10. KLASSE DER MITTELSCHULE

ABSCHLUSSPRÜFUNG ZUM ERWERB DES MITTLEREN SCHULABSCHLUSSES

2012

MATHEMATIK

am 20. Juni 2012

von 8:30 Uhr bis 11:00 Uhr

Jeder Schüler muss e i n e von der Prüfungskommission ausgewählte A u f g a b e n g r u p p e bearbeiten.

Platzziffer *(ggf. Name/Klasse)****:*** ____________________

Punkteverteilung:

Note 1	$\Rightarrow$	45,0	–	38	Punkte
Note 2	$\Rightarrow$	37,5	–	31	Punkte
Note 3	$\Rightarrow$	30,5	–	23	Punkte
Note 4	$\Rightarrow$	22,5	–	15	Punkte
Note 5	$\Rightarrow$	14,5	–	7	Punkte
Note 6	$\Rightarrow$	6,5	–	0	Punkte

Punkte:

Note:

Erstkorrektur: ____________________

Datum, Unterschrift

Zweitkorrektur: ____________________

Datum, Unterschrift

Ein elektronischer Taschenrechner nach KMS vom 17. November 1997 Nr. IV/3-S 7402/3-4/153 945 und eine für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassene Formelsammlung sind als Hilfsmittel erlaubt.

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der Lösungsweg als auch die Teilergebnisse aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind.

Aufgabengruppe I

Punkte

1. Die Punkte B (3|0) und D (5|−1) liegen auf der Geraden g_1.
   Die Gerade g_2 ist durch die Gleichung $2{,}5\,y = 3{,}75\,x - 6{,}25$ bestimmt.

   a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1.

   b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts E von g_1 mit g_2.

   Hinweis: Rechnen Sie mit g_1: $y = -0{,}5\,x + 1{,}5$.

   c) Die Gerade g_3 steht senkrecht auf g_1 und verläuft durch den Punkt C (1|1).
   Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von g_3 rechnerisch.

   d) Die Gerade g_3 schneidet die x-Achse im Punkt A. Ermitteln Sie die Koordinaten des Punkts A rechnerisch.

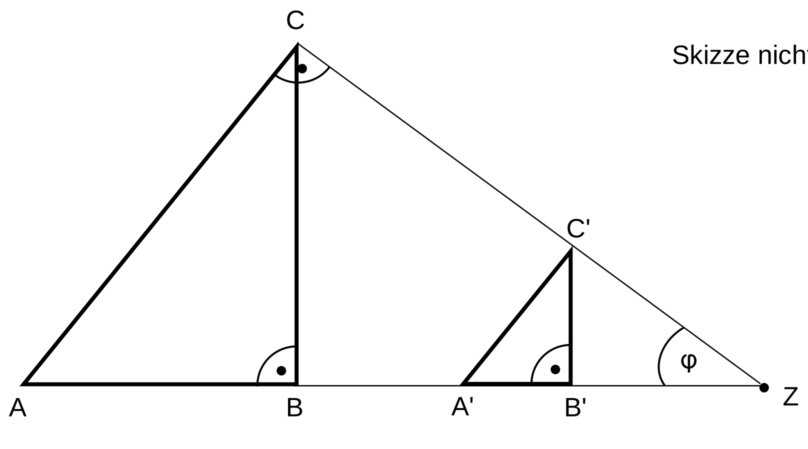
   Hinweis: Rechnen Sie mit g_3: $y = 2\,x - 1$.

   e) Zeichnen Sie g_1, g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

   f) Die Punkte A, B und C bilden das Dreieck ABC.
   Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks. 7

2. Ein rechtwinkliges Dreieck ABC wird durch eine zentrische Streckung mit Streckungszentrum Z auf das Dreieck A'B'C' abgebildet.
   Der Winkel ACZ ist ein rechter Winkel (siehe Skizze).

   Folgende Streckenlängen sind bekannt:
   $\overline{AC} = 45$ m, $\overline{BZ} = 48$ m und $\overline{A'C'} = 15$ m.



Skizze nicht maßstabsgetreu.

   a) Ermitteln Sie den Streckungsfaktor k rechnerisch.

   b) Berechnen Sie jeweils den Umfang der Dreiecke ABC und A'B'C' in m.

   c) Bestimmen Sie rechnerisch die Größe des Winkels φ.

