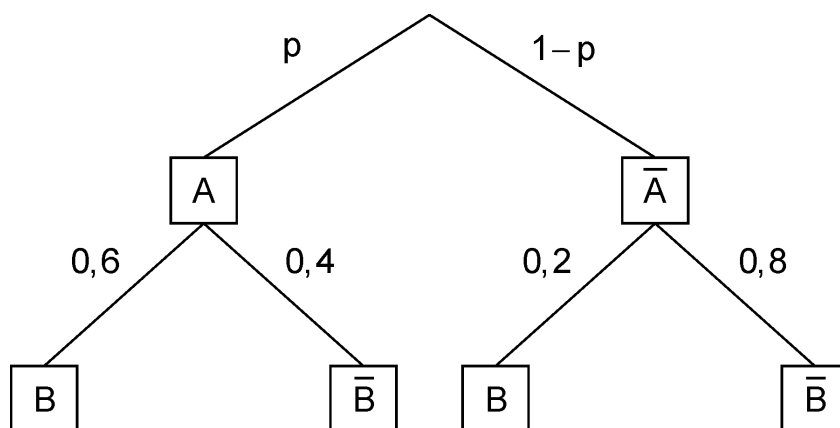
Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

1 In Sonnenstadt gibt es 6000 Einfamilienhäuser, von denen 2400 mit einer Holzpellettheizung ausgestattet sind. Bei zwei Dritteln der Einfamilienhäuser mit Holzpellettheizung ist diese mit einer solarthermischen Anlage kombiniert. 50 % aller Einfamilienhäuser sind weder mit einer Holzpellettheizung noch mit einer solarthermischen Anlage ausgestattet.

- 3 a) Stellen Sie zu der beschriebenen Situation eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel auf.
- 2 b) Ein zufällig ausgewähltes Einfamilienhaus ist mit einer solarthermischen Anlage ausgestattet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat es eine Holzpellettheizung?

2 Das abgebildete Baumdiagramm stellt ein zweistufiges Zufallsexperiment mit den Ereignissen A und B sowie deren Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} dar.



- 2 a) Bestimmen Sie den Wert von p so, dass das Ereignis B bei diesem Zufallsexperiment mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 eintritt.
- 3 b) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wert, den die Wahrscheinlichkeit von B annehmen kann.

