10. Klasse der Hauptschule

Abschlussprüfung

zum Erwerb des

Mittleren Schulabschlusses

2008

Hinweise zur Auswahl, Korrektur und Bewertung
der Prüfungsaufgaben

Mathematik

Nicht für den Prüfling bestimmt !

Hinweise für
1. Auswahl
2. Bewertung
3. Lösung der Aufgaben

1 Hinweise zur Auswahl der Aufgabengruppen im Fach Mathematik

1.1 Im Schuljahr 2007/2008 werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

1.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülern zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben aus verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

1.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen auch unterschiedliche Aufgabengruppen ausgewählt werden.

1.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrer achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Schüler jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die die Prüfungskommission der Schule verbindlich ausgewählt hat.

2 Hinweise für die Bewertung der Aufgaben

2.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktezahl und Note landeseinheitlich festgesetzt:

Note	**1**	$\hat{=}$	**45**	**-**	**38**	**Punkte**
Note	**2**	$\hat{=}$	**37,5**	**-**	**31**	**Punkte**
Note	**3**	$\hat{=}$	**30,5**	**-**	**23**	**Punkte**
Note	**4**	$\hat{=}$	**22,5**	**-**	**15**	**Punkte**
Note	**5**	$\hat{=}$	**14,5**	**-**	**7**	**Punkte**
Note	**6**	$\hat{=}$	**6,5**	**-**	**0**	**Punkte**

2.2 Ein Vorschlag einer möglichen Punkteverteilung für die Teilergebnisse ist den Lösungen jeweils beigefügt. Halbe Punkte können vergeben werden.

2.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Aufgabenteilen sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden.

2.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Der Schüler erhält für den anschließenden richtigen Lösungsablauf die jeweils angegebenen Punkte **nur dann, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist**. Dabei ist ein **strenger Maßstab** anzusetzen.

2.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen. Die Zweitkorrektur muss als solche ersichtlich und nachvollziehbar sein.

2.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der Lösungsweg als auch die Teilergebnisse aus dem Lösungsblatt des Schülers ersichtlich sind.

2.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je ein Bewertungspunkt abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.

2.8 Fehlen bei Ergebnissen dazugehörige Benennungen, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktezahl einer Aufgabe ein halber Punkt abgezogen werden.

2.9 Eine für den Gebrauch an der Hauptschule genehmigte Formelsammlung ist zugelassen.

2.10 Schülern mit nichtdeutscher Muttersprache ist der Gebrauch eines Wörterbuches gestattet.

2.11 Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und Rechtschreibens vom 16.11.99 (KWMBl I Nr. 23/1999) wird verwiesen.

