

8 Mathematik I

(4-stündig)

Die Schüler verfügen bereits über viele mathematische Grundkenntnisse, die auch in der Jahrgangsstufe 8 weiter gesichert, vertieft und ausgebaut werden. Sie sind in der Lage, einfache Gleichungen und Ungleichungen selbstständig zu lösen, haben Einsichten in die Verflechtung von Algebra und Geometrie gewonnen und wissen um die Bedeutung der Abbildungen.

In der Jahrgangsstufe 8 beschäftigen sie sich nun mit komplexeren, stets aber anschaulichen und überschaubaren Aufgaben. Beim Umformen von Termen, beim Lösen von Gleichungen und Ungleichungen sowie bei der Untersuchung linearer Funktionen erwerben die Schüler ein unentbehrliches Rüstzeug. Die Verflechtung von Algebra und Geometrie wird systematisch weiterentwickelt; die Schüler vertiefen dabei zunehmend die Fähigkeiten zu abstrahieren, kritisch zu urteilen, logisch zu denken und an mathematische Probleme systematisch heranzugehen. Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte.

Das Grundwissen wird erweitert um:

Grundwissen

- Terme durch Termumformung selbstständig vereinfachen und Extremwerte quadratischer Terme ermitteln
- lineare Gleichungen und Ungleichungen und deren Verknüpfungen lösen
- einfache Bruchgleichungen lösen
- Funktionsbegriff
- Geradengleichungen aufstellen und zu gegebenen Gleichungen Geraden zeichnen
- Dreiecke konstruieren
- die Kongruenz von Dreiecken nachweisen
- Eigenschaften besonderer Dreiecke und Vierecke
- Schrägbilder von Körpern zeichnen
- Laplace-Wahrscheinlichkeiten ermitteln

M 8.1 Terme

(ca. 22 Std.)

Unter weitgehender geometrischer Veranschaulichung (z. B. Fläche, Umfang) vertiefen und festigen die Schüler die Fertigkeit, mit Termen zu rechnen, sie umzuformen und zu vereinfachen. Sie verschaffen sich so Grundlagen, die in der Algebra immer wieder benötigt werden. Die Schüler erkennen, dass jeder Belegung der Variablen ein Termwert zugeordnet werden kann. Dadurch wird der Funktionsbegriff propädeutisch vorbereitet.

Aufbauend auf dem vertrauten Termbegriff begründen die Schüler die Äquivalenz von Termen, wobei sie bereits bekannte Regeln und Gesetze anwenden. Bei der Untersuchung quadratischer Terme entdecken die Schüler deren besondere Merkmale und entwickeln Verfahren, Extremwerte rechnerisch zu bestimmen. In besonderer Weise empfiehlt sich hierbei der Einsatz elektronischer Rechenhilfsmittel, z. B. des grafikfähigen Taschenrechners. Die Schüler wenden Terme in praxisnahen Aufgaben an.

- Termumformungen (auch Addition, Subtraktion und Multiplikation von Summentermen)
- Faktorisierung und binomische Formeln
- Extremwerte bei Termen der Form $ax^2 + bx + c$
- Bearbeitung praxisorientierter Aufgaben

M 8.2 Lineare Gleichungen und Ungleichungen

(ca. 14 Std.)

Die Schüler erweitern und präzisieren mithilfe des Termbegriffs ihr Wissen über Äquivalenzumformungen bei Gleichungen und Ungleichungen. Darüber hinaus erarbeiten sie Lösungsverfahren für verknüpfte Gleichungen bzw. Ungleichungen, wobei sie ggf. aus der Geometrie bekannte Verfahren (Schnitt- und Vereinigungsmenge geometrischer Ortslinien bzw. Ortsbereiche) übertragen. Beim Lösen von Textaufgaben übertragen sie die besonders im Fach Deutsch erworbenen Fähigkeiten, Texte zu analysieren und zu verstehen, in den mathematischen Bereich. Sie lernen dabei, einem Text das mathematische Problem präzise zu entnehmen, es vom Text zu abstrahieren, ggf. in einen mathematischen Ansatz zu kleiden und einen angemessenen mathematischen Lösungsweg zu entwickeln und anzuwenden.

- lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen
- Textaufgaben
- \wedge -Verknüpfung bzw. \vee -Verknüpfung von linearen Gleichungen bzw. Ungleichungen

M 8.3 Bruchterme und Bruchgleichungen

(ca. 8 Std.)