   Hinweis: Rechnen Sie mit $\overline{BC} = 36$ m. 6

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

3. Herr Liebel kauft einen Neuwagen im Wert von 48 000 €.
   a) Das Auto verliert im 1. Jahr 25 % seines Wertes, im 2. und 3. Jahr dann jeweils 20 % des jeweiligen Restwertes.

      Berechnen Sie, wie viele Euro der Wagen nach drei Jahren noch wert ist.
   b) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren das Auto noch 10 000 € wert wäre, wenn der durchschnittliche jährliche Wertverlust von Anfang an gleichbleibend 18 % des jeweiligen Restwertes betragen hätte.
   c) Die Hälfte des Neuwagenpreises wurde mit einem festverzinslichen Kredit über 6 Jahre finanziert.

      Berechnen Sie den effektiven jährlichen Zinssatz, wenn am Ende der Laufzeit mit Zinsen und Zinseszinsen 27 012 € für diesen Kredit bezahlt wurden. 4

4. Lösen Sie folgendes Gleichungssystem rechnerisch:

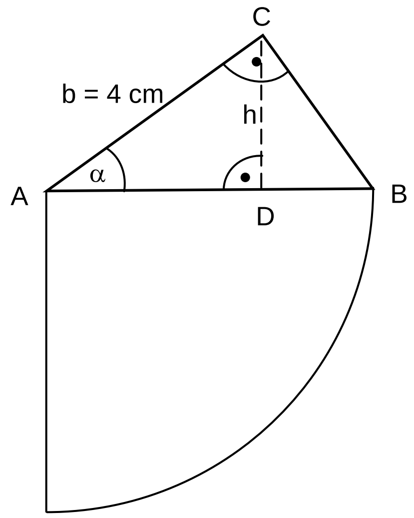
(I)	$3x$	=	12
(II)	$2x + 2y + z$	=	25
(III)	$5x - 4y + 2z$	=	-2

3

5. Die Seite b im rechtwinkligen Dreieck ABC ist 4 cm lang. Der Flächeninhalt des Viertelkreises mit Radius $\overline{AB}$ beträgt 19,625 cm² (siehe Skizze).

   Berechnen Sie die Länge der Höhe h in cm und ermitteln Sie die Größe des Winkels α rechnerisch.

   Hinweis: Rechnen Sie mit $\pi = 3{,}14$.



4

6. Verkürzt man die längere Seite eines Rechtecks um 4 cm und verlängert die kürzere um 5 cm, so entsteht ein Quadrat. Der Flächeninhalt des Quadrats ist 38 cm² größer als der des Rechtecks.

   Berechnen Sie Länge und Breite des Rechtecks in cm. 4

7. Eine Hohlkugel aus Glas (Dichte 2,5 g/cm³) hat einen Oberflächeninhalt von 314 cm². Die Wandstärke der Kugel beträgt 0,4 mm.

   Berechnen Sie die Masse des Glases in g.

   Hinweis: Rechnen Sie mit $\pi = 3{,}14$. 4

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

8. Alle Punkte (x|y), die durch die folgende Wertetabelle vorgegeben sind, liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_1.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	17	10	5	2	1	2	5	10	17

a) Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 an und ermitteln Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

b) Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 einer zweiten Normalparabel p_2 mit der Funktionsgleichung $y = -x^2 + 8x - 12$.

c) Zeichnen Sie p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

Hinweis: Verwenden Sie den Scheitelpunkt S_2 (4|4).

d) Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_2 mit der x-Achse (Nullstellen).

e) Zeigen Sie mit Hilfe einer Rechnung, dass sich p_1 und p_2 nicht schneiden.

f) Durch Spiegelung der Normalparabel p_2 an der x-Achse entsteht die Parabel p_3.

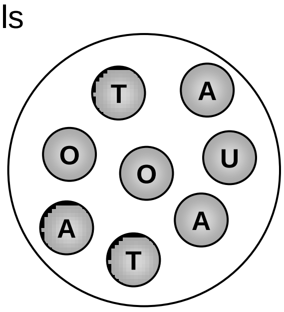
Geben Sie die Funktionsgleichung von p_3 in der Normalform an. 7

9. Ein Stab ragt senkrecht aus dem Boden und wirft einen Schatten von 2,50 m Länge auf die Ebene. Würde er 30 cm weiter herausragen, wäre sein Schatten 1 m länger.

a) Berechnen Sie, wie viele Zentimeter der Stab aus dem Boden ragt.

b) Ermitteln Sie rechnerisch, unter welchem Winkel α das Licht zur Horizontalen auf den Stab fällt. 3

10. In einer Lostrommel befinden sich acht Kugeln, die mit jeweils einem Buchstaben so wie in der Skizze bedruckt sind.



a) Ohne hinzusehen werden nacheinander zwei Kugeln gezogen und nicht wieder zurückgelegt.

Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit beide Kugeln den Buchstaben T tragen.

b) In einem neuen Versuch ohne Zurücklegen werden nun nacheinander vier der acht Kugeln gezogen.

Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die vier gezogenen Buchstaben folgende Wörter bilden:

(1) AUTO (2) OTTO

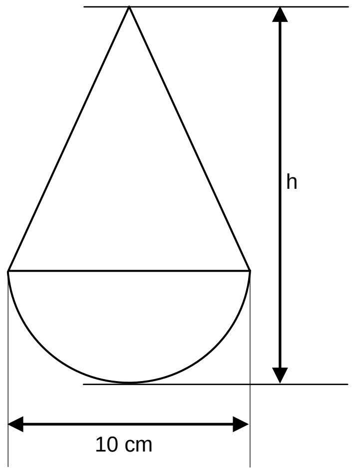
Hinweis: Die Buchstaben müssen in der Reihenfolge des Wortes gezogen werden. 3

Aufgabengruppe II

Punkte

1. Die Gerade g_1 verläuft durch die Punkte A (−1|7,5) und B (5|−1,5).
   a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1.
   b) Berechnen Sie den Schnittpunkt N der Geraden g_1 mit der x-Achse (Nullstelle).
   Hinweis: Rechnen Sie mit g_1: $y = -\frac{3}{2}x + 6$.
   c) Die Gerade g_2 verläuft durch den Punkt C (4,5|2,5) und steht senkrecht auf g_1. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_2 rechnerisch.
   d) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts P der Geraden g_1 und g_2.
   Hinweis: Rechnen Sie mit g_2: $y = \frac{2}{3}x - 0{,}5$.
   e) Zeichnen Sie die beiden Geraden in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 7

2. In einem Betrieb werden aus 988,2 kg Kunststoffgranulat (Dichte = 0,9 g/cm³) 2000 Werkstücke hergestellt. Diese bestehen aus einer Halbkugel mit einem Durchmesser von 10 cm und einem aufgesetzten passgenauen Kegel (siehe Längsschnittskizze).
   Berechnen Sie die Gesamthöhe h eines Werkstücks.
   Hinweis: Rechnen Sie mit $\pi = 3{,}14$.



4

3. Das radioaktive Element Cäsium-137 hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren.
   a) Wie viele Gramm Cäsium-137 sind bei einer Ausgangsmenge von 2,5 kg nach 60 Jahren noch vorhanden?
   b) Ermitteln Sie rechnerisch, wie viel Prozent der Cäsiumkerne innerhalb eines Jahres zerfallen.
   c) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren von einem Kilogramm Cäsium noch ein Gramm vorhanden ist. 5

4. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{3}{6-x} - \frac{1}{2x-2} = 0{,}25$$

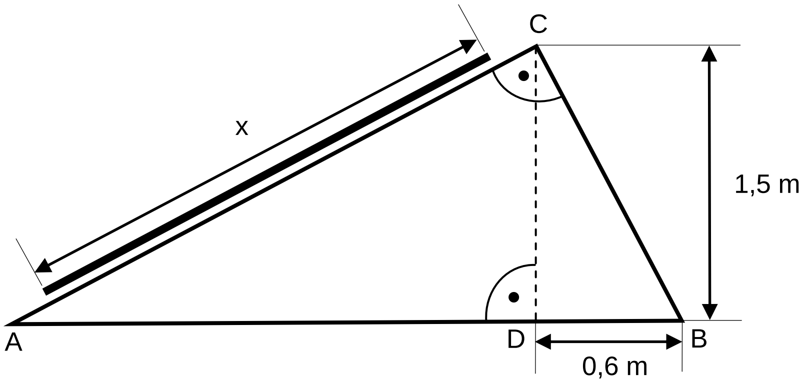
4

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

5. Auf einem Dach soll eine Solaranlage montiert werden. Dazu wird eine Halterung angebracht (siehe Skizze).

   Berechnen Sie die Länge x dieser Halterung, wenn oben und unten am Dach jeweils 22 cm frei bleiben sollen.