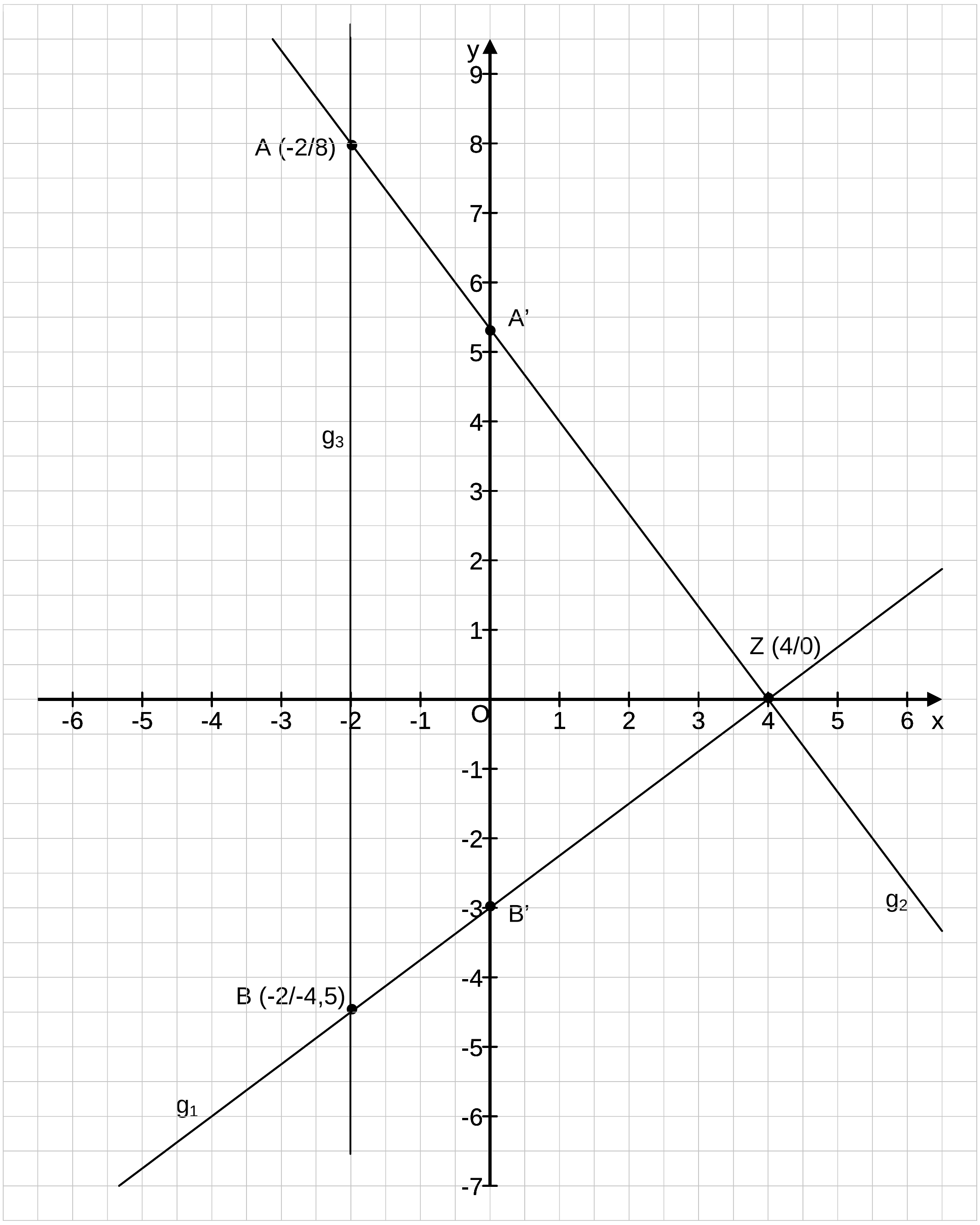
Aufgabengruppe I - Ergebnisse

	Punkte
1. a) Endkapital in Euro:	
$K_n = 7\,500 \cdot 1{,}041^{18}$	
$K_n \approx 15\,458{,}75$	1
b) Zinssatz in %:	
$q = \sqrt[18]{\frac{16000}{7500}}$	
$q \approx 1{,}0429$	
$p \approx 4{,}3$	1,5
c) Anzahl der Jahre:	
$7\,500 \cdot 1{,}0512^x = 22\,500$	
$x = \frac{\log 3}{\log 1{,}0512}$	
$x \approx 22$	1,5
	4
2. a) Funktionsgleichung von g_1:	
$m = \frac{1{,}5+4{,}5}{6+2} = \frac{3}{4}$	
$1{,}5 = \frac{3}{4} \cdot 6 + t$	
$t = -3$	
g_1: $y = \frac{3}{4}x - 3$	1,5
b) Funktionsgleichung von g_2:	
$m_2 = \frac{-1}{m_1} = -\frac{4}{3}$	
$4 = -\frac{4}{3} \cdot 1 + t$	
$t = 5\frac{1}{3}$	
g_2: $y = -\frac{4}{3}x + 5\frac{1}{3}$	1,5
c) Schnittpunkt A:	
g_3: $x = -2$ in g_2 einsetzen	
$y = -\frac{4}{3} \cdot (-2) + 5\frac{1}{3}$	
$y = 8 \quad \Rightarrow A\,(-2\vert 8)$	1

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

d) Grafische Darstellung:



1,5

e) Streckungsfaktor k:

$k = \frac{2}{3}$

Flächeninhalt Dreieck ZA’B’ in cm²:

