

MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2014

MATHEMATIK

26. Juni 2014

8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Platznummer (ggf. Name/Klasse): _____

Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.

Jeder Prüfling muss die **eine** von der Prüfungskommission ausgewählte **Aufgabengruppe** bearbeiten.

Gesamtbewertung		Erst- korrektur	Zweit- korrektur
Aufgabengruppe I oder II	45 Punkte		

Note

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

Erstkorrektur:

_____ (Datum, Unterschrift)

Zweitkorrektur:

_____ (Datum, Unterschrift)

Bemerkung:

Aufgabengruppe I

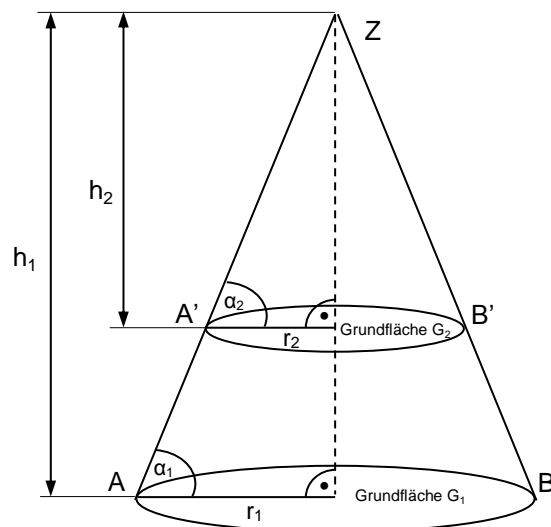
Punkte

1. Die Gerade g_1 wird durch folgende Gleichung beschrieben: $-5y + 2x - 10 = 0$. Sie schneidet die x-Achse im Punkt C.
 - a) Ermitteln Sie die Koordinaten von C rechnerisch.
 - b) Die Gerade g_2 verläuft durch die Punkte A $(-0,5|5)$ und B $(3,5|-3)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_2 rechnerisch.
 - c) Die Geraden g_1 und g_2 schneiden sich im Punkt D. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D.
Hinweis: Rechnen Sie mit $g_2: y = -2x + 4$.
 - d) Die Gerade g_3 steht senkrecht auf g_2 und verläuft durch den Punkt E $(-4|0)$. Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von g_3 rechnerisch.
 - e) Zeichnen Sie die Geraden g_1 , g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
 - f) Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels γ , den g_2 mit der x-Achse einschließt.

8

2. Für den abgebildeten Körper (siehe Skizze) gilt:

- V_1 ist das Volumen des größeren Kegels K_1
- V_2 ist das Volumen des kleineren Kegels K_2
- $h_2 = 0,6 \cdot h_1$



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Notieren Sie auf Ihrem Lösungsblatt, ob die jeweilige Behauptung richtig (r) oder falsch (f) ist.

(1) $G_1 \cdot 0,6 = G_2$

(2) $\overline{AB} : \overline{A'B'} = h_1 : h_2$

(3) $r_1 : r_2 = \overline{AA'} : \overline{A'Z}$

(4) $r_2 : 0,6 = r_1$

(5) $V_1 \cdot 0,6^3 = V_2$

(6) $\alpha_1 \cdot 0,6 = \alpha_2$

3

3. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und berechnen Sie deren Lösungsmenge.

