

# MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2016

## MATHEMATIK

22. Juni 2016

8:30 Uhr – 11:00 Uhr

### Hinweise zur Durchführung, Korrektur und Bewertung (gemäß § 64 MSO)

	Seite
Allgemeine Hinweise	2
Auswahl der Aufgabengruppen und Durchführung der Prüfung	2
Korrektur und Bewertung der Aufgaben	2
Aufgabengruppe I – Ergebnisse	4
Aufgabengruppe II – Ergebnisse	8

**Nicht für die Prüflinge bestimmt!**

Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und des Rechtschreibens vom 16. November 1999 wird hingewiesen (KWMBI I Nr. 23/1999).

## 1. Allgemeine Hinweise

- 1.1 Prüflingen mit nichtdeutscher Muttersprache ist der Gebrauch eines Wörterbuches gestattet. Elektronische Wörterbücher sind ausgeschlossen.
- 1.2 Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und Rechtschreibens vom 16.11.1999 (KWMBI I Nr. 23/1999) wird nochmals verwiesen.

## 2. Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung

- 2.1 Es werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

2.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern einer Klasse in **150 Minuten** zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben zwischen den verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

- 2.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen jeweils auch unterschiedliche Aufgabengruppen verbindlich ausgewählt werden.  
Die Schule stellt sicher, dass **alle externen Teilnehmerinnen und Teilnehmer** die **gleiche Aufgabengruppe** bearbeiten.
- 2.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Prüflinge jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die der Prüfungsausschuss der Schule für sie verbindlich ausgewählt hat.
- 2.5 Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

## 3. Korrektur und Bewertung der Aufgaben

- 3.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktzahl und Note einheitlich festgesetzt:

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

- 3.2 Die Punkteverteilung für einzelne (Teil-)Aufgaben ist vorgegeben. Die Aufteilung der Teilpunkte innerhalb der Teilaufgaben wird vom Prüfungsausschuss festgesetzt. Halbe Punkte können vergeben werden.
- 3.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden. Für einzelne Teilaufgaben werden nicht weniger als 0 Punkte vergeben.

- 3.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Für einen anschließenden richtigen Lösungsablauf (Folgefehler) erhält der Prüfling die jeweils angegebenen Punkte für den **weiteren Lösungsverlauf**, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.
- 3.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.  
**Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich, eigenständig und nachvollziehbar sein.**
- 3.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt des Prüflings ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.
- 3.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je eine Bewertungseinheit abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.
- 3.8 Fehlen bei Endergebnissen einzelner (Teil-)Aufgaben dazugehörige Einheiten, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe nur **einmal** ein halber Punkt abgezogen werden.  
Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.
- 3.9 Es wird darauf hingewiesen, dass die Abbildungen sowohl bei den Aufgabenstellungen als auch im Lösungsheft lediglich Skizzen darstellen und nicht maßstabs- bzw. DIN-gerecht sind.
- 3.10 Zu zulässigen Abweichungen im Ergebnis kann es kommen
- durch eine unterschiedliche Anzahl der Dezimalstellen, die vom jeweiligen Taschenrechner bei der Durchführung der Rechenoperationen berücksichtigt werden,
  - durch die Benutzung der  $\pi$ -Taste des Taschenrechners an Stelle des im Lösungsvorschlag verwendeten Wertes von  $\pi = 3,14$ ,
  - durch Rundungen, die vom Lösungsvorschlag abweichen.