$A_{ZAB} = \frac{12{,}5 \bullet 6}{2} = 37{,}5$

$A_{ZA'B'} = 37{,}5 \bullet (\frac{2}{3})^2 = 16\,\frac{2}{3}$

1,5

7

Fortsetzung nächste Seite

			Punkte
3.	Definitionsbereich: $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-10; 0\}$		0,5
	Lösungsmenge: $x(x + 10) = 120(x + 10) - 120x$; $x^2 + 10x - 1200 = 0$; $x_1 = 30$; $x_2 = -40$		3
	$\mathbb{L} = \{-40; 30\}$		0,5
			4
4.	a)	Anzahl Note 2 = x; Anzahl Note 3 = y	
		(I) $x + y = 15$; (II) $2 + 2x + 3y + 20 + 15 = 75$	2
		$x = 7$; $y = 8$	1
	b)	Wahrscheinlichkeit: $p(2 \vee 3) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$	1
	c)	Wahrscheinlichkeit: $p = \frac{5}{22}$	1
	d)	Anordnungen: $9! = 362\,880$	1
			6
5.	a)	Abstand a in cm: $x = \frac{a}{2}$; (I) $\sin 23{,}5° = \frac{x}{b} \approx 0{,}40$; (II) $\sin 34° = \frac{x+32}{b} \approx 0{,}56$	2
		$\frac{x}{0{,}40} = \frac{x+32}{0{,}56}$; $x = 80 \quad \Rightarrow \quad a = 160$	1
	b)	Höhe h in cm: $h = \frac{80}{\tan 23{,}5°} \approx 183{,}99$	1
	c)	Schenkel b in cm: $\sin 23{,}5° = \frac{80}{b}$; $b \approx 200{,}63$	1
			5

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

6. Antworten b) und c) sind richtig — 2

Summe: 2

---

7. a) $(15a - \mathbf{16b})^2 = \mathbf{225a^2} - 480ab + \mathbf{256b^2}$ — 1

b) $(\mathbf{3x} + \mathbf{5y})^2 = 9x^2 + 30xy + \mathbf{25y^2}$ — 1

Summe: 2

---

8. a) Normalform von p_1:

$y = (x + 3)^2 - 4$

$y = x^2 + 6x + 5$ — 1

b) Schnittpunkte N_1 und N_2 mit der x-Achse:

$x^2 + 6x + 5 = 0$

$x_1 = -1$; $N_1\,(-1|0)$

$x_2 = -5$; $N_2\,(-5|0)$ — 1

c) Funktionsgleichung von p_2:

A $(-6|-3)$: (I) $-3 = -(-6)^2 - 6p + q$

B $(-1|-8)$: (II) $-8 = -(-1)^2 - p + q$

$p = -8$

$q = -15$

p_2: $y = -x^2 - 8x - 15$ — 2

d) Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2:

$y = -x^2 - 8x - 15$

$y = -(x + 4)^2 + 1$

$S_2\,(-4|1)$ — 1

e) Schnittpunkte P und Q:

$x^2 + 6x + 5 = -x^2 - 8x - 15$

$x^2 + 7x + 10 = 0$

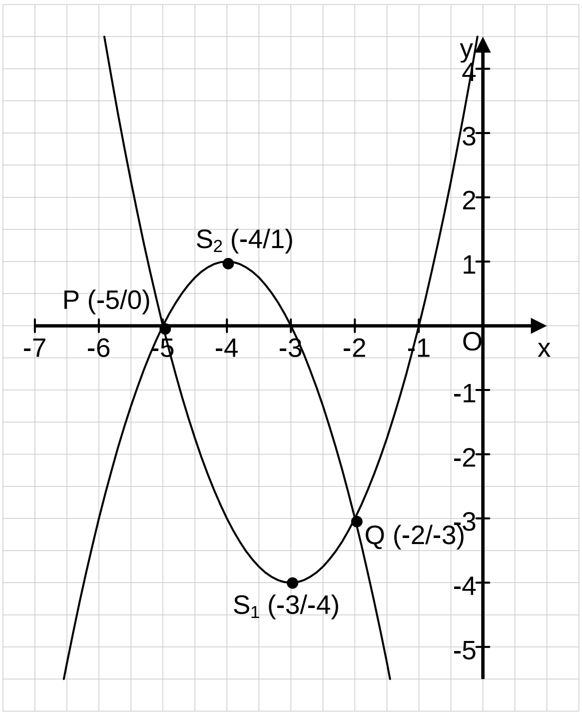
$x_1 = -5$; $y_1 = 0$ P $(-5|0)$

$x_2 = -2$; $y_1 = -3$ Q $(-2|-3)$ — 2

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

f) Grafische Darstellung:



1

8

---

9. a) Längen der Strecken AB, AC und AD in cm:

$\overline{AB} = 13^2 : 5 = 33{,}8$

$\overline{AD} = 28{,}8$

$\overline{AC} = \sqrt{33{,}8^2 - 13^2} = 31{,}2$ 2,5

b) Länge der Strecke DE in cm:

$\frac{\overline{DE}}{13} = \frac{28{,}8}{33{,}8}$

$\overline{DE} \approx 11{,}1$ 1,5

4

---

10. a) Durchmesser der Bleikugel in cm:

$V_{Zyl} = 3{,}065^2 \bullet 3{,}14 \bullet 1{,}5$

$V_{Zyl} = V_{Kug} \approx 44{,}25$

$r = \sqrt[3]{\frac{44{,}25 \bullet 3}{4 \bullet 3{,}14}}$

$r \approx 2{,}19$

$d = 4{,}38$ 2

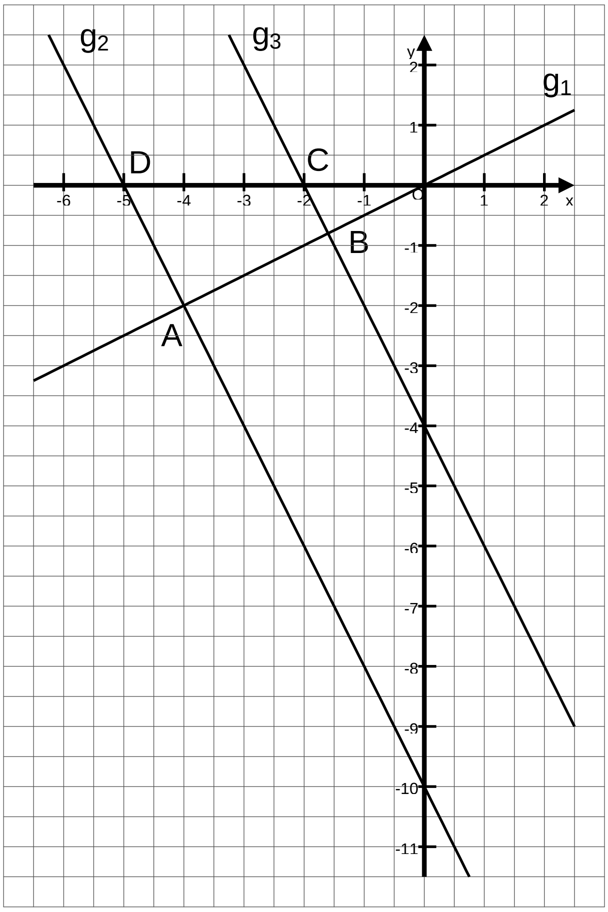
b) Masse der Bleikugel in g:

$m = 44{,}25 \bullet 11{,}3$

$m \approx 500$ 1

3

Aufgabengruppe II – Ergebnisse

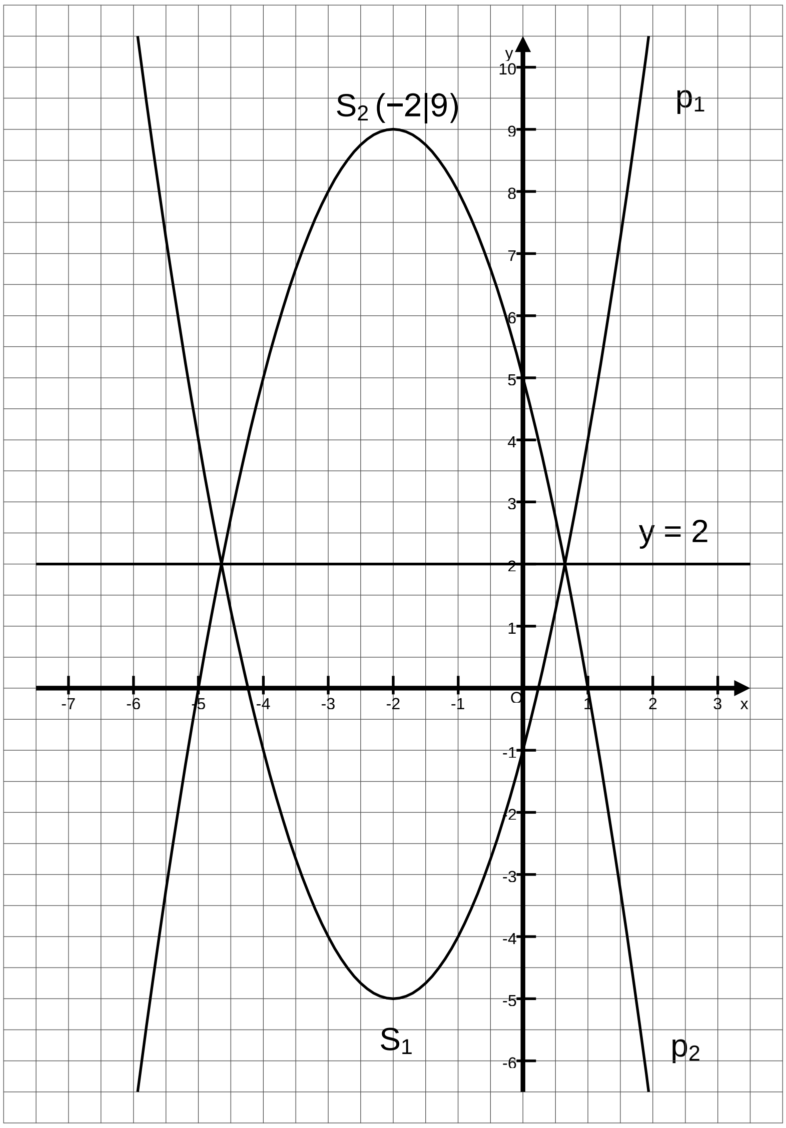
			Punkte
1.	a)	Funktionsgleichung von g_1:	
		$m_1 = \frac{-2}{-4} = 0{,}5$	
		g_1: $y = 0{,}5\,x$	
		Funktionsgleichung von g_2:	
		$m_2 = \frac{-1}{0{,}5} = -2$	
		$t = -2 - (-2)\cdot(-4) = -10$	
		g_2: $y = -2x - 10$	3
	b)	 Hinweis: Je $\frac{1}{2}$ Punkt für g_1 und g_2.	1
	c)	Schnittpunkt D von g_2 mit der x-Achse:	
		$0 = -2x - 10$	
		$x = -5$	
		D $(-5\|0)$	1

Fortsetzung nächste Seite

			Punkte
	d)	Schnittpunkt B von g_1 und g_3:	
		$0{,}5\,x = -2x - 4$ $x = -1{,}6$ $y = -0{,}8$	
		B (−1,6|−0,8)	1
	e)	Gerade g_3 (siehe Zeichnung 1b)	0,5
		C (− 2|0)	0,5
	f)	Größe des Winkels δ:	
		$\tan\,\delta = \frac{2}{1}$	
		$\delta \approx 63°$	1
			8
2.	a)	Einwohner Chinas im Jahr 1990 in Milliarden:	
		$W_0 = 1{,}306 : 1{,}044^3 \approx 1{,}148$	1
	b)	Durchschnittliches jährliches Wachstum in Prozent:	
		$q = \sqrt[15]{1{,}306 : 1.148} \approx 1{,}0086$ $p = 0{,}86$	1,5
	c)	Voraussichtliche Einwohnerzahl Chinas 2030 in Milliarden:	
		$W_n = 1{,}306 \cdot 1{,}0075^{10} \cdot 1{,}006^{15} \approx 1{,}539$	1
	d)	Anzahl der Jahre:	
		$n = \log_{1{,}007} \frac{2}{1{,}306} \approx 61$	1,5
			5
3.		Volumen der weißen Schokolade einer Praline in mm³:	
		$\frac{2}{3} \cdot 9^3 \cdot 3{,}14 - \frac{2}{3} \cdot 6^3 \cdot 3{,}14 + 9^2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 =$	
		$= 1526{,}04 - 452{,}16 + 763{,}02 = 1836{,}9$	3
		Volumen der weißen Schokolade aller Pralinen in Liter:	
		$0{,}0018369 \cdot 20\,000 \approx 37$	1
			4