$$\frac{12}{x-2} + \frac{32}{(x-2)(x+2)} = \frac{4x}{x+2}$$

4

Fortsetzung nächste Seite

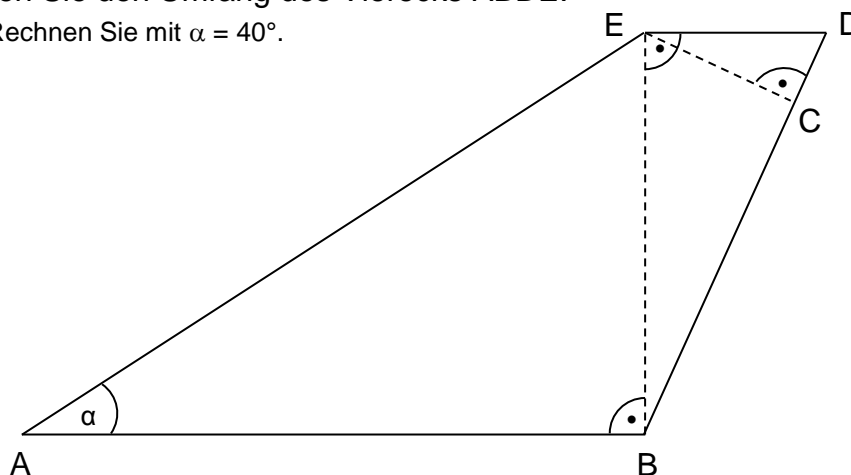
4. Ein Motorrad kostet neu 12 950 Euro.
- Berechnen Sie den Wert des Motorrads nach fünf Jahren, wenn es im ersten Jahr 21 %, im zweiten Jahr 19 % und in den folgenden Jahren immer 14 % seines jeweils aktuellen Wertes verliert.
 - Nach acht Jahren ist es noch 3 000 Euro wert. Berechnen Sie den durchschnittlichen jährlichen Wertverlust in Prozent.
 - Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren ein PKW bei einem durchschnittlichen jährlichen Wertverlust von 16 % nur noch die Hälfte wert ist.

5

5. Auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_1 liegen die Punkte A $(-1|19)$ und B $(5|7)$.
- Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.
 - Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S_1 von p_1 rechnerisch.
Hinweis: Rechnen Sie mit $p_1: y = x^2 - 6x + 12$.
 - Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2 (1|5)$. Ermitteln Sie rechnerisch die Normalform von p_2 .
 - Die beiden Parabeln berühren sich im Punkt Q.
Berechnen Sie die Koordinaten von Q.
Hinweis: Rechnen Sie mit $p_2: y = -x^2 + 2x + 4$.
 - Zeichnen Sie die beiden Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

7

6. Im skizzierten Viereck ABDE gilt das Verhältnis: $\overline{BC} : \overline{CD} = 4 : 1$
Die Länge der Strecke [CE] beträgt 4 cm, die von [AB] beträgt 10,6 cm.
- Berechnen Sie die Größe des Winkels α .
 - Berechnen Sie den Umfang des Vierecks ABDE.
Hinweis: Rechnen Sie mit $\alpha = 40^\circ$.



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

5

7. Der Radius eines Kreises wird um 5 cm verlängert. Dadurch vergrößert sich sein Flächeninhalt um $392,5 \text{ cm}^2$.

Berechnen Sie den ursprünglichen Radius des Kreises.

3

8. Folgende Gleichungen stellen Binome dar.

Ersetzen Sie die Platzhalter und schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

a) $(4ab^2 + \boxed{?})^2 = \boxed{?} + \boxed{?} + 9c^2$

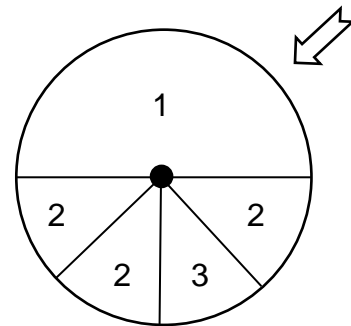
b) $25x^4y^6 - 100x^2y^4 + 100y^2 = (\boxed{?} \textcircled{?} \boxed{?})^2$

2

9. Auf einem Glücksrad befinden sich die Zahlen 1, 2 und 3 (siehe Skizze).

Die Sektoren mit den Zahlen 2 und 3 sind gleich groß und bedecken zusammen die Hälfte der Kreisfläche.

Uli darf das Rad zwei Mal drehen und jeweils die Zahl ablesen, auf die der Pfeil zeigt.



