

## 7 Mathematik I

(4-stündig)

In der Wahlpflichtfächergruppe I mit Schwerpunkt im mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Bereich wird das Fach Mathematik vertieft unterrichtet. Die Schüler lernen in der Jahrgangsstufe 7, Gleichungen und Ungleichungen mithilfe von Äquivalenzumformungen zunehmend selbstständig zu lösen. Anhand wirklichkeitsbezogener Sachaufgaben festigen und erweitern sie ihre Kenntnisse im Bereich der Proportionalität. Die Parallelverschiebung, die Drehung und die Kenntnisse über geometrische Ortslinien und Ortsbereiche vermitteln den Schülern neue Einsichten in die Verflechtung von Algebra und Geometrie. Sie werden damit befähigt, spezielle geometrische Probleme zu durchdringen und zu lösen.

Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte.

### Das Grundwissen wird erweitert um:

#### Grundwissen

- Grundrechenarten und Potenzgesetze in der Menge  $\mathbb{Q}$  der rationalen Zahlen
- Gleichungen und Ungleichungen der Form  $ax + b \cong c$  durch Äquivalenzumformungen lösen
- direkte und indirekte Proportionalitäten erkennen, darstellen und auswerten sowie fehlende Größen berechnen; Sachaufgaben lösen
- Prozent- und Zinsrechnung
- mit dem Koordinatensystem umgehen
- Eigenschaften von Kongruenzabbildungen
- Parallelverschiebung und Drehung anwenden
- Punkt- und Vektorkoordinaten berechnen
- Winkelmaße mithilfe von Stufen- und Wechselwinkeln sowie Neben- und Scheitelwinkeln ermitteln
- Innenwinkelsumme im Dreieck
- geometrische Ortslinien beschreiben und zeichnen
- Umkreis und Inkreis eines Dreiecks
- Orthogonalität von Kreistangente und Zentrale durch den Berührungspunkt
- Randwinkelsatz und Satz des Thales
- Interpretieren von Daten

### M 7.1 Erweiterung des Zahlenbereichs: Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen

(ca. 25 Std.)

Die Schüler erweitern und vertiefen das sichere Rechnen mit rationalen Zahlen. Bei vielfältigen Übungen beziehen sie auch Potenzen und Potenzgesetze ein.

- Multiplikation und Division in der Menge  $\mathbb{Z}$  der ganzen Zahlen; Vorzeichenregeln
- Einführung der Menge  $\mathbb{Q}$  der rationalen Zahlen; Rechengesetze
- Rechnen im Zahlenbereich  $\mathbb{Q}$ : die vier Grundrechenarten
- Potenzen und Potenzgesetze in  $\mathbb{Q}$ ; Rechnen mit Potenzen
- Erweiterung des Gitternetzes zum Koordinatensystem (aus der Geschichte: R. Descartes)

## M 7.2 Gleichungen und Ungleichungen

(ca. 11 Std.)

Die Schüler vertiefen die Kenntnisse und Fertigkeiten, die zum Lösen von Gleichungen erforderlich sind, und erfahren, wie die Lösungsmenge einer Ungleichung mithilfe numerischer und grafischer Wertetabellen ermittelt wird. Dabei setzen sie auch elektronische Medien ein. Sie formen einfache Terme um und lösen Gleichungen und Ungleichungen durch Äquivalenzumformungen zunehmend selbstständig.

- einfache Termumformungen (z. B.  $x + 2x$ ;  $2x \cdot x^3$ ;  $5x^2 : 2x$ )
- Gleichungen und Ungleichungen der Form  $ax + b \cong c$  mithilfe von Äquivalenzumformungen lösen
- Sachaufgaben

## M 7.3 Proportionalitäten

(ca. 16 Std.)

Die Schüler festigen an geeigneten Beispielen aus dem täglichen Leben ihre Kenntnisse über die direkte Proportionalität und erarbeiten sich Einblicke in die indirekte Proportionalität und ihre Merkmale. Sie stellen Proportionalitäten mithilfe von Tabellen und Diagrammen dar und ermitteln fehlende Größen. Die Schüler finden durch Messung den proportionalen Zusammenhang zwischen Kreisumfang und Kreisdurchmesser und gewinnen anschaulich die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises. Bei Sachaufgaben, insbesondere aus dem Bereich der Prozent- und Zinsrechnung, vertiefen sie das neu erworbene Wissen über Proportionalitäten als Grundlage für die nachfolgenden Jahrgangsstufen.