Die Schüler rechnen mit Bruchtermen und erkennen, dass dabei die Regeln des Bruchrechnens weiter gelten und dass sie die Definitionsmenge beachten müssen. Insbesondere lernen sie, Verhältnisgleichungen zu lösen.

- Bruchterme; Definitionsmenge
- Rechnen mit Bruchtermen
- einfache Bruchgleichungen mit einer Variablen

M 8.4 Funktionen [VSE]

(ca. 9 Std.)

Anhand praktischer Beispiele lernen die Schüler Relationen und Funktionen kennen, wie sie sich in der Umwelt entdecken lassen, und lernen diese mathematisch zu beschreiben. Sie stellen Funktionen als besondere Relationen heraus.

- Produktmengen als Grundmengen
- Relationen; Graphen; Definitions- und Wertemenge
- Funktionen; Funktionsterm; Funktionswert; Nullstelle
- Festlegen einer Funktion durch Wertetabelle, Graph, Term bzw. Funktionsgleichung oder verbale Vorschrift
- Ermitteln und Untersuchen von Graphen auch mit elektronischen Rechenhilfsmitteln
- Relation und Umkehrrelation: Zusammenhang zwischen deren Graphen; Zusammenhang zwischen deren Gleichungen bzw. Ungleichungen; Umkehrfunktion

M I 8.5 Lineare Funktionen [VSE]

(ca. 14 Std.)

Ausgehend von der direkten Proportionalität erschließen die Schüler die linearen Funktionen. Sie erarbeiten wichtige Eigenschaften dieser Funktionen und ihrer Graphen. Der Einsatz elektronischer Rechenhilfsmittel, z. B. des grafikfähigen Taschenrechners, erleichtert den Schülern das Auffinden dieser Eigenschaften. Vielfältige Übungen ermutigen und befähigen sie zu beobachten und zu entdecken, zu schließen und zu begründen.

- Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx$; Ursprungsgeraden als Graphen; Steigung m als Parameter; Geradenbüschel im Ursprung; Zusammenhang zwischen den Steigungen orthogonaler Geraden
- Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx + t$; verschobene Ursprungsgeraden als Graphen; y -Achsenabschnitt t als Parameter; Parallelschar
- Punkt-Steigungs-Form der Geradengleichung; Gleichung eines Geradenbüschels mit beliebiger Lage des Büschelpunktes
- Gleichungen achsenparalleler Geraden
- praxisorientierte Aufgaben

M 8.6 Funktionen der indirekten Proportionalität

(ca. 2 Std.)

Die Schüler entwickeln mithilfe ihrer Kenntnisse über Funktionen und über die bekannte indirekte Proportionalität Funktionsgleichungen und Graphen der indirekten Proportionalität. Der Einsatz elektronischer Rechenhilfsmittel, z. B. des grafikfähigen Taschenrechners, bietet sich an.

- Funktionen mit Gleichungen der Form $y = \frac{k}{x}$; Hyperbeln als Graphen
- Eigenschaften und Asymptoten der Graphen

M I 8.7 Dreiecke und Vierecke

(ca. 26 Std.)

Durch die eingehende Beschäftigung mit Dreiecken und Vierecken, vor allem in Konstruktionsaufgaben, erwerben die Schüler grundlegende Kenntnisse und Fähigkeiten für den gesamten weiteren Unterricht. Sie lernen den Aufbau geometrischer Beweise kennen. Anhand exemplarischer, anschaulicher geometrischer Sachverhalte lernen sie, kongruenz- und abbildungsgeometrisch folgerichtig zu begründen. Die Schüler spüren Figureneigenschaften auf und erarbeiten grundlegende geometrische Sätze. Mithilfe der Symmetrieeigenschaften nehmen die Schüler in einem gut überschaubaren Teilgebiet der Geometrie eine systematische Einteilung der Vierecke vor.

- Beziehungen zwischen den Seitenlängen sowie zwischen Seitenlängen und Winkelmaßen im Dreieck
- Konstruierbarkeit von Dreiecken; Kongruenzsätze (aus der Geschichte: Euklid)
- Aufbau von kongruenz- und abbildungsgeometrischen Beweisen
- symmetrische und nicht symmetrische Vierecke; Eigenschaften achsensymmetrischer und punktsymmetrischer Vierecke
- Begründungen mithilfe von Kongruenzsätzen, Abbildungen und Vektoren

M I 8.8 Grundlagen der Raumgeometrie

(ca. 8 Std.)