- a) Stellen Sie die dabei möglichen Ergebnisse in einem Baumdiagramm dar und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

- b) Uli addiert seine beiden Zahlen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich dabei die Summe 4 ergibt.

3

10. Eine Hohlkugel aus Glas hat einen äußeren Durchmesser von 8,2 cm und einen inneren Durchmesser von 7,8 cm. Die Dichte von Glas beträgt $2,8 \text{ g/cm}^3$.

- a) Berechnen Sie die Masse der Hohlkugel.

- b) Berechnen Sie die äußere Kugeloberfläche.

- c) Ein massiver Kegel aus dem gleichen Material hat eine Höhe von 25 cm und eine Masse von 7,33 kg.

Berechnen Sie den Winkel α an der Spitze des Kegels.

5

Summe: 45

Aufgabengruppe II

Punkte

1. Die Gerade g_1 verläuft durch die Punkte A $(-4,5|6)$ und B $(3|1)$.
 - a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1 .
 - b) Die Gerade g_2 hat die Funktionsgleichung $y = 2$.
Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes T der beiden Geraden g_1 und g_2 .
Hinweis: Rechnen Sie mit $g_1: y = -\frac{2}{3}x + 3$.
 - c) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes N der Geraden g_1 mit der x-Achse.
 - d) Überprüfen Sie durch Rechnung, ob der Punkt P $(-1,5|4)$ auf der Geraden g_1 liegt.
 - e) Eine weitere Gerade g_3 steht senkrecht auf der Geraden g_1 und geht durch den Punkt Q $(2|4)$. Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von g_3 .
 - f) Zeichnen Sie die Geraden g_1 , g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

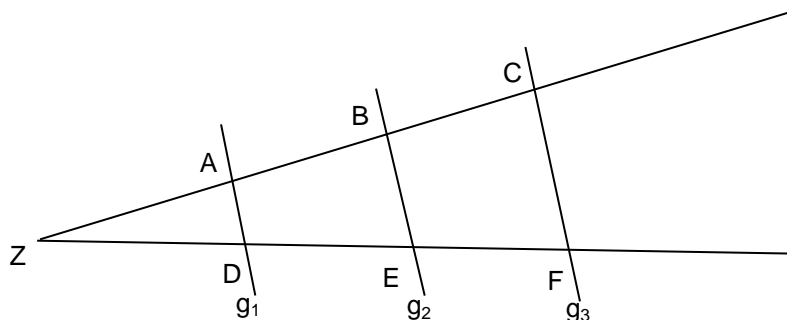
8

2. In der unten stehenden Skizze gilt: $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3$.

Folgende Längen sind gegeben:

$$\overline{ZA} = 18 \text{ cm}; \overline{ZD} = 24 \text{ cm}; \overline{DE} = 20 \text{ cm}; \overline{BE} = 22 \text{ cm}; \overline{CF} = 30 \text{ cm}.$$

Berechnen Sie die Längen der Strecken $[AD]$, $[AB]$ und $[EF]$.



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

3

3. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$4 - \frac{4}{x+4} = \frac{2x}{3x-2} + 3$$