3

6. Die Miete für ein Wohnmobil setzt sich zusammen aus einer Grundgebühr pro Tag und einem festen Betrag für jeden gefahrenen Kilometer.

   Herr Huber bezahlt für 6 Tage und 1 380 gefahrene Kilometer 970,80 €.

   Herr Kern erhält 30 % Nachlass auf die Grundgebühr. Er leiht das Wohnmobil für 9 Tage aus, fährt 1 825 km und bezahlt 1 154,70 €.

   Berechnen Sie die Grundgebühr pro Tag ohne Nachlass und die Kosten pro gefahrenem Kilometer. 4

7. Die Punkte A (2|4) und B (6|0) liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_1.

   a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

   b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 von p_1.

      Hinweis: Rechnen Sie mit p_1: $y = x^2 - 9x + 18$.

   c) Die nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt S_2 (3,5|6,25). Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

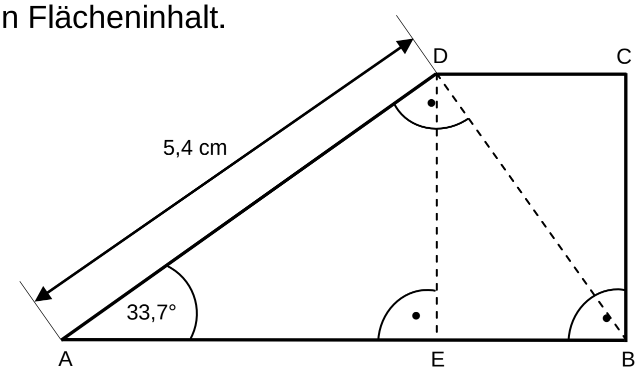
   d) Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte Q_1 und Q_2 der Parabeln p_1 und p_2.

      Hinweis: Rechnen Sie mit p_2: $y = -x^2 + 7x - 6$.

   e) Zeichnen Sie die Graphen von p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 8

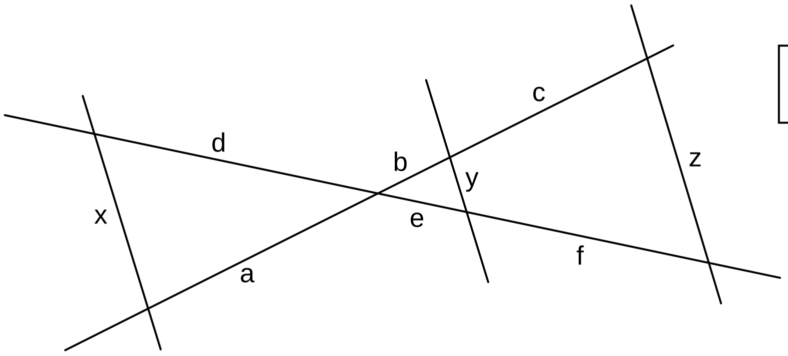
Punkte

8. Die unten abgebildete Skizze zeigt das rechtwinklige Trapez ABCD.
Berechnen Sie dessen Flächeninhalt.



4

9. Von den unten stehenden sechs Aussagen sind, bezogen auf die abgebildete Strahlensatzfigur, genau drei richtig.
Schreiben Sie die Nummern der richtigen Aussagen auf Ihr Lösungsblatt.



x || y || z

(1) $\frac{x}{d} = \frac{y}{e}$	(2) $\frac{d}{x} = \frac{f}{z}$	(3) $\frac{z}{y} = \frac{b}{b+c}$
(4) $\frac{d}{a} = \frac{e+f}{b+c}$	(5) $\frac{b+c}{z} = \frac{d}{x}$	(6) $\frac{z}{y} = \frac{e+f}{e}$

3

10. In einem Behälter befinden sich 15 Lose. Drei davon sind Gewinne (G), der Rest Nieten (N). Martin zieht drei Lose. Diese werden nicht in die Lostrommel zurückgelegt.

a) Stellen Sie die möglichen Ergebnismengen in einem Baumdiagramm dar und geben Sie die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten an.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der Martin mindestens ein Gewinnlos zieht. 3