10. Klasse der Haupt-/Mittelschule

Abschlussprüfung zum Erwerb
des Mittleren Schulabschlusses
2011

(30. Juni 2011 von 8:30 bis 11:00 Uhr)

M A T H E M A T I K

Bei der Abschlussprüfung zum Erwerb des Mittleren Schulabschlusses im Fach Mathematik ist der elektronische Taschenrechner nach KMS vom 17. November 1997 Nr. IV/3-S 7402/3-4/153 945 zugelassen.

Eine für den Gebrauch an Haupt-/Mittelschule genehmigte Formelsammlung ist zugelassen.

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der Lösungsweg als auch die Teilergebnisse aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind.

Jeder Schüler muss e i n e von der Prüfungskommission ausgewählte A u f g a b e n g r u p p e bearbeiten.

Aufgabengruppe I

Punkte

1. Gegeben sind die Punkte A (5|–1), B (–5|7), C (2|0) und D (20|24) sowie die Gerade g_2 mit der Gleichung 4y + 3x + 8 = 0.

   a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1, die durch die Punkte A und B verläuft.

   b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes N der Geraden g_1 mit der x-Achse.

   Hinweis: Rechnen Sie mit g_1: y = –0,8x + 3.

   c) Überprüfen Sie mit Hilfe einer Rechnung, ob die Geraden g_1 und g_2 zueinander parallel verlaufen.

   d) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_3, die senkrecht auf g_1 steht und durch den Punkt C verläuft.

   e) Überprüfen Sie durch Rechnung, ob der Punkt D auf g_3 liegt.

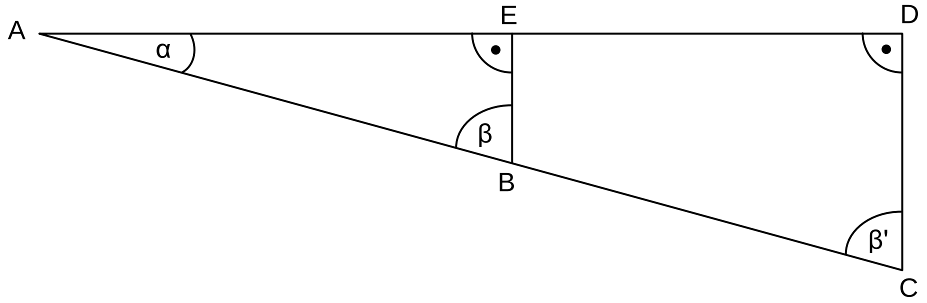
   Hinweis: Rechnen Sie mit g_3: y = 1,25x – 2,5.

   f) Zeichnen Sie g_1, g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 7

2. Eine Firma bezieht 46 T-Shirts und 23 Poloshirts zum Einkaufspreis von insgesamt 1 311 Euro. Beim Verkauf wird je T-Shirt ein Gewinn von 40 % und je Poloshirt ein Gewinn von 25 % erzielt. Der Gesamtgewinn liegt bei 445,05 Euro.

   Berechnen Sie jeweils den Einkaufspreis eines Poloshirts und eines T-Shirts. 4

3. Das Dreieck ACD entsteht durch zentrische Streckung mit dem Faktor k und dem Streckungszentrum A aus dem Dreieck ABE (siehe Skizze). Schreiben Sie die drei richtigen Aussagen auf Ihr Lösungsblatt.



Aussagen zur abgebildeten Figur:	
(a) $\sin \beta' \cdot \overline{AD} = \overline{AE}$	(e) $\overline{AE} : \overline{ED} = \overline{EB} : \overline{DC}$
(b) $\alpha + \beta' = 90°$	(f) $\overline{DC} : k = \overline{EB}$
(c) $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{ED} : \overline{AD}$	(g) $\overline{EB}^2 = \overline{AE} \cdot \overline{ED}$
(d) $A_{\text{Dreieck ABE}} \cdot k = A_{\text{Dreieck ACD}}$	(h) $\cos \alpha \cdot \overline{AC} = \overline{AD}$

3

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

4. Die Punkte A (–0,5|6) und B (5|–2,25) liegen auf einer nach oben geöffneten Normalparabel p_1.

   a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

   b) Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 von p_1.