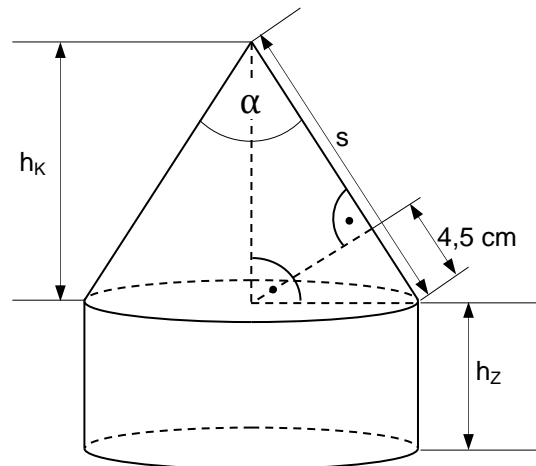
4

Fortsetzung nächste Seite

4. Die beiden Punkte A $(-4,5|3)$ und B $(-1,5|0)$ liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_1 .
- Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.
 - Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 von p_1 .
Hinweis: Rechnen Sie mit $p_1: y = x^2 + 5x + 5,25$.
 - Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(-1,5|4)$. Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.
 - Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte Q_1 und Q_2 von p_1 mit p_2 .
Hinweis: Rechnen Sie mit $p_2: y = -x^2 - 3x + 1,75$.
 - Zeichnen Sie die Graphen der beiden Parabeln in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

7

5. Ein Werkstück (siehe Skizze) besteht aus einem Zylinder, dem ein Kegel mit gleicher Grundfläche aufgesetzt wurde. Der Zylinder hat einen Radius von 7,5 cm und eine Höhe h_z von 7,0 cm.
- Berechnen Sie das Volumen des gesamten Werkstücks.
 - Berechnen Sie die Größe des Winkels α an der Spitze des Kegels.



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

6

6. Diese Umformung enthält Fehler. Geben Sie die Nummer der ersten fehlerhaften Zeile an und berichtigen Sie nur diese Zeile auf Ihrem Lösungsblatt.

Z 1:	$2x^2 - 12x + 14 = -2$	$: 2$
Z 2:	$x^2 - 6x + 7 = -1$	
Z 3:	$(x + 3)^2 - 3^2 + 7 = -1$	$ + 3^2 - 7$
Z 4:	$(x + 3)^2 = 1$	$ \sqrt{\quad}$
Z 5:	$x + 3 = \pm 1$	$ - 3$
Z 6:	$x_1 = -2$	$x_2 = -4$

2

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
<p>7. Alexandras Oma legt bei der Geburt ihrer Enkelin am 1. Januar bei einer Online-Bank einen Betrag von 850 Euro zu einem jährlichen Zinssatz von 3,57 % an. Die Zinsen werden jedes Jahr dem Kapital gutgeschrieben und mitverzinst.</p> <p>a) Ermitteln Sie rechnerisch den Betrag, auf den das angelegte Kapital bis zu Alexandras 17. Geburtstag angewachsen ist.</p> <p>b) Alexandras Führerschein kostet 2 035 Euro. Berechnen Sie, wie viele Jahre das Kapital von 850 Euro zu diesem Zinssatz mindestens angelegt sein müsste, um damit den Führerschein bezahlen zu können.</p> <p>c) Berechnen Sie, bei welchem Zinssatz der Betrag bereits nach 16 Jahren auf 2 035 Euro angewachsen wäre.</p>	5
<p>8. In einer Lostrommel auf dem Jahrmarkt befinden sich noch 1 Hauptgewinn (H), 9 Kleingewinne (K) und 40 Nieten (N).</p> <p>Moritz zieht zwei Lose aus der Trommel und öffnet sie nacheinander.</p> <p>a) Stellen Sie die möglichen Ergebnisse in einem Baumdiagramm dar und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.</p> <p>b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Moritz zwei Nieten zieht.</p> <p>c) Ermitteln Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den beiden Losen der Hauptgewinn befindet.</p>	4
<p>9. Eine Praline aus Schokolade in Form einer Hohlkugel wiegt 4 g und hat einen äußeren Durchmesser von 2,4 cm. 1 cm^3 dieser Schokolade wiegt 1,3 g.</p> <p>a) Berechnen Sie die Wandstärke dieser Praline.</p> <p>b) Die Pralinen werden einzeln verpackt. Dabei benötigt man Folie in der Größe des 1,5-fachen ihrer Oberfläche. Ermitteln Sie rechnerisch den Bedarf an Folie in Quadratmeter, der zum Verpacken von 1800 Pralinen notwendig ist.</p>	6
Summe:	45