## Aufgabengruppe I – Ergebnisse

Punkte

1. a) Funktionsgleichung der Geraden  $g_1$ :

$$m_1 = 0,5$$

$$1,5 = 0,5 \cdot 4 + t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = -0,5 \quad \Rightarrow \quad g_1: y = 0,5x - 0,5$$

1,5

b) Rechnung:

$$y = -52 + 6,5 = -45,5 \quad \Rightarrow \quad C \text{ liegt nicht auf } g_2$$

1

c) Koordinaten der Nullstelle N:

$$0 = 2 - 0,5x \quad \Rightarrow \quad x = 4 \quad \Rightarrow \quad N(4 \mid 0)$$

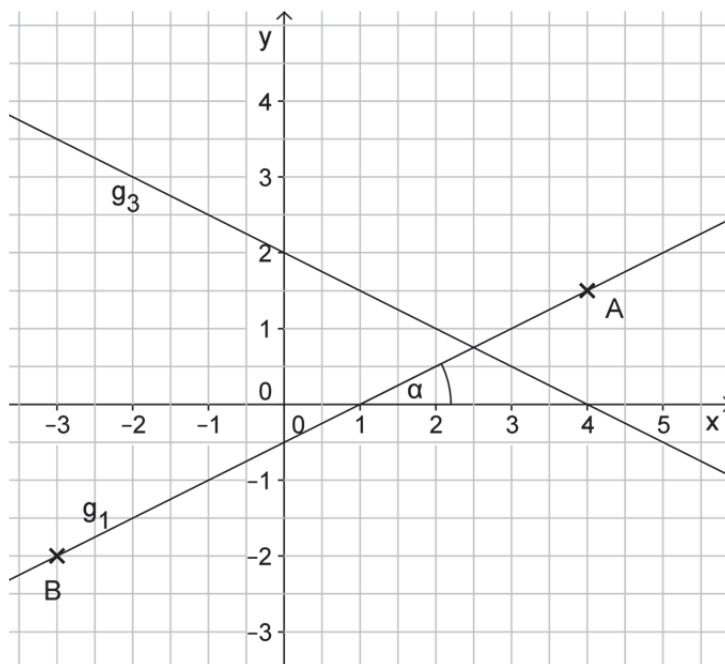
1

d) Koordinaten des Schnittpunkts T:

$$4x + 6,5 = 2 - 0,5x \quad \Rightarrow \quad x = -1; y = 2,5 \quad \Rightarrow \quad T(-1 \mid 2,5)$$

1,5

e) Zeichnung:



1

f) Winkel  $\alpha$ :

$$\tan \alpha = 0,5 \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 26,6^\circ$$

1

7

2. a)  $\overline{ZC} : \overline{ZA} = \overline{ZF} : \overline{ZD}$ 

1

b)  $\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{ZE} : \overline{ZF}$ 

1

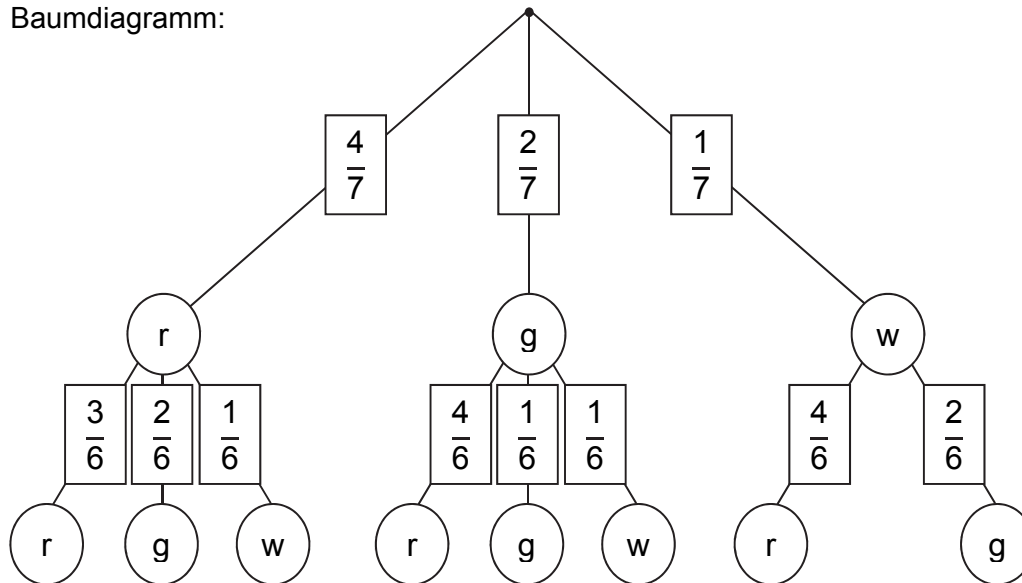
c)  $\overline{CF} = 6 \text{ cm}$ 

1

3

Fortsetzung nächste Seite

3. a) Baumdiagramm:



Die Angabe der Wahrscheinlichkeiten in Form von gekürzten Brüchen ist als richtig zu werten.

b) Wahrscheinlichkeit für zwei rote Gummibärchen:

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7} \approx 0,29$$

c) Wahrscheinlichkeit für kein weißes Gummibärchen:

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{30}{42} = \frac{5}{7} \approx 0,71 \quad \text{oder} \quad \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{7}$$

0,5

1

1

1,5

4

4. a) Restmenge  $W_6$  in g:

$$n = \frac{48}{8} \Rightarrow n = 6$$

$$W_6 = 5000 \cdot 0,5^6 = 78,125$$

b) Ausgangsmenge  $W_0$  in g:

$$n = \frac{40}{8} \Rightarrow n = 5$$

$$W_0 = 16,25 : 0,5^5 = 520$$

c) Halbwertszeit in Jahren:

$$5 = 5120 \cdot 0,5^n \Rightarrow n = 10$$

$$53 : 10 = 5,3 \Rightarrow \text{Cobalt-60}$$

1

1,5

1,5

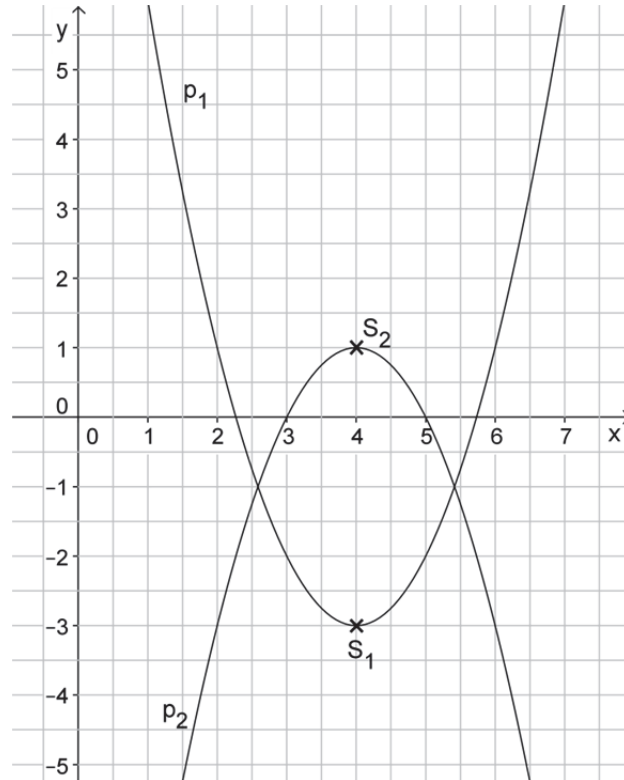
4

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
5. a) Länge der Höhe $h_c$ in cm: $h_c^2 = 3 \cdot 27 \quad \Rightarrow \quad h_c = 9$	1
b) Größe des Winkels $\beta$ : $\tan \beta = \frac{9}{3} \quad \Rightarrow \quad \beta \approx 71,6^\circ$	1
c) Länge der Strecke [BE] in cm: $\overline{BC}^2 = 9^2 + 3^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} \approx 9,5$ $\cos 35,8^\circ = \frac{9,5}{\overline{BE}} \quad \Rightarrow \quad \overline{BE} \approx 11,7$	2
d) Flächeninhalt in $\text{cm}^2$ : $A' = k^2 \cdot A$ $A' = 3^2 \cdot 0,5 (3 + 27) \cdot 9 = 1215$	1
<hr style="border: none; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> 5	
6. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ $2 \cdot (x + 2) \cdot (x - 2) = 2x \cdot (x - 2) - x \cdot (2 - x)$ $x^2 - 6x + 8 = 0$ $x_1 = 2; \quad x_2 = 4$ $L = \{4\}$	1
<hr style="border: none; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> 2,5	
<hr style="border: none; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> 0,5	
<hr style="border: none; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> 4	
7. Volumen in $\text{mm}^3$ : $V = [2^2 \cdot 3,14 \cdot 4 + 0,5 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3^3 \cdot 3,14] \cdot 1000$ $V \approx 106\,760$ Masse in g: $m = 106,760 \cdot 2,71$ $m \approx 289,3$	2
<hr style="border: none; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> 1	
<hr style="border: none; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> 3	
8. a) Funktionsgleichung von $p_1$ in der Normalform: $y = (x - 4)^2 - 3 \quad \Rightarrow \quad p_1: y = x^2 - 8x + 13$	1
b) Scheitelpunkt $S_2$ der Parabel $p_2$ : $p_2: y = -x^2 + 8x - 15 \quad \Rightarrow \quad S_2 (4 \mid 1)$	1

Fortsetzung nächste Seite

c) Zeichnung:



d) Fehlende y-Koordinate von D:

$$y_D = -120$$

e) Koordinaten der Schnittpunkte P und Q:

$$x^2 - 6x + 5 = -x^2 + 8x - 15$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_1 = 5; \quad y_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad P(5 \mid 0)$$

$$x_2 = 2; \quad y_2 = -3 \quad \Rightarrow \quad Q(2 \mid -3)$$

f) Funktionsgleichung von  $p_3$  in der Normalform:

$$(I) \quad 3 = 1 + p + q$$

$$(II) \quad 19 = 49 - 7p + q$$

$$p = 4; \quad q = -2 \quad \Rightarrow \quad p_3: y = x^2 + 4x - 2$$

Punkte

1

1

2

2

8

$$9. \text{ a) } 16x^2 - \boxed{8xy} + \boxed{y^2} = (\boxed{4x} - y)^2$$

1,5

$$\text{ b) } 0,25z^2 + 8z + \boxed{64} = (\boxed{0,5z} + \boxed{8})^2$$

1,5

3

10. Längen von a und b in cm:

$$(I) \quad 2a + 2b = 100 \quad \Rightarrow \quad a = 50 - b$$

$$(II) \quad (a - 5) \cdot (b + 6) = a \cdot b - 60$$

$$(I) \text{ in } (II) \quad (45 - b) \cdot (b + 6) = (50 - b) \cdot b - 60$$

$$\Rightarrow \quad b = 30$$

$$\Rightarrow \quad a = 20$$

2

2

4

Summe: 45

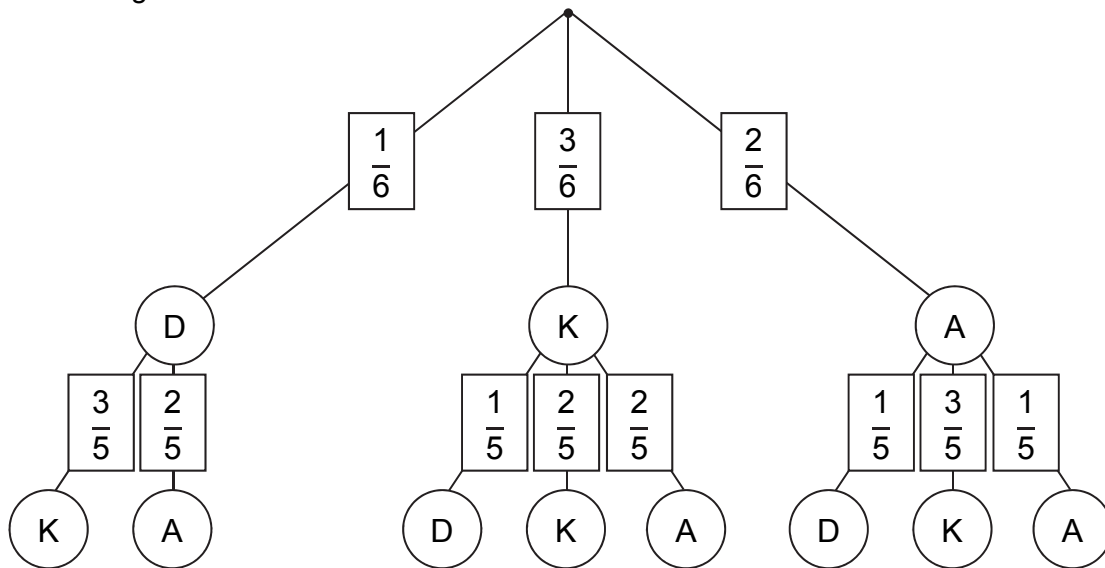
## Aufgabengruppe II – Ergebnisse

	Punkte
1. a) Funktionsgleichung der Geraden $g_1$ : $m_1 = -0,5$ $6 = (-0,5) \cdot (-2) + t_1 \Rightarrow t_1 = 5 \Rightarrow g_1: y = -0,5x + 5$	1,5
b) Koordinaten des Schnittpunkts N: $0 = 1,5x + 3 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow N(-2   0)$	1
c) Funktionsgleichung der Geraden $g_3$ : $m_2 = 1,5 \Rightarrow m_3 = -\frac{2}{3} \Rightarrow g_3: y = -\frac{2}{3}x$	1
d) Koordinaten des Schnittpunkts T: $1,5x + 3 = 10x - 14 \Rightarrow x = 2; y = 6 \Rightarrow T(2   6)$	1,5
e) Graphen von $g_2$ und $g_3$ : <div style="text-align: center;"> </div>	1
6	