   Hinweis: Rechnen Sie mit p_1: $y = x^2 - 6x + 2{,}75$.

   c) Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_1 mit der x-Achse.

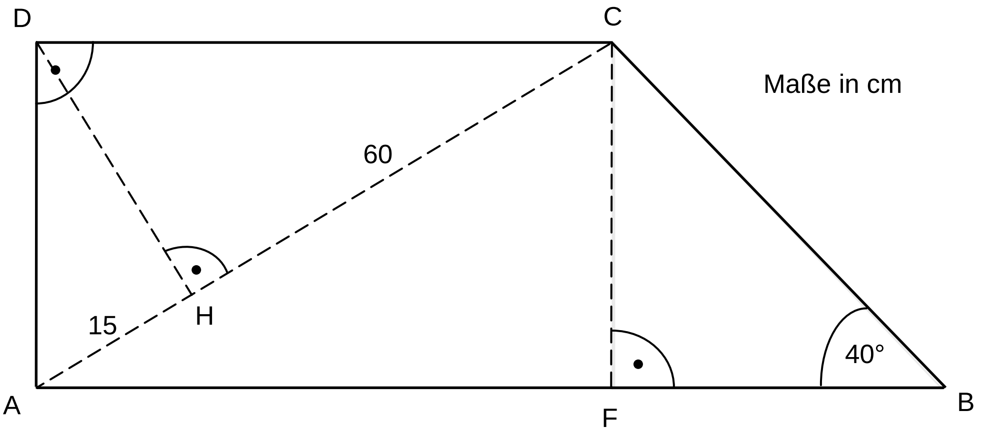
   d) Eine Normalparabel p_2 hat die Funktionsgleichung $y = -x^2 + 11x - 30{,}25$.
   Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 von p_2.

   e) Die Normalparabeln p_1 und p_2 schneiden sich in den Punkten P und Q.
   Berechnen Sie deren Koordinaten.

   f) Zeichnen Sie p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 8

5. Berechnen Sie den Flächeninhalt des abgebildeten Trapezes ABCD in cm².

   Hinweis: Runden Sie alle Ergebnisse auf zwei Dezimalstellen.



5

6. Ersetzen Sie die runden Platzhalter durch Rechenzeichen und die eckigen durch Terme. Schreiben Sie die vollständigen Gleichungen dann auf Ihr Lösungsblatt.

   a) $(3b^4 - \square c^3)^2 = \square - \square b^4c^3 \bigcirc 4 \square$

   b) $\square \bigcirc 16z^2 = (w^8 - \square)(w^8 \bigcirc 4z)$ 3

7. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Bruchgleichung an und bestimmen Sie deren Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{5x-5}{x+1} + 2 = \frac{6x-3}{2x-1} + 4$$ 4

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

8. Von einer radioaktiven Substanz sind nach 20 Tagen 40 % zerfallen.
   a) Berechnen Sie den täglichen Zerfall in Prozent.

      Hinweis: Runden Sie den Prozentsatz auf eine Dezimalstelle.
   b) Berechnen Sie die Halbwertszeit der Substanz.

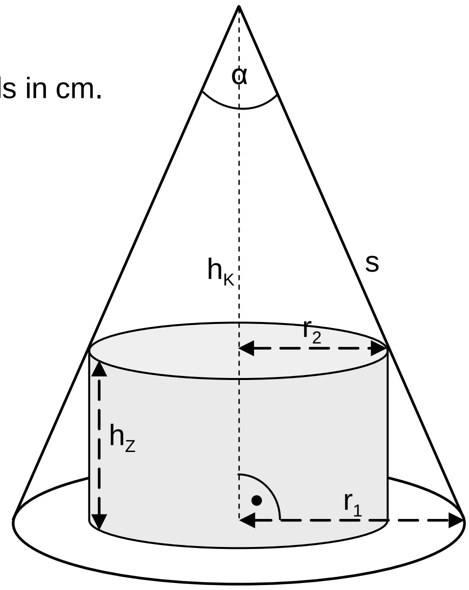
      Hinweis: Runden Sie das Ergebnis auf ganze Tage.
   c) Von der radioaktiven Substanz sind 200 g vorhanden.
      Berechnen Sie, welche Menge nach 60 Tagen noch übrig ist.

      Hinweis: Runden Sie das Ergebnis auf ganze Gramm.
   d) Von welcher Ausgangsmenge wären nach 90 Tagen noch 15 g vorhanden?

      Hinweis: Runden Sie das Ergebnis auf ganze Gramm.

4

9. Die Grundfläche eines Kegels hat den Radius r_1 = 4 cm. Seine Mantellinie s ist 10,4 cm lang.



   a) Berechnen Sie die Gesamthöhe h_K des Kegels in cm.
   b) Berechnen Sie die Größe des Winkels α in der Kegelspitze.

      Hinweis: Runden Sie auf ganze Grad.
   c) Der Kegel passt exakt über einen Zylinder mit dem Grundflächenradius r_2 = 2,5 cm. Dabei berührt der Kegelmantel den Zylinder (siehe Skizze).
      Ermitteln Sie rechnerisch die Höhe h_Z des Zylinders sowie dessen Mantelfläche.

      Hinweis: Rechnen Sie mit π = 3,14.

5

10. Während der Fußball-WM 2010 in Südafrika „tippte“ Krake Paul alle acht WM-Spiele der deutschen Mannschaft richtig.
    Dazu hatte er jeweils die Wahl zwischen „gewinnen“ und „verlieren“.
    a) Wie lässt sich die Wahrscheinlichkeit dieser acht richtigen Tipps in Folge berechnen? Schreiben Sie die beiden richtigen Aussagen auf Ihr Lösungsblatt.

       (A) $8 \cdot 0{,}5$ (B) $0{,}5^8$ (C) 8! (D) 8^{-2} (E) 2^{-8} (F) 8^2

    b) Wie viele Möglichkeiten haben elf Fußballspieler, sich nebeneinander in verschiedener Reihenfolge aufzustellen?

2

Aufgabengruppe II

Punkte

1. Die Punkte P_1 (1|–1) und P_2 (8|13) liegen auf der Geraden g_1.
   a) Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_1.
   b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes N von g_1 mit der x-Achse.

   Hinweis: Rechnen Sie mit g_1: $y = 2x - 3$.

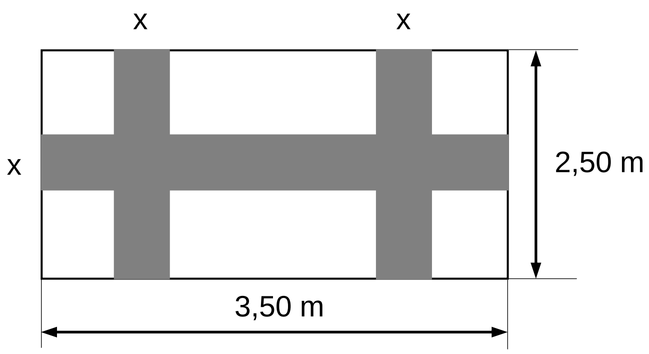
   c) Die Gerade g_2 steht senkrecht auf g_1 und schneidet die x-Achse im Punkt Q (8|0). Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_2.
   d) Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Punkt A (1|3,5) auf einer der beiden Geraden liegt.

   Hinweis: Rechnen Sie mit g_2: $y = -0{,}5x + 4$.

   e) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes P_3 der Geraden g_1 und g_2.
   f) Zeichnen Sie die beiden Geraden in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 7

2. In einen Teppich, der 3,50 m lang und 2,50 m breit ist, sind farbige Streifen mit der Breite x eingearbeitet (siehe Skizze). Diese Streifen nehmen 40 % der gesamten Teppichfläche ein. Berechnen Sie die Breite x.

