

## Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches

### 1 Der größte gemeinsame Teiler (ggT)

Zu jeder Zahl kann man ihre **Teilmengen** angeben.

Beispiel:  $\mathbb{T}_{30} = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$        $\mathbb{T}_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

Die gemeinsamen Teiler beider Zahlen lauten: 1, 2, 3 und 6

Der größte gemeinsame Teiler beider Zahlen:  $\text{ggT}(30; 12) = 6$

Ermittlung des ggT mit Hilfe der Primfaktorenzerlegung:

Beispiel:	$\text{ggT}(240; 300) =$	
	$240 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$	1. Primfaktorenzerlegung
	$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$	
	<hr/>	2. Man bildet das Produkt aus den gemeinsamen Primfaktoren
	$\text{ggT}(240; 300) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$	

**Der ggT zweier oder mehrerer Zahlen ist das Produkt der gemeinsamen Primfaktoren.**

### 2 Das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)

Zu jeder Zahl kann man ihre **Vielfachenmenge** angeben.

Beispiel:  $\mathbb{V}_8 = \{8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 64; 72; \dots\}$        $\mathbb{V}_{12} = \{12; 24; 36; 48; 60; 72; \dots\}$

Die gemeinsamen Vielfachen beider Zahlen lauten: 24, 48, 72, ...

Das kleinste gemeinsame Vielfache beider Zahlen:  $\text{kgV}(8; 12) = 24$

Ermittlung des kgV mit Hilfe der Primfaktorenzerlegung:

Beispiel:	$\text{kgV}(240; 300) =$	
	$240 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$	1. Primfaktorenzerlegung
	$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$	
	<hr/>	2. Man bildet das Produkt aller vorkommenden Primfaktoren
	$\text{kgV}(240; 300) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 1200$	

**Das kgV ist das Produkt aller Primfaktoren der ersten Zahl und der Primfaktoren die in der zweiten Zahl noch zusätzlich vorkommen.**

**Übungen:** Zerlege die folgenden Zahlen in ihre Primfaktoren und bestimme dann den ggT und das kgV.

1.  $36 =$  \_\_\_\_\_  $\text{ggT}(36; 48) =$  \_\_\_\_\_  
 $48 =$  \_\_\_\_\_  $\text{kgV}(36; 48) =$  \_\_\_\_\_

2.  $108 =$  \_\_\_\_\_  $\text{ggT}(108; 180; 300) =$  \_\_\_\_\_  
 $180 =$  \_\_\_\_\_  $\text{kgV}(108; 180; 300) =$  \_\_\_\_\_  
 $300 =$  \_\_\_\_\_

3.  $153 =$  \_\_\_\_\_  $\text{ggT}(153; 102) =$  \_\_\_\_\_  
 $102 =$  \_\_\_\_\_  $\text{kgV}(153; 102) =$  \_\_\_\_\_