- quotienten- und produktgleiche Größen- und Zahlenpaare; direkte und indirekte Proportionalität; Graphen zu Proportionalitäten und deren Auswertung
- fehlende Größen berechnen; Sachaufgaben lösen; grafische Lösung
- Prozentrechnung, Zinsbegriff, Zinsrechnung
- Umfang und Flächeninhalt eines Kreises (Proportionalitätsfaktor  $\frac{22}{7}$  oder  $3,14$ )

## M 7.4 Parallelverschiebung

(ca. 16 Std.)

Die Schüler entdecken die Parallelverschiebung als neue Kongruenzabbildung und ermitteln und begründen jeweils die Abbildungsvorschrift und die Eigenschaften mithilfe ihrer Kenntnisse über die Achsenspiegelung. Bei der rechnerischen Behandlung der Parallelverschiebung finden die Schüler einen Zugang zu einer algebraischen Sichtweise geometrischer Probleme und damit zu einer engen Verflechtung von Algebra und Geometrie. Die Schüler begründen die Innenwinkelsumme im Dreieck und darauf aufbauend die Innenwinkelsumme im Viereck. Bei allen Betrachtungen empfiehlt sich der Einsatz eines dynamischen Geometrieprogramms.

- Parallelverschiebung als Doppelachsenspiegelung
- Parallelverschiebung (Abbildungsvorschrift, Abbildungseigenschaften) und Vektor (Pfeil- und Koordinatendarstellung, Spaltenmatrix), Gegenvektor und Umkehrabbildung
- Verknüpfen von Parallelverschiebungen; Vektoraddition
- zeichnerisches Durchführen von Parallelverschiebungen und Berechnen von Punkt- bzw. Vektorkoordinaten (u. a. Koordinaten des Mittelpunktes einer Strecke)
- Parallelenaxiom und Eigenschaften paralleler Geraden; Beziehungen zwischen den Maßen von Stufen- und Wechselwinkeln (aus der Geschichte: Euklid)
- Summe der Innenwinkel im Dreieck und Viereck

## M 7.5 Drehung

(ca. 10 Std.)

Die Schüler entdecken die Drehung als neue Kongruenzabbildung. Sie ermitteln und begründen die Abbildungsvorschrift und die Eigenschaften mithilfe ihrer Kenntnisse über die Achsenspiegelung. Den Schülern wird bewusst, dass mit der Drehung geometrische Eigenschaften begründet und Figuren geordnet werden können. Der Einsatz eines geeigneten Geometrieprogramms ermöglicht ein tiefes Durchdringen von Zusammenhängen.

- Drehung als Doppelachsenspiegelung
- Drehung (Abbildungsvorschrift, Abbildungseigenschaften)
- Sonderfälle der Drehung:  $\varphi = \pm 90^\circ$  und  $\varphi = 180^\circ$
- Drehung von Vektoren um  $\varphi = \pm 90^\circ$  und  $\varphi = 180^\circ$ ; Berechnen von Punktkoordinaten mithilfe von Vektoren
- drehsymmetrische Figuren (insbesondere punktsymmetrische Vierecke)

### M 7.6 Lösung geometrischer Probleme mithilfe von Abbildungen (ca. 8 Std.)

Aufgaben mit speziellen geometrischen Problemen regen die Schüler in besonderem Maß zu kreativer Eigentätigkeit an. Über Probierkonstruktionen, auch unter Verwendung eines Geometrieprogramms, entwickeln sie eine Lösungsstrategie, die sie dann mit ihrem Wissen über Abbildungen begründen. Solche geometrischen Probleme werden in den folgenden Jahrgangsstufen wieder aufgegriffen und zunehmend auch algebraisch gelöst.

- spezielle geometrische Probleme mithilfe von Abbildungen lösen (z. B. Einbeschreibungsaufgaben und Extremwertaufgaben)

### M 7.7 Geometrische Ortslinien und Ortsbereiche (ca. 18 Std.)

Ausgehend von den Kenntnissen über Kreis, Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende entdecken die Schüler, auch mithilfe eines Geometrieprogramms, neue geometrische Ortslinien und Ortsbereiche. Dabei verbalisieren sie auch deren kennzeichnende geometrische Eigenschaften.

Die Schüler erweitern ihr Wissen über die Beziehungen zwischen Kreis und Gerade und finden die Zusammenhänge bei Winkeln am Kreis. Bei der Verknüpfung geometrischer Ortslinien und Ortsbereiche vertiefen sie ihre Kenntnisse und wenden sie in praxisorientierten Aufgaben an.