   Hinweis: Runden Sie das Ergebnis auf ganze Zentimeter.



5

3. In Deutschland werden seit Jahren immer weniger Kinder geboren. Laut einer Untersuchung nimmt die Zahl der Menschen in der Altersgruppe von 20 bis 64 Jahren von 50 Millionen im Jahr 2010 auf 43,5 Millionen im Jahr 2030 ab.
   a) Berechnen Sie die jährliche prozentuale Abnahme dieser Bevölkerungsgruppe im genannten Zeitraum.

   Hinweis: Runden Sie den Prozentsatz auf eine Dezimalstelle.

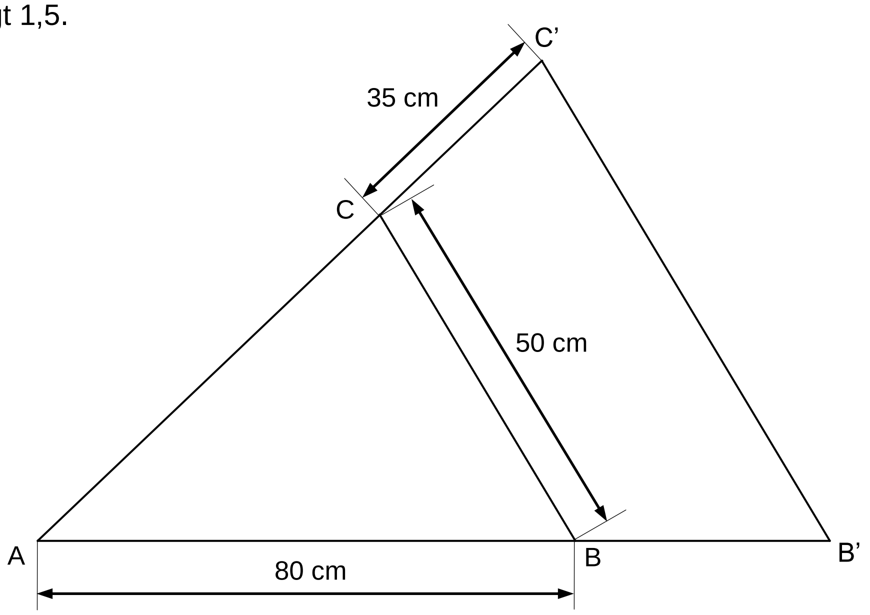
   b) Um wie viel Prozent nimmt die Zahl der 20- bis 64-Jährigen von 2010 bis 2030 insgesamt ab?
   c) Die Zahl der unter 20-Jährigen betrug im Jahr 2009 15,3 Millionen. Nach wie vielen Jahren wird ihre Zahl auf 12,9 Millionen gesunken sein, wenn man von einer jährlichen Abnahme von 0,5 % ausgeht?

   Hinweis: Runden Sie das Ergebnis auf ganze Jahre. 4

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

4. Die Dreiecke ABC und AB'C' sind zueinander ähnlich. Der Streckungsfaktor k beträgt 1,5.



a) Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks AB'C'.

b) Das Originaldreieck ABC hat einen Flächeninhalt von 1 732 cm². Berechnen Sie den Flächeninhalt des Bilddreiecks AB'C'. 3

5. Die nach oben geöffnete Normalparabel p_1 hat den Scheitelpunkt S_1 (–4|–4).

a) Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

b) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 der Parabel p_1 mit der x-Achse.

Hinweis: Rechnen Sie mit p_1: $y = x^2 + 8x + 12$.

c) Die Punkte P (–1|–3) und Q (–4|0) liegen auf der nach unten geöffneten Normalparabel p_2. Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

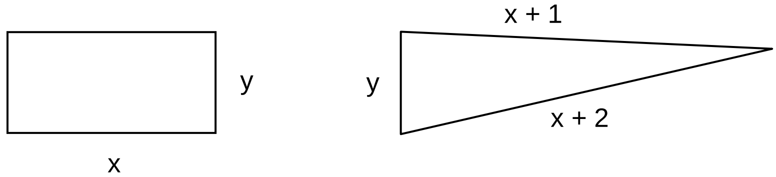
d) Berechnen Sie den Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2.

