Beispielaufgabe aus dem Themenbereich *Funktionen* (Prüfungsteil B, Bearbeitung mit allen Hilfsmitteln)

B 3.0 Die Parabel p mit dem Scheitel $S(4|2)$ verläuft durch den Punkt $P(-2|-7)$.
Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b, c, x, y \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0{,}5x + 5$ mit $x, y \in \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 3.1 Geben Sie die Gleichung der Symmetrieachse der Parabel p an und zeigen Sie rechnerisch, dass die Parabel die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 2x - 2$ hat.

Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-1; 9]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \le x \le 10$; $-5 \le y \le 6$ 5 P

B 3.2 Punkte $A_n(x|-0{,}25x^2 + 2x - 2)$ auf p und Punkte $B_n(x|-0{,}5x + 5)$ auf g haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten C_n und D_n Eckpunkte von gleichschenkligen Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ mit $A_nB_n \parallel C_nD_n$. Die Höhen h der Trapeze haben eine Länge von 4 LE. Weiter gilt: $\left|\overline{C_nD_n}\right| = 6\,\text{LE}$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 4$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 8{,}5$ in das Koordinatensystem zu B 3.1 ein. 2 P

B 3.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x) = (0{,}5x^2 - 5x + 26)\,\text{FE}$.

[Zwischenergebnis: $\left|\overline{A_nB_n}\right|(x) = (0{,}25x^2 - 2{,}5x + 7)\,\text{LE}$] 2 P

B 3.4 Die Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ haben einen Flächeninhalt von 25 FE.

Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x.

Sind diese Trapeze Rechtecke? Begründen Sie Ihre Entscheidung. 4 P

B 3.5 Berechnen Sie das Maß des Winkels $D_1C_1B_1$. 2 P

Muster
(vgl. AP 2019 NT)

Beispielaufgabe aus dem Themenbereich *Funktionen* (Prüfungsteil B, Bearbeitung mit allen Hilfsmitteln) Lösungsmuster und Bewertung

AUFGABE B 3: FUNKTIONEN

B 3.1 Gleichung der Symmetrieachse: $x = 4$

$S(4|2)$ und $P(-2|-7) \in p$

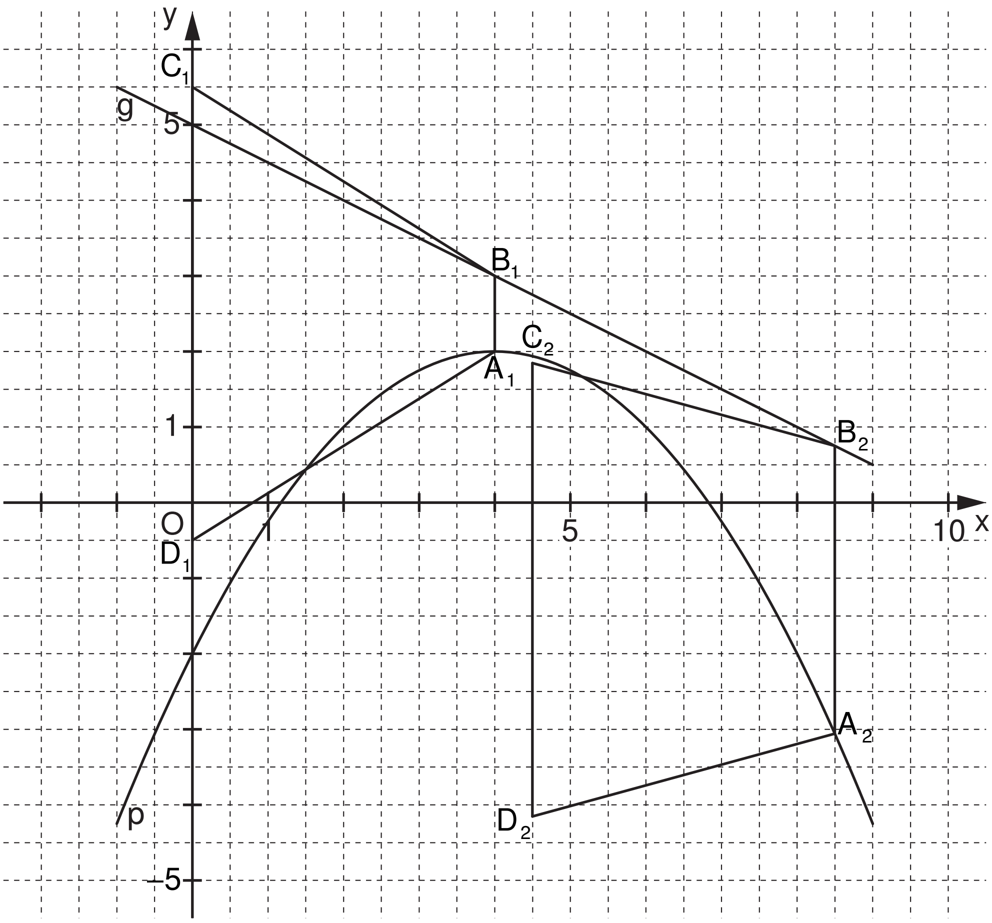
$-7 = a \cdot (-2-4)^2 + 2$ $\qquad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

...

$\Leftrightarrow \quad a = -0{,}25$ $\qquad L = \{-0{,}25\}$

p: $y = -0{,}25 \cdot (x-4)^2 + 2$ $\qquad x, y \in \mathbb{R}$

$y = -0{,}25x^2 + 2x - 2$



5 | L 4 K 4 K 5

B 3.2 Einzeichnen der Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2	L 3 K 4
B 3.3 $A = 0{,}5 \cdot \left(\left\|\overline{A_nB_n}\right\| + \left\|\overline{C_nD_n}\right\|\right) \cdot h$ $\left\|\overline{A_nB_n}\right\|(x) = \left[\left(-0{,}5x+5\right) - \left(-0{,}25x^2+2x-2\right)\right]$ LE $\quad x \in \mathbb{R}$ $\left\|\overline{A_nB_n}\right\|(x) = \left(0{,}25x^2 - 2{,}5x + 7\right)$ LE $A(x) = 0{,}5 \cdot \left(0{,}25x^2 - 2{,}5x + 7 + 6\right) \cdot 4$ FE $\quad x \in \mathbb{R}$ $A(x) = \left(0{,}5x^2 - 5x + 26\right)$ FE	2	L 4 K 5
B 3.4 $0{,}5x^2 - 5x + 26 = 25 \quad x \in \mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow \quad x = 0{,}20 \vee x = 9{,}80 \quad \mathbb{L} = \{0{,}20; 9{,}80\}$ Wären die Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ Rechtecke, so müsste gelten: $\left\|\overline{A_3B_3}\right\| = \left\|\overline{A_4B_4}\right\| = \left\|\overline{C_3D_3}\right\| = \left\|\overline{C_4D_4}\right\| = 6$ LE und $\left\|\overline{B_3C_3}\right\| = \left\|\overline{A_3D_3}\right\| = \left\|\overline{B_4C_4}\right\| = \left\|\overline{A_4D_4}\right\| = h = 4$ LE. Somit würde sich ein Flächeninhalt von $6 \cdot 4$ FE $= 24$ FE ergeben. Dies trifft für die beiden Trapeze nicht zu. Folglich sind sie keine Rechtecke.	4	L 3 L 4 K 1 K 5
B 3.5 $\tan\sphericalangle D_1C_1B_1 = \dfrac{h}{0{,}5 \cdot \left(\left\|\overline{C_1D_1}\right\| - \left\|\overline{A_1B_1}\right\|\right)}$ $\left\|\overline{A_1B_1}\right\| = \left(0{,}25 \cdot 4^2 - 2{,}5 \cdot 4 + 7\right)$ LE $\quad \left\|\overline{A_1B_1}\right\| = 1$ LE $\tan\sphericalangle D_1C_1B_1 = \dfrac{4}{0{,}5 \cdot (6-1)} \quad \sphericalangle D_1C_1B_1 = 57{,}99°$	2	L 2 K 2 K 5
	15	