10

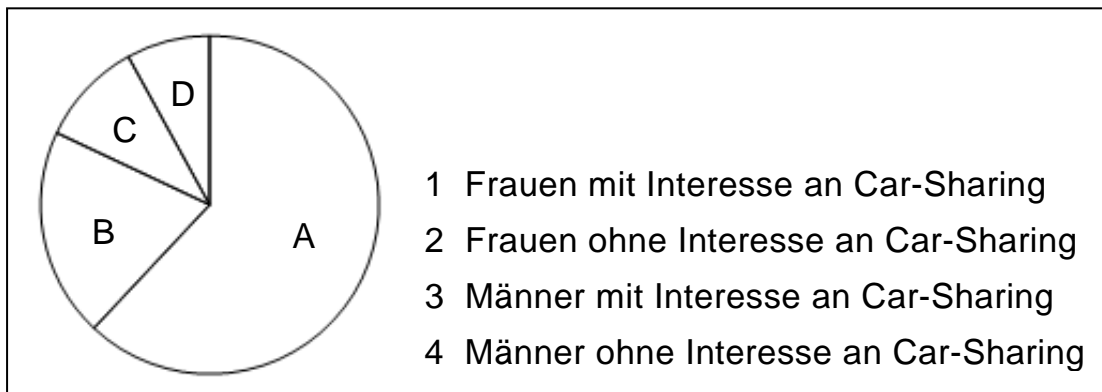
Stochastik

Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

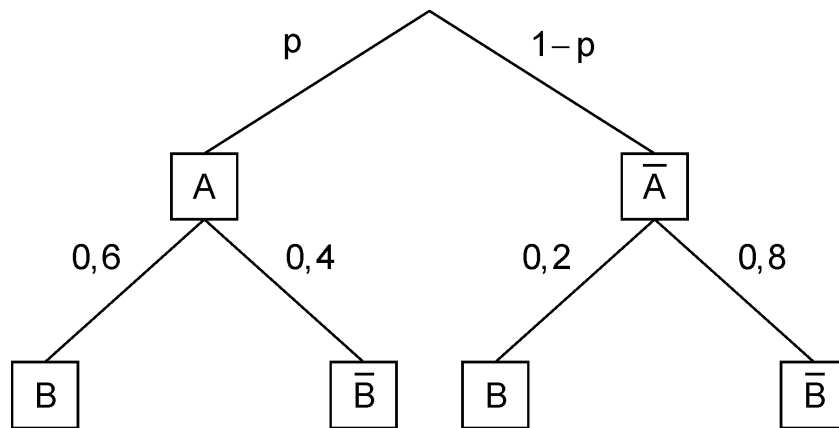
- 1 Anlässlich einer Studie wurden 300 weibliche und 700 männliche Bewohner einer Großstadt im Alter von 18 bis 30 Jahren dazu befragt, ob sie Interesse an Car-Sharing haben. 20% der Befragten waren weiblich und gaben an, nicht interessiert zu sein. 8% der Befragten waren männlich und gaben an, Interesse an Car-Sharing zu haben. Das Kreisdiagramm veranschaulicht die absoluten Häufigkeiten, die sich bei der Befragung ergaben.



- 4 a) Ordnen Sie die Beschriftungen 1 bis 4 den Sektoren A bis D korrekt zu und begründen Sie Ihre Zuordnung.
- 1 b) Berechnen Sie die Größe des Mittelpunktswinkels desjenigen Sektors, der den Anteil der Befragten veranschaulicht, die männlich waren und angaben, Interesse an Car-Sharing zu haben.

(Fortsetzung nächste Seite)

2 Das abgebildete Baumdiagramm stellt ein zweistufiges Zufallsexperiment mit den Ereignissen A und B sowie deren Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} dar.



2 a) Bestimmen Sie den Wert von p so, dass das Ereignis B bei diesem Zufallsexperiment mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 eintritt.

3 b) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wert, den die Wahrscheinlichkeit von B annehmen kann.

10

Geometrie
Aufgabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

1 Gegeben ist die Kugel mit Mittelpunkt $M(1|4|0)$ und Radius 6.

3 **a)** Bestimmen Sie alle Werte $p \in \mathbb{R}$, für die der Punkt $P(5|1|p)$ auf der Kugel liegt.

2 **b)** Die Gerade g berührt die Kugel im Punkt $B(-3|8|2)$. Ermitteln Sie eine mögliche Gleichung von g .

2 Für jeden Wert von a mit $a \in \mathbb{R}$ ist eine Gerade g_a gegeben durch

$$g_a : \bar{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ a-4 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

2 **a)** Bestimmen Sie in Abhängigkeit von a die Koordinaten des Punkts, in dem g_a die x_1x_2 -Ebene schneidet.

3 **b)** Für genau einen Wert von a hat die Gerade g_a einen Schnittpunkt mit der x_3 -Achse. Ermitteln Sie die Koordinaten dieses Schnittpunkts.

10

Geometrie
Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

1 Die Punkte $A(1|1|1)$, $B(0|2|2)$ und $C(-1|2|0)$ liegen in der Ebene E.

4 a) Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Normalenform.

1 b) Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von E mit der x_2 -Achse an.

2 Gegeben sind die Punkte $A(0|0|0)$, $B(3|-6|6)$ und $F(2|-4|4)$ sowie die

$$\text{Gerade } g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

4 a) Die Gerade h verläuft durch die Punkte A und B. Zeigen Sie, dass sich g und h im Punkt F senkrecht schneiden.

1 b) Ein Punkt C liegt auf g und ist verschieden von F. Geben Sie die besondere Bedeutung der Strecke [CF] im Dreieck ABC an.

10