

# Besondere Prüfung 2005 – Mathematik

Donnerstag, 8. September 2005

Arbeitszeit: 120 Minuten

Seite 1

Die Angabe ist vom Prüfling mit dem Namen zu versehen und mit abzugeben.

Name:.....

1. Gegeben ist eine Funktion mit Term  $f(x) = 2x^6 + 2x^5 - 5x^4 - x^3 + 2x^2$ .
- a) Weisen Sie nach, dass  $x_1 = 1$  und  $x_2 = -2$  die Gleichung  $f(x) = 0$  lösen. 2 BE
  - b) Bestimmen Sie alle weiteren Lösungen der Gleichung  $f(x) = 0$ . 4 BE
  - c) Geben Sie den Term der Funktion  $f$  so weit wie möglich faktorisiert an. 2 BE

2. Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge  $\mathbb{L}$  der nachstehenden Gleichungen.
- a)  $4 \cdot (\sin x)^2 - 2 = 0$  mit Grundmenge  $G = \mathbb{R}$  (Bogenmaß!) 4 BE
  - b)  $(\log_2 x)^2 + 3 \cdot \log_2 x = 4$  mit Grundmenge  $G = \mathbb{R}^+$  4 BE

3. a) Vereinfachen Sie für  $n \in \mathbb{N}$  so weit wie möglich. 2 BE

$$2^0 - (-1)^{2n+1}$$

- b) Geben Sie an, für welche  $a \in \mathbb{R}$  der folgende Term definiert ist. Vereinfachen und berechnen Sie so weit wie möglich.

$$\left( \frac{1}{4\sqrt{2a+1}} - \sqrt{4(2a+1)} \right)^2 - a \sqrt[3]{2^9} \quad 5 \text{ BE}$$

**Bitte wenden!**

# Besondere Prüfung 2005 – Mathematik

Donnerstag, 8. September 2005

Arbeitszeit: 120 Minuten

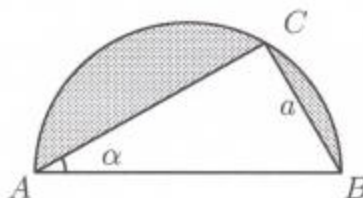
Seite 2

4. Der Psychologe Ebbinghaus hat sich mit dem Vergessen in Abhängigkeit von der Zeit beschäftigt; er sprach in diesem Zusammenhang von der „Vergessenskurve“. Beispielsweise kann man sich von 10 willkürlich gewählten Wörtern am folgenden Tag im Durchschnitt an nur mehr 8 Wörter erinnern. Den Zusammenhang zwischen der vergangenen Zeit und der Zahl der Wörter, an die man sich dann (im Durchschnitt) noch erinnern kann, gibt die folgende Tabelle wieder, deren Wertepaare auf der Vergessenskurve liegen.

vergangene Zeit $x$ in Tagen	0	1	2	5	10	20	30
Anzahl der Wörter	10	8	6	3,2	1,1	0,11	0,012

- a) Bestimmen Sie für die Funktion  $f(x) = a \cdot x^n + b$ ,  $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+_0$ , die Variablen  $a, b \in \mathbb{R}$  und  $n \in \mathbb{N}$  so, dass die ersten drei Wertepaare auf der Kurve liegen. 3 BE  
(Kontrollergebnis:  $f(x) = -2x + 10$ )
- b) Zeichnen Sie in ein Koordinatensystem die obigen Wertepaare bis zum 10. Tag und den Graphen der in Teilaufgabe 4 a berechneten Funktion ein. Ist die Funktion aus Teilaufgabe 4 a eine gute Näherung für die Vergessenskurve? Begründen Sie ihre Antwort. 4 BE
- c) Bestimmen Sie für die Funktion  $g(x) = c \cdot d^x$ ,  $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+_0$ , die Variablen  $c \in \mathbb{R}$  und  $d \in \mathbb{R}^+$  so, dass die ersten zwei Wertepaare auf der Kurve liegen. 2 BE  
(Kontrollergebnis:  $g(x) = 10 \cdot 0,8^x$ )
- d) Zeichnen Sie den Graphen der in Teilaufgabe 4 c bestimmten Funktion in das obige Koordinatensystem ein. Handelt es sich um eine bessere oder schlechtere Näherung für die Vergessenskurve als bei dem in Teilaufgabe 4 b eingezeichneten Graphen? Begründen Sie ihre Antwort. 3 BE
- e) Berechnen Sie, welche prozentuale Abweichung vom wahren Wert die Werte der oben berechneten Funktionen  $f$  und  $g$  am 10. Tag haben. 4 BE

5. Einem Halbkreis ist ein Dreieck wie folgt einbeschrieben:



- a) Berechnen Sie die graue Fläche in Abhängigkeit von der Seite  $a$  und dem Winkel  $\alpha$ . 5 BE
- b) Nun rotiert die graue Fläche um die Achse  $AB$ . Beschreiben Sie die entstehende Rotationsfigur in Worten. 2 BE

**Bitte wenden!**

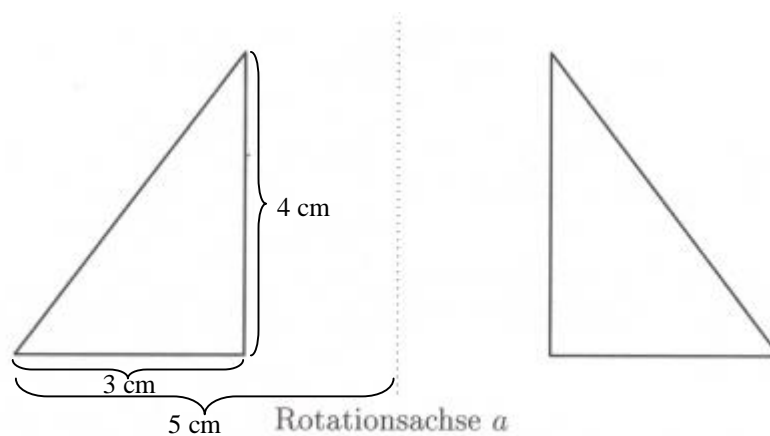
# Besondere Prüfung 2005 – Mathematik

Donnerstag, 8. September 2005

Arbeitszeit: 120 Minuten

Seite 3

6. Bei der Restaurierung einer barocken Heiligenfigur muss die Krone der Figur mit Blattgold überzogen werden. Um den Bedarf an Gold zu überschlagen, hat man die Krone durch ein rotationssymmetrisches Werkstück angenähert. Die Maße des Werkstücks sind in der untenstehenden Skizze angegeben, die einen Querschnitt des Rotationskörpers zeigt.



- a) Berechnen Sie nachvollziehbar die gesamte Oberfläche des Werkstücks. Tragen Sie dazu benötigte Hilfslinien und verwendete Bezeichnungen in die Skizze ein.

(Kontrollergebnis:  $226 \text{ cm}^2$ )

8 BE

- b) Blattgold hat eine Dicke von  $10^{-7} \text{ m}$  und wird in quadratischen Blättern mit 100 mm Seitenlänge verkauft.  $1 \text{ cm}^3$  Gold wiegt 19,32 g und kostet 205,28 €

Berechnen Sie:

- Wie viele Milligramm Gold benötigt man zum Vergolden des Werkstücks mindestens?
- Wie viele Blätter des Blattgoldes sind das?
- Wie viel kostet das benötigte Gold?

6 BE