2. Längen der Strecken $c$ , $h$ , und $f$ in cm: $\frac{c}{6} = \frac{5}{4} \Rightarrow c = 7,5$ $\frac{h}{3} = \frac{6}{4} \Rightarrow h = 4,5$ $\frac{f+6}{6,75} = \frac{4}{3} \Rightarrow f = 3$	1 1 1
3	

Fortsetzung nächste Seite



3. a) Baumdiagramm:



0,5

Die Angabe der Wahrscheinlichkeiten in Form von gekürzten Brüchen ist als richtig zu werten.

1

b) Wahrscheinlichkeit Dame gezogen:

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

oder

$$\frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

1,5

c) Anzahl der Anordnungsmöglichkeiten:

$$8! = 40\,320$$

1

4

4. a) Funktionsgleichung von  $p_1$  in Normalform:

$$(I) \quad 11 = x^2 + 1p + q$$

$$(II) \quad -5 = (-3)^2 - 3p + q$$

$$p = 6 \qquad \Rightarrow \quad q = 4 \qquad \Rightarrow \quad p_1: y = x^2 + 6x + 4$$

1,5

b) Scheitelpunktform der Parabel  $p_2$ :

$$p_2: y = (x + 1,5)^2 + 2$$

1

c) Funktionsgleichung der Parabel  $p_3$ :

$$p_3: y = x^2 - 3x + 4,25 \qquad \text{oder} \qquad p_3: y = (x - 1,5)^2 + 2$$

1

d) Koordinaten der Schnittpunkte C und D:

$$-x^2 + 4,25 = x^2 + 3x + 4,25$$

$$x^2 + 1,5x = 0$$

$$x_1 = 0; \qquad \Rightarrow \quad y_1 = 4,25 \qquad \Rightarrow \quad C(0 \mid 4,25)$$

$$x_2 = -1,5; \qquad \Rightarrow \quad y_2 = 2 \qquad \Rightarrow \quad D(-1,5 \mid 2)$$