- Kreislinie; Kreisinneres, Kreisäußeres
- Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Mittelparallele
- Parallelenpaar, zugehörige geometrische Ortsbereiche
- Umkreis und Inkreis beim Dreieck
- Winkel am Kreis: Randwinkel, Mittelpunktswinkel, Zusammenhänge; Thaleskreis als Spezialfall (aus der Geschichte: Thales)
- Lösung praxisorientierter Aufgaben mit Hilfe von  $\wedge$ - und  $\vee$ -Verknüpfungen bei geometrischen Ortslinien und Ortsbereichen
- Kreis und Gerade: Orthogonalität von Tangente und Zentrale durch den Berührungspunkt; Tangentenkonstruktionen
- Berechnen von Punktkoordinaten mit Hilfe von Vektoren an geeigneten Beispielen

### M 7.8 Daten und Zufall (ca. 8 Std.)

Die Schüler sammeln Daten, die sie z. B. bei der Durchführung von Zufallsexperimenten oder mit Hilfe eines selbsterstellten Fragebogens gewinnen. Dabei wiederholen und vertiefen sie den Begriff der relativen Häufigkeit. Für die Auswertung nutzen sie ein Tabellenkalkulationsprogramm.

- Erfassen, auswerten und interpretieren von Daten unter Verwendung von zusätzlichen Kenngrößen (Stichprobe, Gesamtheit)
- empirisches Gesetz der großen Zahlen; Laplace-Wahrscheinlichkeit

## 7 Mathematik II/III

(3-stündig)

Die Schüler lernen in dieser Jahrgangsstufe, Gleichungen und Ungleichungen mithilfe von Äquivalenzumformungen zunehmend selbstständig zu lösen. Anhand wirklichkeitsbezogener Sachaufgaben festigen und erweitern sie ihre Kenntnisse im Bereich der Proportionalität. Die Parallelverschiebung vermittelt den Schülern neue Einsichten in die Verflechtung von Algebra und Geometrie. Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte.

**Das Grundwissen wird erweitert um:**

Grundwissen

- Grundrechenarten und Potenzgesetze in der Menge  $\mathbb{Q}$  der rationalen Zahlen
- Gleichungen und Ungleichungen der Form  $ax + b \cong c$  durch Äquivalenzumformungen lösen
- direkte und indirekte Proportionalitäten erkennen, darstellen und auswerten; Sachaufgaben lösen
- Prozent- und Zinsrechnung
- mit dem Koordinatensystem umgehen
- Eigenschaften von Kongruenzabbildungen
- Parallelverschiebung und Drehung anwenden
- Punkt- und Vektorkoordinaten berechnen
- Winkelmaße mithilfe von Stufen- und Wechselwinkeln sowie Neben- und Scheitelwinkeln ermitteln
- Innenwinkelsumme im Dreieck
- Interpretieren von Daten

### M 7.1 Erweiterung des Zahlenbereichs: Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen (ca. 25 Std.)

Die Schüler erweitern und vertiefen das sichere Rechnen mit rationalen Zahlen. Bei vielfältigen Übungen beziehen sie auch Potenzen und Potenzgesetze ein.

- Multiplikation und Division in der Menge  $\mathbb{Z}$  der ganzen Zahlen; Vorzeichenregeln
- Einführung der Menge  $\mathbb{Q}$  der rationalen Zahlen; Rechengesetze
- Rechnen im Zahlenbereich  $\mathbb{Q}$ : die vier Grundrechenarten
- Potenzen und Potenzgesetze in  $\mathbb{Q}$ ; Rechnen mit Potenzen
- Erweiterung des Gitternetzes zum Koordinatensystem (aus der Geschichte: R. Descartes)

### M 7.2 Gleichungen und Ungleichungen (ca. 13 Std.)

Die Schüler vertiefen die Kenntnisse und Fertigkeiten, die zum Lösen von Gleichungen erforderlich sind, und erfahren, wie die Lösungsmenge einer Ungleichung mithilfe numerischer und grafischer Wertetabellen ermittelt wird. Dabei setzen sie auch elektronische Medien ein. Sie formen einfache Terme um und lösen Gleichungen und Ungleichungen durch Äquivalenzumformungen zunehmend selbstständig.