Hinweis: Rechnen Sie mit p_2: $y = -x^2 - 6x - 8$.

e) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte T_1 und T_2 der Parabeln p_1 und p_2.

f) Zeichnen Sie beide Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 9

6. Ein Rechteck und ein Dreieck (siehe Skizzen) haben jeweils einen Umfang von 17 cm. Berechnen Sie die Seitenlängen x und y des Rechtecks.



3

Fortsetzung nächste Seite

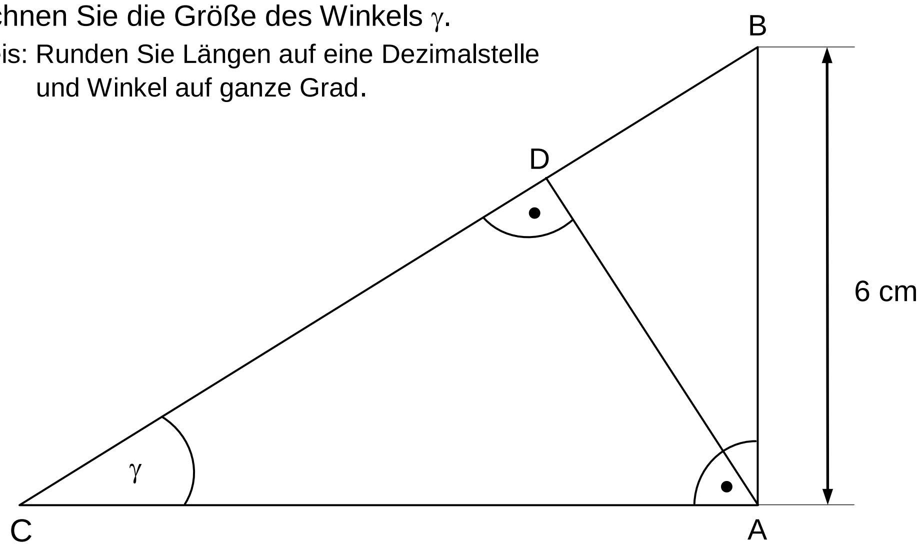
Punkte

7. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Bruchgleichung an und lösen Sie diese.

$$\frac{8\cdot(21x-405)}{x\cdot(x-18)}+\frac{3\cdot(x-10)}{x}=\frac{5x-10}{x}$$

4

8. Im rechtwinkligen Dreieck ABC (siehe Skizze) stehen die Längen der Hypotenusenabschnitte $\overline{BD}$ zu $\overline{DC}$ im Verhältnis 2 : 3.
Berechnen Sie die Größe des Winkels γ.
Hinweis: Runden Sie Längen auf eine Dezimalstelle und Winkel auf ganze Grad.



4

9. Walter würfelt mit 2 Würfeln gleichzeitig. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Würfel die gleiche Zahl anzeigen?

Übertragen Sie die beiden richtigen Aussagen auf Ihr Arbeitsblatt.

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{36}$ (C) $\left(\frac{2}{6}\right)^2$

(D) 6! (E) $16\frac{2}{3}\%$ (F) $6^{\frac{1}{2}}$

2

10. Ein Kegel mit dem Grundflächenradius r = 12 cm und der Höhe h_K = 20 cm wird zu einer Kugel umgeschmolzen.

a) Berechnen Sie den Radius r_1 dieser Kugel.

Hinweis: Rechnen Sie mit π = 3,14. Runden Sie das Ergebnis auf ganze Zentimeter.

b) Eine andere Kugel mit dem Radius r_2 hat einen Oberflächeninhalt von 254,34 cm². In welchem ganzzahligen Verhältnis stehen die Radien r_1 und r_2 zueinander?

Hinweis: Rechnen Sie mit π = 3,14. Runden Sie das Ergebnis auf ganze Zentimeter.

4