2

e) Funktionsgleichung der Geraden  $g$  (rechnerisch oder aus der Zeichnung abgelesen):

$$y = -2x - 5$$

1

	Punkte
f) Größe des Winkels $\alpha$ : $\tan \alpha = 2 \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 63,4^\circ$	1
g) Funktionsgleichung von $p_5$ in Normalform: $S_1(-3   4)$ $y = -(x + 3)^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad p_5: y = -x^2 - 6x - 5$	1,5
9	
5. $\frac{2}{3}y$	2
6. Radius $r_K$ der Kegelgrundfläche und Radius $r_{HK}$ der Halbkugel in cm: $\cos 53,1^\circ = \frac{r_K}{15} \quad \Rightarrow \quad r_K \approx 9 \quad \Rightarrow \quad r_{HK} = 6$ Höhe $h_K$ des Kegels in cm: $h_K = \sqrt{15^2 - 9^2} \quad \Rightarrow \quad h_K = 12$ Volumen des Kegels in $\text{cm}^3$ : $V_K = \frac{1}{3} \cdot 9^2 \cdot 3,14 \cdot 12 \quad \Rightarrow \quad V_K \approx 1017,4$ Volumen der Halbkugel in $\text{cm}^3$ : $V_{HK} = \frac{2}{3} \cdot 6^3 \cdot 3,14 \quad \Rightarrow \quad V_{HK} \approx 452,2$ Gesamtvolumen des Werkstücks in $\text{cm}^3$ : $V_{\text{gesamt}} = 565,2$	
4	
7. a) Anzahl der Jahre $n$ : $210 = 2800 \cdot 0,79^n \quad \Rightarrow \quad n \approx 11$	2
b) Wert des Rollers nach 4 Jahren in €: $2800 \cdot 0,77 \cdot 0,84^3 = 1\,277,87$	1,5
c) Jährlicher Wertverlust in Prozent: $500 = 3200 \cdot q^{10} \quad \Rightarrow \quad q \approx 0,83 \quad \Rightarrow \quad p = 17$	1,5
5	

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
8. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ $6 \cdot (6 - 3x) \cdot (3x - 6) = 36 \cdot (3x - 6) - 5x \cdot (6 - 3x)$ $x^2 - 2x = 0$ $x_1 = 0; \quad x_2 = 2$ Hinweis: Die angegebene Gleichung kann auch umgeformt und als lineare Gleichung gelöst werden: $6 = \frac{36}{6 - 3x} + \frac{5x}{6 - 3x} \quad \Rightarrow \quad x = 0$ $L = \{0\}$	1  2,5 0,5 <hr/> 4
<hr/>	
9. a) Länge der Höhe [BE] in cm: $\sin 28^\circ = \frac{\overline{BE}}{8,5} \quad \Rightarrow \quad \overline{BE} \approx 4$	1
b) Längen der Strecken [AB] und [BC] in cm: $\cos 28^\circ = \frac{\overline{AB}}{8,5} \quad \Rightarrow \quad \overline{AB} \approx 7,5$ $\overline{BG}^2 = 4^2 - 2,5^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{BG} \approx 3,1$ $2,5^2 = 3,1 \cdot \overline{CG} \quad \Rightarrow \quad \overline{CG} \approx 2 \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = 5,1$	1 1 1
c) Flächeninhalt in $\text{cm}^2$ : $\overline{CE}^2 = 2,5^2 + 2^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{CE} \approx 3,2$ $A = \frac{(7,5 + 2 \cdot 3,2 + 7,5)}{2} \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad A = 42,8$	1 <hr/> 6
<hr/>	
10. Lösungsbeispiele: (1) <i>Die Strecke [A'B'] ist ein Drittel so lang wie die Strecke [AB].</i> oder <i>Die Strecke [AB] ist dreimal so lang wie die Strecke [A'B'].</i>	1
(2) <i>Der Flächeninhalt der Bildfigur beträgt ein Neuntel des Flächeninhalts der Originalfigur.</i> oder <i>Der Flächeninhalt der Originalfigur beträgt das Neunfache des Flächeninhalts der Bildfigur.</i>	1
Ähnliche, sachlich richtige Formulierungen sind zulässig.	<hr/> 2
<hr/>	
<b>Summe:</b>	<b>45</b>