Fortsetzung nächste Seite

			Punkte
4.		Richtige Aussagen:	
		(1), (3) und (6)	3
			3
5.	a)	Funktionsgleichung von p_1:	
		I) $11 = 2^2 + 2p + q$	
		II) $-4 = (-1)^2 - p + q$	
		$p = 4$; $q = -1$	
		p_1: $y = x^2 + 4x - 1$	2
	b)	Scheitelpunkt S_1 von p_1:	
		$y = (x + 2)^2 - 5$	
		$S_1\ (-2 \mid -5)$	1
	c)		2



Fortsetzung nächste Seite

			Punkte
	d)	Funktionsgleichung von p_2:	
		$y = -(x + 2)^2 + 9$	
		$y = -x^2 - 4x + 5$	1
	e)	Schnittpunkt T von p_2 mit der y-Achse:	
		$y = 5$; T (0|5)	
		Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_2 mit der x-Achse:	
		$0 = -x^2 - 4x + 5$	
		$x_1 = -5$; $x_2 = 1$	
		$N_1\,(-5\|0)$; $N_2\,(1\|0)$	2
			8
6.		Definitionsmenge ID:	
		ID = IR \ {−2;1}	
		Lösungsmenge IL:	
		$(2x - 1)(x + 2) + 3x(x - 1) = 2x^2 + 3x + 16$	
		$x^2 - x - 6 = 0$	
		$x_1 = -2$; $x_2 = 3$; IL = {3}, da x_1 nicht in Definitionsmenge	4
			4
7.		Für die Skizze wird kein Punkt vergeben.	
		Ursprüngliche Länge a und Breite b des Blumenbeetes in m:	
		I) $2a + 2b = 48$	
		II) $(a + 5) \cdot (b + 1) = a \cdot b + 65$	2
		$a = 15$; $b = 9$	2
			4
8.	a)	Länge der Strecke AD in dm:	
		$\overline{AD} : 4{,}5 = 10 : 12$	
		$\overline{AD} = 3{,}75$	
		Länge der Strecke DE in dm:	
		$20 - 2 \cdot 3{,}75 = 12{,}5$	
		Flächeninhalt des Rechtecks DEFG in dm²:	
		$12{,}5 \cdot 4{,}5 = 56{,}25$	2

Fortsetzung nächste Seite

			Punkte
	b)	Winkel γ :	
		$\tan \frac{\gamma}{2} = 10 : 12$	
		$\gamma \approx 80°$	1
			3
9.		Der Fehler steckt in Zeile 3:	
		Richtige Lösung:	
		$\frac{x^4}{x^2} = 25$	1
		$x_1 = -5$; $x_2 = 5$	1
			2
10.	a)	Höhe des Grundstücks in m:	
		$\tan 65° = h : 20$	
		$h \approx 42{,}9$	
		Flächeninhalt der beiden dreieckigen Wiesenflächen in m²:	
		$42{,}9 \cdot 20 = 858$	2
	b)	Länge der Strecke CD in m:	
		$1544 : 42{,}9 \approx 36$	
		Länge der Strecke AD in m:	
		$\overline{AD}^2 = 42{,}9^2 + 20^2$	
		$\overline{AD} \approx 47{,}3$	
		Umfang u des Grundstücks in m:	
		$u = (20 + 36 + 20) + 47{,}3 + 36 + 47{,}3 = 206{,}6$	2
			4

Fortsetzung nächste Seite