- einfache Termumformungen (z. B.  $x + 2x$ ,  $2x \cdot x^3$ ,  $5x^2 : 2x$ )
- Gleichungen und Ungleichungen der Form  $ax + b \cong c$  mithilfe von Äquivalenzumformungen lösen
- Sachaufgaben (auch offene Aufgabenstellungen und Aufgabenvariationen)

### M 7.3 Proportionalitäten (ca. 16 Std.)

Die Schüler festigen an geeigneten Beispielen aus dem täglichen Leben ihre Kenntnisse über die direkte Proportionalität und erarbeiten sich Einblicke in die indirekte Proportionalität und ihre Merkmale. Sie stellen Proportionalitäten mithilfe

von Tabellen und Diagrammen dar und ermitteln fehlende Größen. Die Schüler finden durch Messung den proportionalen Zusammenhang zwischen Kreisumfang und Kreisdurchmesser und gewinnen anschaulich die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises. Bei Sachaufgaben, insbesondere aus dem Bereich der Prozent- und Zinsrechnung, vertiefen sie das neu erworbene Wissen über Proportionalitäten als Grundlage für die nachfolgenden Jahrgangsstufen.

- quotienten- und produktgleiche Größen- und Zahlenpaare; direkte und indirekte Proportionalität; Graphen zu Proportionalitäten und deren Auswertung
- Sachaufgaben lösen (auch offene Aufgabenstellungen und Aufgabenvariationen); grafische Lösung
- Prozentrechnung, Zinsbegriff, Zinsrechnung
- Umfang und Flächeninhalt eines Kreises (Proportionalitätsfaktor  $\frac{22}{7}$  oder 3,14)

### M 7.4 Parallelverschiebung

(ca. 18 Std.)

Die Schüler entdecken die Parallelverschiebung als neue Kongruenzabbildung und ermitteln und begründen jeweils die Abbildungsvorschrift und die Eigenschaften mithilfe ihrer Kenntnisse über die Achsenspiegelung. Bei der rechnerischen Behandlung der Parallelverschiebung finden die Schüler einen Zugang zu einer algebraischen Sichtweise geometrischer Probleme und damit zu einer engen Verflechtung von Algebra und Geometrie. Die Schüler begründen die Innenwinkelsumme im Dreieck und darauf aufbauend die Innenwinkelsumme im Viereck. Bei allen Betrachtungen empfiehlt sich der Einsatz eines dynamischen Geometrieprogramms.

- Parallelverschiebung als Doppelachsenspiegelung
- Parallelverschiebung (Abbildungsvorschrift, Abbildungseigenschaften) und Vektor (Pfeil- und Koordinatendarstellung, Spaltenmatrix), Gegenvektor und Umkehrabbildung
- Verknüpfen von Parallelverschiebungen; Vektoraddition
- zeichnerisches Durchführen von Parallelverschiebungen und Berechnen von Punkt- bzw. Vektorkoordinaten (u. a. Koordinaten des Mittelpunktes einer Strecke)
- Parallelenaxiom und Eigenschaften paralleler Geraden; Beziehungen zwischen den Maßen von Stufen- und Wechselwinkeln (aus der Geschichte: Euklid)
- Summe der Innenwinkel im Dreieck und Viereck

### M 7.5 Drehung

(ca. 6 Std.)

Die Schüler entdecken die Drehung als neue Kongruenzabbildung. Es wird ihnen bewusst, dass mit der Drehung geometrische Eigenschaften begründet und Figuren geordnet werden können. In diesem Bereich sind zur Erhöhung der Anschaulichkeit dynamische Geometrieprogramme einzusetzen.

- Drehung (Abbildungsvorschrift, -eigenschaften)
- Sonderfälle der Drehung:  $\varphi = \pm 90^\circ$  und  $\varphi = 180^\circ$
- drehsymmetrische Figuren (insbesondere punktsymmetrische Vierecke)

### M 7.6 Daten und Zufall

(ca. 8 Std.)

Die Schüler sammeln Daten, die sie z. B. bei der Durchführung von Zufallsexperimenten oder mit Hilfe eines selbst-erstellten Fragebogens gewinnen. Dabei wiederholen und vertiefen sie den Begriff der relativen Häufigkeit. Für die Auswertung nutzen sie ein Tabellenkalkulationsprogramm.

- Erfassen, auswerten und interpretieren von Daten unter Verwendung von zusätzlichen Kenngrößen (Stichprobe, Gesamtheit)
- empirisches Gesetz der großen Zahlen; Laplace-Wahrscheinlichkeit