Mithilfe von Modellen und geeigneten Computerprogrammen erkennen die Schüler wesentliche Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen und besondere Winkel im Raum und schulen dabei ihr räumliches Vorstellungsvermögen. Sie begreifen, dass Schrägbilder ein erprobtes Mittel sind, um anschauliche Bilder von Körpern in der Zeichenebene zu erhalten, und stellen dabei fest, dass die Maßtreue im Allgemeinen verloren geht. Sie lernen die wahre Größe von Strecken und Winkeln an Körpern zu bestimmen.

- Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen im Raum; Winkel zwischen Ebene und Gerade; Winkel zwischen zwei Ebenen
- exemplarisches Darstellen von Körpern im Schrägbild (Verzerrungswinkel und Verzerrungsfaktor)

M 8.9 Daten und Zufall

(ca. 9 Std.)

Aufbauend auf den Zufallsexperimenten der vorhergehenden Jahrgangsstufen werden Wahrscheinlichkeiten berechnet. Versuchsausgänge werden unter Verwendung der mathematischen Fachsprache beschrieben. Die Laplace-Wahrscheinlichkeiten werden mit Hilfe von Baumdiagrammen und durch geschicktes Abzählen ermittelt.

- Laplace-Experiment (Ergebnis, Ergebnisraum, Ereignis, Gegenereignis)
- Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten

8 Mathematik II/III

(3-stündig)

In der Jahrgangsstufe 8 beschäftigen sich die Schüler mit komplexeren, stets aber anschaulichen und überschaubaren Aufgaben. Beim Umformen von Termen und beim Lösen von Gleichungen und Ungleichungen erwerben sie ein unentbehrliches Rüstzeug auch für andere Unterrichtsfächer, z. B. Physik und Rechnungswesen. Sie entdecken weitere geometrische Ortslinien als Grundlage für die Lösung geometrischer Aufgaben. Die Verflechtung von Algebra und Geometrie wird weiterentwickelt; die Schüler vertiefen dabei zunehmend die Fähigkeiten zu abstrahieren, kritisch zu urteilen, logisch zu denken und an mathematische Probleme systematisch heranzugehen. Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte.

Das Grundwissen wird erweitert um:

Grundwissen

- Terme durch Termumformung selbstständig vereinfachen und Extremwerte quadratischer Terme ermitteln
- lineare Gleichungen und Ungleichungen lösen
- einfache Bruchgleichungen lösen
- geometrische Ortslinien beschreiben und zeichnen
- Umkreis und Inkreis eines Dreiecks
- Orthogonalität von Kreistangente und Zentrale durch den Berührungspunkt
- Satz des Thales
- Dreiecke konstruieren
- die Kongruenz von Dreiecken begründen
- Eigenschaften besonderer Dreiecke und Vierecke
- Laplace-Wahrscheinlichkeiten ermitteln

M 8.1 Terme

(ca. 23 Std.)

Unter weitgehender geometrischer Veranschaulichung (z. B. Fläche, Umfang) vertiefen und festigen die Schüler die Fertigkeit, mit Termen zu rechnen, sie umzuformen und zu vereinfachen. Sie verschaffen sich so Grundlagen, die in der Algebra immer wieder benötigt werden. Die Schüler erkennen, dass jeder Belegung der Variablen ein Termwert zugeordnet werden kann. Dadurch wird der Funktionsbegriff propädeutisch vorbereitet. Aufbauend auf dem vertrauten Termbegriff begründen die Schüler die Äquivalenz von Termen, wobei sie bereits bekannte Regeln und Gesetze anwenden. Bei der Untersuchung quadratischer Terme entdecken die Schüler deren besondere Merkmale und entwickeln Verfahren, Extremwerte rechnerisch zu bestimmen. In besonderer Weise empfiehlt sich hierbei der Einsatz elektronischer Rechenhilfsmittel, z. B. des grafikfähigen Taschenrechners. Die Schüler wenden Terme in praxisnahen Aufgaben an.

- Termumformungen (auch Addition, Subtraktion und Multiplikation von Summentermen)
- Faktorisierung und binomische Formeln
- Extremwerte bei Termen der Form $ax^2 + bx + c$
- Bearbeitung praxisorientierter Aufgaben

M 8.2 Lineare Gleichungen und Ungleichungen

(ca. 15 Std.)

Die Schüler erweitern und präzisieren mithilfe des Termbegriffs ihr Wissen über Äquivalenzumformungen bei Gleichungen und Ungleichungen. Beim Lösen von Textaufgaben, auch mit Praxisbezug, wenden sie die im Fach Deutsch erworbenen Fähigkeiten an, Texte zu analysieren und zu verstehen. Sie lernen dabei, das im Text vorhandene mathematische Problem zu erkennen, es vom Text zu abstrahieren, ggf. in einen Ansatz zu kleiden sowie einen angemessenen Lösungsweg zu entwickeln und anzuwenden.

- lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen
- Textaufgaben

M 8.3 Bruchterme und Bruchgleichungen

(ca. 5 Std.)

Die Schüler lernen Bruchterme kennen. Dabei erfahren sie, dass die Regeln des Bruchrechnens weiter gelten und dass sie die Definitionsmenge beachten müssen. Insbesondere lernen sie, Verhältnisgleichungen zu lösen.

- Bruchterme; Definitionsmenge
- einfache Bruchgleichungen mit einer Variablen der Form $\frac{T_1(x)}{T_2(x)} = \frac{T_3(x)}{T_4(x)}$

M 8.4 Geometrische Ortslinien und Ortsbereiche

(ca. 15 Std.)

Ausgehend von den Kenntnissen über Kreis, Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende entdecken die Schüler, auch mithilfe eines Geometrieprogramms, neue geometrische Ortslinien und Ortsbereiche. Dabei verbalisieren sie auch deren kennzeichnende geometrische Eigenschaften.

Die Schüler erweitern ihr Wissen über die Beziehungen zwischen Kreis und Gerade und finden die Zusammenhänge bei Winkeln am Kreis. Bei der Verknüpfung geometrischer Ortslinien und Ortsbereiche vertiefen sie ihre Kenntnisse und wenden sie in praxisorientierten Aufgabenstellungen an.

- Kreislinie; Kreisinneres, Kreisäußeres
- Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende
- Mittelparallele, Parallelenpaar
- Umkreis und Inkreis beim Dreieck
- Thaleskreis (aus der Geschichte: Thales)
- Schnitt- und Vereinigungsmengen von geometrischen Ortslinien, auch zur Lösung praxisorientierter Aufgaben
- Kreis und Gerade: Orthogonalität von Tangente und Zentrale durch den Berührungspunkt; Tangentenkonstruktionen

M 8.5 Dreiecke und Vierecke

(ca. 17 Std.)

Durch die eingehende Beschäftigung mit Dreiecken und Vierecken, vor allem in Konstruktionsaufgaben, erwerben die Schüler grundlegende Kenntnisse und Fähigkeiten für den gesamten weiteren Unterricht. Anhand exemplarischer, anschaulicher geometrischer Sachverhalte lernen sie, kongruenz- und abbildungsgeometrisch folgerichtig zu begründen. Die Schüler spüren Figureneigenschaften auf und erarbeiten grundlegende geometrische Sätze. Mithilfe der Symmetrieeigenschaften nehmen die Schüler in einem gut überschaubaren Teilgebiet der Geometrie eine systematische Einteilung der Vierecke vor.

- Beziehungen zwischen den Seitenlängen sowie zwischen Seitenlängen und Winkelmaßen im Dreieck
- Konstruierbarkeit und Konstruktion von Dreiecken; Kongruenzsätze (aus der Geschichte: Euklid)
- symmetrische und nichtsymmetrische Vierecke; Eigenschaften achsensymmetrischer und punktsymmetrischer Vierecke
- Begründungen mithilfe von Kongruenzsätzen oder Vektoren

M 8.6 Daten und Zufall

(ca. 9 Std.)

Aufbauend auf den Zufallsexperimenten der vorhergehenden Jahrgangsstufen werden Wahrscheinlichkeiten berechnet. Versuchsausgänge werden unter Verwendung der mathematischen Fachsprache beschrieben. Die Laplace-Wahrscheinlichkeiten werden mit Hilfe von Baumdiagrammen und durch geschicktes Abzählen ermittelt.

- Laplace-Experiment (Ergebnis, Ergebnisraum, Ereignis, Gegenereignis)
- Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten